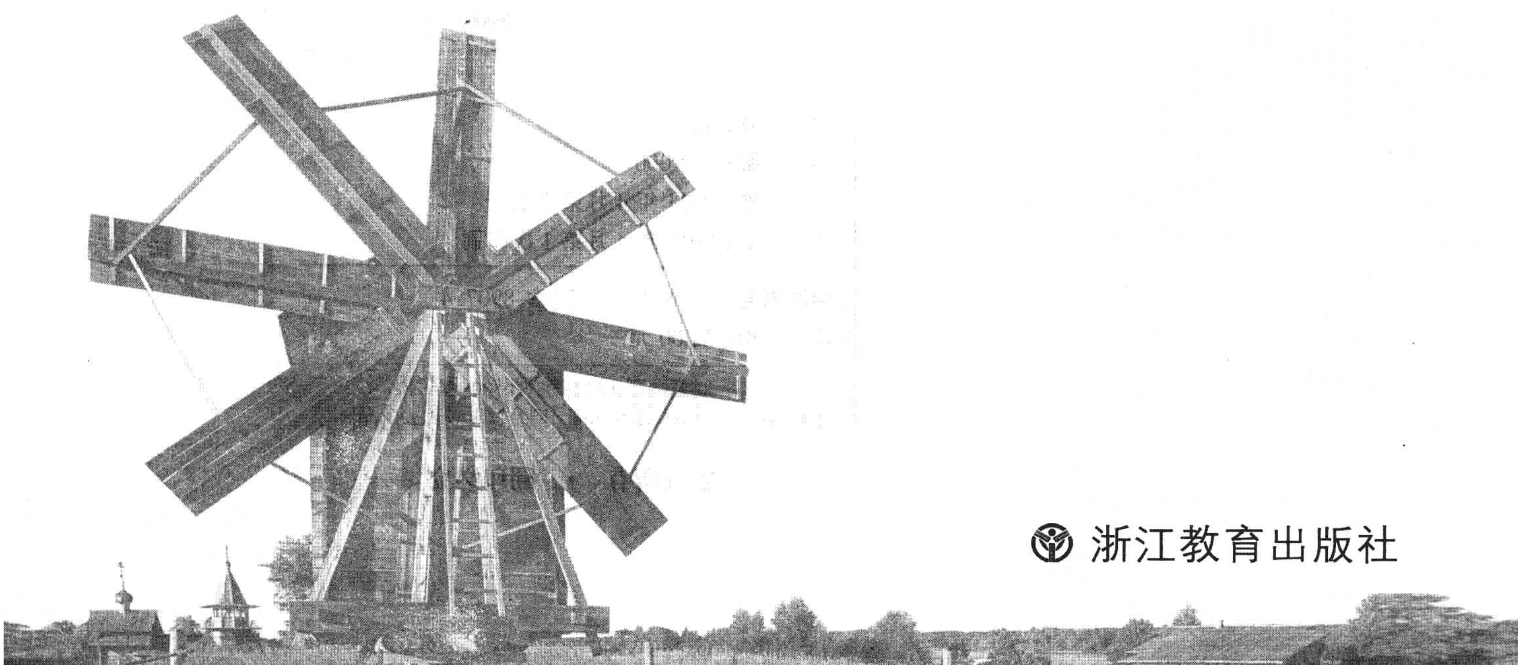
ZIZHU
ZHAOSHENG
AOSAI JIAOCHENG

自主招生奥赛教程

主　编　邵晓明
编　者　孔兴隆　方道余
叶德汉　肖飞燕
邵晓明　徐海龙

物理

力学



浙江教育出版社

前　言

中学物理教学是基础教育的重要组成部分。每年一度的全国中学生物理竞赛在激发中学生对物理学科的热爱和学习兴趣，培养创新精神和实践能力、科学思维能力及综合分析能力等方面起到了重要的作用，并产生了积极的影响，因此越来越受到中学师生的重视。

另一方面，高校招生考试已从单维的全国统考逐渐演变为各省高校的多维考试，其中自主招生是高校选拔人才的新举措，各所高校根据自身的培养目标和办学特色设定入学标准，自己组织测试来选拔适合在自己学校学习的学生。一般说来，自主招生更加注重学生的综合素养、创新精神和发展潜能，更加注重高校特色与学生特长的匹配。因此，自主招生考试越来越引起广大师生与家长的关注。

为了给立志于在全国中学生物理竞赛及自主招生考试中取得优异成绩的中学生提供可读性强、有实用参考价值的学习材料，我们按照《全国中学生物理竞赛大纲》、《普通高中物理课程标准》及《普通高中课程标准实验教科书　物理》的要求，编写了《自主招生＋奥赛教程　物理　力学》一书。根据物理的学科特点，本书详细地阐述了运动学、静力学、动力学、机械能、机械振动和机械波等高中力学范围内的高考重、难点及竞赛、自主招生考试的特点与趋势，并附有八份高中力学竞赛真题及参考答案。

本书的特点是立足高考，面向竞赛，剑指自主招生。在编写时，本书充分遵循了学生的认知规律，设置了“知识概要”、“例题解析”、“高考水平”、“自主招生”、“竞赛提高”等栏目。“知识概要”主要是对每节的重、难点知识进行归纳和整理，同时对一些重要的解题方法进行提炼；“例题解析”中，选取了极具代表性的历年高考压轴题及全国中学生物理竞赛典型题作为例题，进行了详细的剖析，重在训练学生的解题思路；习题按“高考水平”、“自主招生”和“竞赛提高”编排，由浅入深，供不同程度的学生选择或分段使用。同时，本书在每一章后还配有适量的综合训练，供学生对自己的学习情况进行测评，查漏补缺。本书以学生为本，所有的配套练习都附有答案，对难度稍小一点的习题进行了提示，对难度稍大一点的习题提供了详细的解题过程。因此，本书既是中学生自学的理想读物，也是学校老师竞赛及自主招生辅导的理想教材。相信通过本书的学习，一定能扩大学生的知识面，提高学生分析问题、解决问题以及灵活运用物理知识的能力，并最终达到提高高考、竞赛及自主招生考试成绩的效果。

参加本书编写的有(按姓氏笔画为序)：孔兴隆、方道余、叶德汉、肖飞燕、邵晓明、徐海龙。全书由邵晓明策划与统稿。

本书编写过程得到了浙江省特级教师彭志杰教授的大力支持和帮助，在此谨向他表示衷心的感谢！在本书的编写过程中，参阅了许多文献，在此，对原作者表示感谢！由于编者水平有限，错误和不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

2011 年 3 月

目　　录

第一章　运动学 …… 1
　§1.1　运动的基本概念、运动的合成与分解 …… 1
　§1.2　直线运动 …… 6
　§1.3　曲线运动 …… 11
　§1.4　综合训练 …… 17
第二章　静力学 …… 21
　§2.1　常见的力 …… 21
　§2.2　共点力作用下物体的平衡 …… 28
　§2.3　具有固定转动轴的物体的平衡 …… 33
　§2.4　一般物体的平衡 …… 39
　§2.5　综合训练 …… 44
第三章　动力学 …… 48
　§3.1　牛顿运动定律 …… 48
　§3.2　动力学知识与方法的拓展 …… 54
　§3.3　万有引力与天体运动 …… 61
　§3.4　综合训练 …… 66
第四章　机械能 …… 70
　§4.1　功和功率 …… 70
　§4.2　动能定理 …… 77
　§4.3　势能和机械能守恒定律 …… 84
　§4.4　综合训练 …… 91
第五章　机械振动和机械波 …… 95
　§5.1　机械振动 …… 95
　§5.2　机械波 …… 101
　§5.3　综合训练 …… 108
第六章　真题演练 …… 111
　§6.1　试卷一 …… 111
　§6.2　试卷二 …… 114
　§6.3　试卷三 …… 118
　§6.4　试卷四 …… 122
　§6.5　试卷五 …… 125
　§6.6　试卷六 …… 129
　§6.7　试卷七 …… 132
　§6.8　试卷八 …… 137
参考答案 …… 141

学习札记

第一章 运动学

运动学是力学的一个分支,它是运用几何学的方法来研究物体的运动的,通常不考虑力和质量等因素的影响。物体的运动和力的关系,则是动力学的一个重要的研究课题。运动学主要研究的是质点和刚体的运动规律,本章讨论质点的运动方程、轨迹、位移、速度和加速度等运动特征。

§1.1　运动的基本概念、运动的合成与分解

知识概要

1. 参考系与坐标系

要准确确定质点的位置及其变化,必须事先选取另一个假定不动的物体作参照,这个被选取的物体叫做参考系。为了定量地描述物体的运动,需要在参考系上建立坐标,构成坐标系,通常选用直角坐标系$O-xyz$。在直角坐标系中,质点的位置可用x、y、z三个坐标表示;当质点运动时,它的坐标是时间的函数:$x=X(t)$,$y=Y(t)$,$z=Z(t)$。这就是质点的运动方程。

2. 位移与路程

位移是描述质点位置变化的物理量,其大小是初位置到末位置间的直线距离,其方向规定为从初位置指向末位置。路程是指质点实际运动轨迹的长度。路程是标量,而位移是矢量;只有当质点沿直线做方向不变的运动时,路程才与位移的大小相等。

3. 速度

(1) 平均速度:$v=\dfrac{x}{t}$。

(2) 瞬时速度:$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$。

4. 加速度

(1) 平均加速度:$a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$。

(2) 瞬时加速度:$a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$。

5. 运动的合成与分解

运动的合成与分解一般包括位移、速度及加速度等的合成与分解。

运动的合成与分解的特点主要有:①运动的合成与分解总是与力的作用相对应的;②各个分运动有互不相干的性质,即各个方向上的运动与其他方向运动的存在与否无关,这与力的独立作用原理是对应的;③位移等物理量是对应于一段时间的,故它们的合成与分解要讲究等时性,即要取相同时间内各个运动的位移量;④瞬时速度等物理量是对应于某一时刻的,故它们的合成与分解要讲究瞬时性,即必须取同一时刻的速度量。

运动的合成与分解的基本方法是平行四边形定则,即两个分运动构成平行四边形的两条邻边,合运动的大小与方向就可以用这两个邻边之间的对角线表示出来。由平行四边形定则又衍生出三角形定则,多个矢量的合成又可推导出多边形定则。

6. 相对运动

物体相对静止参考系的运动称为绝对运动，相应的速度和加速度分别称为绝对速度和绝对加速度；物体相对运动参考系的运动称为相对运动，相应的速度和加速度分别称为相对速度和相对加速度；而运动参考系相对静止参考系的运动称为牵连运动，相应的速度和加速度分别称为牵连速度和牵连加速度。绝对运动、相对运动、牵连运动的速度和加速度的关系是：绝对速度（加速度）等于相对速度（加速度）和牵连速度（加速度）的矢量和，即 $v_{绝对}=v_{相对}+v_{牵连}$，$a_{绝对}=a_{相对}+a_{牵连}$。

例题解析

【例 1】 雨天，一列火车正以 10 m/s 的速度沿水平轨道向西行驶；雨点下落时因受风的影响，与竖直方向成 30°偏西下落，速率是5 m/s。求雨点相对于火车的速度。

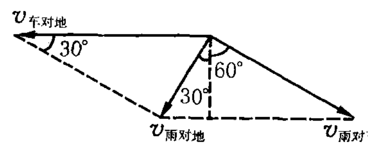


图 1.1 - 1

解析 由于相对运动 $v_{雨对车}=v_{雨对地}+v_{地对车}=v_{雨对地}-v_{车对地}$，如图 1.1 - 1 可知，$v_{雨对车}=5\sqrt{3}$ m/s，方向与竖直方向成 60°偏东。

【例 2】 在 $t=0$ 时刻，从水平地面上的 O 点在同一竖直平面内同时射出两个质点 A 和 B，其初速度分别为 $v_A=10$ m/s、$v_B=20$ m/s，与水平地面夹角分别为 30°、60°，如图 1.1 - 2 所示。

（1） $t=1$ s 时，A、B 相距多远？

（2） 在竖直平面坐标系 xOy 内，从原点 O 朝各个方向射出小球，小球射出时的速率均为 v_0。试证明这些小球在落地前处于同一圆周上。

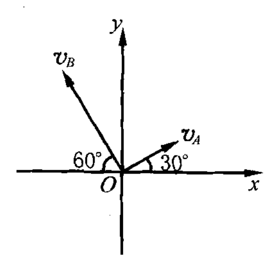


图 1.1 - 2

解析 （1） 取这样一个参考系 $O'x'y'$，原点与 O 点重合。A、B 抛出后，$O'x'y'$ 开始做自由落体运动。相对这一参考系，A、B 两质点都做匀速直线运动，且运动方向垂直。1 s 末它们间的距离 $x=\sqrt{(v_At)^2+(v_Bt)^2}=22.4$ m。

（2） 在（1）所取的参考系中，各个小球都在做匀速直线运动，经过相同的时间 t，各小球离原点 O' 的距离相等，均为 v_0t。因此，t 时刻各小球均位于半径为 v_0t 的圆周上，圆心在 O 点下方，离 O 点的距离为 $h=\frac{1}{2}gt^2$。

【例 3】 一匀质细杆长为 L，上、下两端 A、B 分别靠在竖直墙和水平地面上，如图 1.1 - 3 所示。当上端 A 以 v_0 匀速向墙脚 O 点移动到距 O 点 y 时，下端 B 距 O 点为 x。此时 B 端的速度为多少？

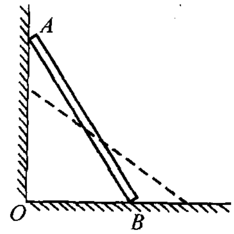


图 1.1 - 3

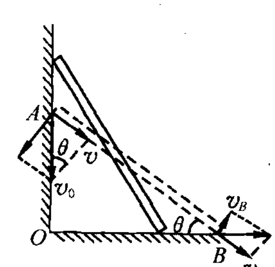


图 1.1 - 4

解析 如图 1.1 - 4 所示，当杆的 A 端以速度 v_0 沿墙下滑时，沿杆的分速度 v 与 B 端以

学习札记

v_B 沿水平面向右运动时沿杆的分速度一定相等。

对 A 点，$v=v_0\sin\theta$；　①

对 B 点，$v_B=\dfrac{v}{\cos\theta}$。　②

联立①、②两式得，$v_B=v_0\tan\theta=\dfrac{v_0 y}{x}$。

【例 4】 如图 1.1－5 所示，湖中有一点 A，A 与岸的垂直距离为 d(垂足为 C)，岸边另一点 B 与 C 相距 l。某人自 A 点处出发，要到达 B 处。已知此人在水中的游泳速度为 v_1，在岸上的行走速度为 v_2，且 $v_1<v_2$。若要到 B 所用时间最短，他应选择怎样的路线？

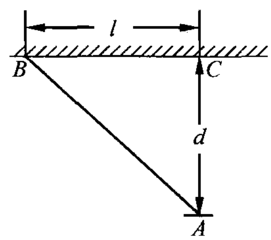


图 1.1－5

解析 假如 $v_1>v_2$，则此人沿 AB 直接游到 B 所用的时间最短。但题中条件为 $v_1<v_2$，因此所用时间最短的路线有可能是先从水中沿直线游到岸边，再上岸沿湖岸跑到 B 处。这两种行进方式如图 1.1－6 所示。在线段 AB 上取一点 K，在 BC 上取一点 P，使 $\overline{AK}=\overline{AP}$，则此人在水中游过距离 $\overline{KB}$ 所用的时间 Δt_1 与在岸上行走通过的距离 $\overline{PB}$ 所用时间 Δt_2 之差，即为此人通过两条途径自 A 到 B 所用时间差 Δt。即

$$\Delta t=\Delta t_1-\Delta t_2=\frac{\overline{KB}}{v_1}-\frac{\overline{BP}}{v_2}。$$

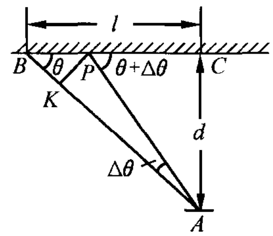


图 1.1－6

因为 $\Delta\theta$ 很小，所以可看做 $PK\perp AB$，$\overline{KB}=\overline{BP}\cos\theta$。代入上式，得 $\Delta t=\overline{BP}\left(\dfrac{\cos\theta}{v_1}-\dfrac{1}{v_2}\right)$。

由上式可知，若 $\Delta t>0$，则应取第二种方式；若 $\Delta t<0$，则应取第一种方式；若 $\Delta t=0$，两种方式所用时间相等，此时 $\cos\theta=\cos\theta_0=\dfrac{v_1}{v_2}$，$\theta_0=\arccos\dfrac{v_1}{v_2}$。

因此，若 $\theta\geqslant\theta_0$，人应直接自 A 游到 B；若 $\theta<\theta_0$，人应先沿与湖岸成 θ_0 角的方向游到岸上，然后沿岸行走到 B。

即当 $l\leqslant\dfrac{d}{\tan\theta_0}=\dfrac{v_1 d}{\sqrt{v_2^2-v_1^2}}$ 时，人应直接由 A 游向 B。

当 $l>\dfrac{d}{\tan\theta_0}=\dfrac{v_1 d}{\sqrt{v_2^2-v_1^2}}$ 时，人应先沿与湖岸成 θ_0 角的方向游到岸边，上岸后再沿岸行走到 B 处。

高考水平

纠错笔记

1. 某人站在自动扶梯上，经过时间 t_1 从一楼到达二楼。已知如果扶梯不动，人沿着扶梯从一楼走到二楼的时间为 t_2。若扶梯正常运行，人也保持原有的速度沿扶梯向上走，则人从一楼到二楼的时间是(　　)

A. t_1-t_2　　B. $\dfrac{t_1t_2}{t_1+t_2}$　　C. $\dfrac{t_1t_2}{t_1-t_2}$　　D. $\sqrt{\dfrac{t_1^2+t_2^2}{2}}$

2. 在高速公路上常用超声波测速仪测量车速，其工作原理是：测速仪发出并接收超声波脉冲信号，然后根据发出和接收到的信号之间的时间差，便可测出被测汽车的速度。

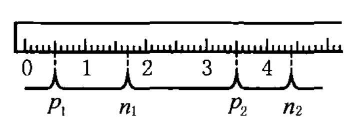


图 1.1－7

纠错笔记

如图 1.1－7 所示，p_1、p_2 是测速仪发出的超声波信号，n_1、n_2 分别是 p_1、p_2 经汽车反射回来的信号。设测速仪匀速扫描，p_1、p_2 之间的时间间隔 $\Delta t=1.0$ s，超声波在空气中传播的速度 $v=340$ m/s。若汽车是匀速行驶的，则汽车在接收到 p_1、p_2 两个信号之间的时间内前进的距离为多少？汽车的速度为多少？

3. 如图 1.1－8 所示，汽车甲以速度 v_1 拉着汽车乙前进，乙的速度为 v_2，牵引乙的绳子与水平方向的夹角为 α。若甲、乙都在水平面上运动，求 v_1 与 v_2 的比值。

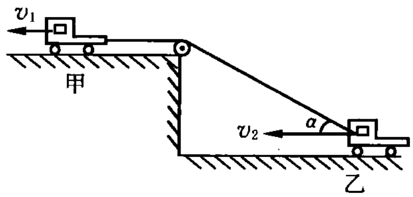


图 1.1－8

4. 一架飞机水平匀速地在某同学头顶飞过。当该同学听到飞机的发动机声从头顶正上方传来时，发现飞机已在他前上方约与地面成 60°角的方向上。请据此估算飞机的速度约为声速的多少倍。

5. 如图 1.1－9 所示，一条船在河的正中航行，河宽 $L=100$ m，河水的流速 $v_{水}=5$ m/s，并在距船 $x=150$ m 的下游形成了瀑布。为了使小船靠岸时不致被冲进瀑布中，船对水的最小速度为多少？

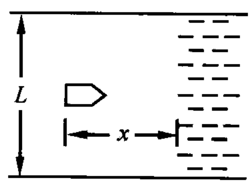


图 1.1－9

自主招生

6. 百货大楼一楼与二楼之间有一部以恒定速度向上运动的自动扶梯。某人以相对扶梯不变的速率沿梯从一楼向上跑，数得梯子有 20 级台阶，到二楼后又反过来沿梯向下跑到一楼，数得梯子有 30 级台阶。那么该自动扶梯在一、二楼之间实际有________台阶。

纠错笔记

7. 两艘内燃机船以同样大小的速度 20 km/h，分别沿交叉成 60°角的航线行驶，如图 1.1-10 所示。如果两船在开始时刻到交叉点 O 的距离分别为 20 km 和 30 km，求在航行过程中两船之间的最短距离。

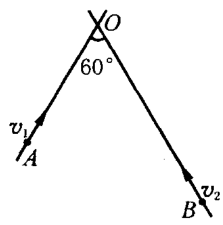


图 1.1-10

竞赛提高

8. 玻璃生产线上，宽 9 m 的成型玻璃板以 2 m/s 的速度连续不断地向前行进，在切割工序处，金刚石的割刀速度为 10 m/s。为了使割下的玻璃板都成规定尺寸的矩形，金刚石割刀的轨道方向应如何控制？切割一次的时间为多长？

9. 如图 1.1-11 所示，细杆 AB 长 l，端点 B、A 分别被约束在 x 轴和 y 轴上运动。

(1) 求杆上与 A 端相距 al $(0<a<1)$的 P 点的运动轨迹。

(2) 如果图中 θ 角和 v_A 为已知值，那么 P 点的 x、y 方向的分运动速度 v_{Px}、v_{Py} 分别是多少？

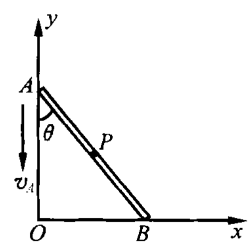


图 1.1-11

10. 如图 1.1-12 所示，一平面内有两根细杆 l_1 和 l_2，它们各自以垂直于自己的速度 v_1 和 v_2 在该平面内运动。试求交点相对于纸平面的速率及交点相对于每根杆的速率。

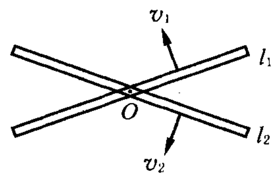


图 1.1-12

学习札记

§1.2 直线运动

知识概要

1. 匀变速直线运动的几个公式

$$v_t = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_t^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$x = \frac{v_0 + v_t}{2}t$$

以上四个公式中共有五个物理量：x、t、a、v_0、v_t。这五个物理量中只要确定了其中三个，另外两个就唯一确定了。由于每个公式中都只有四个物理量，当已知某三个而要求另一个时，往往选定一个公式就可以了。同样，如果两个匀变速直线运动有三个物理量对应相等，那么另外两个物理量也一定对应相等。由上面四个公式还可以得到以下的推导公式：

$$\Delta x = aT^2, v_{t/2} = \frac{v_0 + v_t}{2}, v_{x/2} = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_t^2}{2}}$$

2. 追及与相遇

从时间和空间的角度来讲，相遇是指两个物体在同一时刻到达同一位置，追及是指两物体同向运动而到达同一位置。可见，找出两者的时间关系、位移关系是解决追及问题的关键；同时，追及物与被追及物的速度恰好相等时的临界条件，往往是解决问题的一个重要条件。

例题解析

【例 1】 一小球做竖直上抛运动，测得两次经过 A 点和两次经过 B 点的时间间隔分别为 Δt_1 和 Δt_2，如图 1.2-1 所示。求 A、B 两点的高度差 h。

解法一 设小球做上抛运动的初速度为 v_0，A、B 两点的高度分别为 h_A 和 h_B，小球从抛出到经过 A、B 两点所需时间分别为 t_A 和 t_B。则有

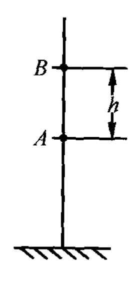


图 1.2-1

$$h_A = v_0 t_A - \frac{1}{2}gt_A^2, t_A = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gh_A}{g^2}};$$

$$h_B = v_0 t_B - \frac{1}{2}gt_B^2, t_B = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gh_B}{g^2}}。$$

所以 $\Delta t_1 = 2\sqrt{\frac{v_0^2 - 2gh_A}{g^2}}, h_A = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{8}\Delta t_1^2;$

$\Delta t_2 = 2\sqrt{\frac{v_0^2 - 2gh_B}{g^2}}, h_B = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{8}\Delta t_2^2。$

A、B 两点的高度差 $h = h_B - h_A = \frac{1}{8}g(\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2)$。

解法二 小球两次经过 A 点和两次经过 B 点所用的时间分别是从最高点自由下落到 A 点和从最高点自由下落到 B 点所用时间 t_1 和 t_2 的 2 倍。即

$2t_1 = \Delta t_1, 2t_2 = \Delta t_2$。

设从最高点到 A 点和到 B 点的高度差分别为 h_1 和 h_2，则

学习札记

$h_1=\frac{1}{2}gt_1^2, h_2=\frac{1}{2}gt_2^2$。

A、B两点的高度差$h=h_1-h_2=\frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t_1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t_2}{2}\right)^2=\frac{1}{8}g(\Delta t_1^2-\Delta t_2^2)$。

解法三 设小球两次经过A点和两次经过B点的速度分别为v_A和v_B，而小球两次经过A点和两次经过B点之间的运动与小球分别在A点以初速度v_A和在B点以初速度v_B做上抛运动完全一样，故Δt_1和Δt_2分别是这两次上抛运动全过程所经历的时间。有

$\Delta t_1=\frac{2v_A}{g}, \Delta t_2=\frac{2v_B}{g}, v_A^2-v_B^2=2gh$。

由以上三式解得$h=\frac{1}{8}g(\Delta t_1^2-\Delta t_2^2)$。

【例2】 质点以加速度a从静止出发做直线运动，在t时刻加速度变为$2a$，在$2t$时刻加速度变为$3a$，……，在nt时刻加速度变为$(n+1)a$。求：

(1) nt时刻质点的速度。

(2) 质点在nt时间内通过的总路程。

解析 可根据递推法的思想，从特殊到一般找到其变化的规律，然后求解。

(1) 物体在t时刻末的速度$v_t=at$，

$2t$末的速度$v_{2t}=v_t+2at$，

$3t$末的速度$v_{3t}=v_{2t}+3at=at+2at+3at$，

……

nt末的速度$v_{nt}=v_{(n-1)t}+nat=at+2at+3at+\cdots+(n-1)at+nat=at(1+2+3+\cdots+n)$
$=at\cdot\frac{1}{2}(n+1)n=\frac{1}{2}n(n+1)at$。

(2) 同理，可推得质点在nt时间内通过的总路程$x=\frac{1}{12}n(n+1)(2n+1)at^2$。

【例3】 相距20 m的两小球A、B沿同一直线同时向右运动，A球以2 m/s的速度做匀速运动，B球以$-2.5\ \mathrm{m/s^2}$的加速度做匀减速运动，如图1.2-2所示。问B球的初速度v_B为多大时，B球恰能追赶上A球？

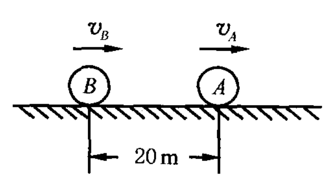


图1.2-2

解析 此题属"追及"问题，其过程是B球追赶离它20 m远的A球，而A球以恒定速度运动；只要B球的速度大于A球的速度，A、B两球间的距离将越来越小。当B球的速度等于A球的速度时，若恰能追上，之后B球的速度会小于A球的速度，它们之间的距离又会越来越大。因此可以用公式法和图象法进行求解。

当B球恰好能追上A球时，应有$v'_B=v_A$，所需时间$t=\frac{v'_B-v_B}{a}=\frac{v_A-v_B}{a}$。

A、B两球在t时间内的位移

$x_A=v_At=v_A\frac{v_A-v_B}{a}$，

$x_B=\frac{v'^2_B-v_B^2}{2a}=\frac{v_A^2-v_B^2}{2a}$，

$x_B=x_A+20$，

由以上三式得$v_B^2-4v_B-96=0$，

$v_B=12$ m/s，或$v_B=-8$ m/s（舍去）。

学习札记

所以当 B 球的初速度 $v_B=12$ m/s 时，恰好能追上 A。

【例 4】 以 30 m/s 的初速度将一个小球竖直上抛，以后每隔 1 s 抛出一球。空气阻力忽略不计，各球在空中不会相碰。问：

(1) 最多能有几个小球同时在空中？

(2) 设在 $t=0$ 时第一个小球被抛出，那么它应在哪些时刻和以后抛出的小球在空中相遇？($g=10$ m/s^2)

解析 已知 $v_0=30$ m/s，小球在空中运动的时间 $t=\frac{2v_0}{g}=6$ s。

$t_0=0$ 时，将第一个小球抛出，它在第 6 s 末回到原处，此时第七个小球即将被抛出。因此在第六个小球抛出后，第一个小球尚未返回原处时，空中只有 6 个小球；第七个小球抛出时，第一个小球已经落地。所以空中最多只有 6 个小球。

第一个小球在 $t=0$ 时抛出，而第 n ($1\leqslant n\leqslant 6$) 个小球在 Δt 后抛出，则在某一时刻 t ($t\leqslant 6$ s)，这两个球的位移分别为

$x=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$，①

$x'=v_0(t-\Delta t)-\frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2$，②

两小球在空中相遇的条件是其位移相等，即

$v_0t-\frac{1}{2}gt^2=v_0(t-\Delta t)-\frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2$，

$t=\frac{1}{2}\Delta t+\frac{v_0}{g}$，

其中 t 表示第一个小球和 Δt 后抛出的小球在空中相遇的时刻。

当 $\Delta t=1$ s 时，$t=3.5$ s，这是与第二个小球相遇的时刻；

当 $\Delta t=2$ s 时，$t=4$ s，这是与第三个小球相遇的时刻；

当 $\Delta t=3$ s 时，$t=4.5$ s，这是与第四个小球相遇的时刻；

当 $\Delta t=4$ s 时，$t=5.0$ s，这是与第五个小球相遇的时刻；

当 $\Delta t=5$ s 时，$t=5.5$ s，这是与第六个小球相遇的时刻。

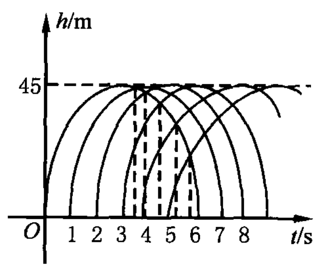


图 1.2－3

除上述分析计算法之外，还可用图象法解决本题。根据题意，定性画出 h-t 图象，如图 1.2－3 所示。根据各球图象的交点及相应的坐标，可以看出：每一个小球在空中能与 5 个小球相遇，时间依次是 $t_1=3.5$ s，$t_2=4.0$ s，$t_3=4.5$ s，$t_4=5.0$ s，$t_5=5.5$ s。当然第一问同样可以迎刃而解。

【例 5】 一质点由原点从静止开始沿 x 轴运动，在 $0\sim x_0$ 段加速度为 a，在 $x_0\sim 2x_0$ 段加速度为 $2a$。求：

(1) 质点在 $x=x_0$ 和 $x=2x_0$ 时的速度。

(2) 在 $0\sim 2x_0$ 内运动的总时间。

解析 设质点在 $x=x_0$ 和 $x=2x_0$ 时的速度分别为 v_1、v_2，在 $0\sim x_0$ 和 $x_0\sim 2x_0$ 运动时间分别为 t_1、t_2，总时间为 t。

则 $v_1^2=2ax_0$，①

$v_2^2-v_1^2=2\times 2ax_0$，②

$t_1=\frac{v_1}{a}$，③

学习札记

纠错笔记

$t_2=\dfrac{v_2-v_1}{a}$， ④

$t=t_1+t_2$， ⑤

由此可得 $v_1=\sqrt{2ax_0}$，$v_2=\sqrt{6ax_0}$，$t=\dfrac{\sqrt{2ax_0}+\sqrt{6ax_0}}{2a}$。

高考水平

1. 一个质量为 m 的物块由静止开始沿斜面下滑，拍摄其下滑过程得到的频闪照片如图 1.2－4 所示（第一次闪光时物块恰好开始下滑）。已知闪光频率为每秒 10 次，根据照片测得物块相邻两位置之间的距离分别为 $\overline{AB}=2.40\ \text{cm}$，$\overline{BC}=7.30\ \text{cm}$，$\overline{CD}=12.20\ \text{cm}$，$\overline{DE}=17.10\ \text{cm}$。问物块经过 D 点时的速度为多大？滑块运动的加速度为多大？（保留 3 位有效数字）

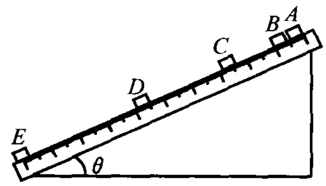


图 1.2－4

2. 一个固定在水平面上的光滑物块，其左侧面是斜面 AB，右侧面是曲面 AC，如图 1.2－5 所示。已知 AB 和 AC 的长度相同。两个小球 p、q 同时从 A 点分别沿 AB 和 AC 由静止开始下滚，哪个小球最先到达水平面（　　）

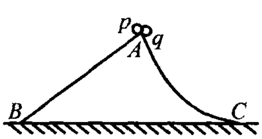


图 1.2－5

A. p 小球　　B. q 小球

C. 两小球同时到　　D. 无法确定

3. 摩托车在平直公路上从静止起动，加速度 $a_1=1.6\ \text{m/s}^2$；前进了一段距离后，开始做匀速运动；快到目的地时，又以 $a_2=-6.4\ \text{m/s}^2$ 的加速度做减速运动，直到停止。已知这一过程共历时 130 s，行程 1 600 m。

(1) 求摩托车行驶的最大速度 v_m。

(2) 若摩托车仍从静止起动，a_1、a_2 不变，直到停下。要完成上述行程，所需的最短时间为多少？

4. 如图 1.2－6 所示，悬挂的直杆 AB 长 L_1。在与其下端相距 L_2 处，有一长为 L_3 的无底圆筒 CD。若将悬线剪断，求直杆穿过圆筒所用的时间。

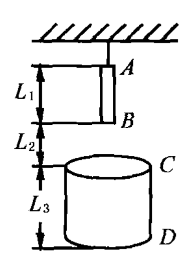


图 1.2－6

纠错笔记

5. 将一个粉笔头轻放在以 2 m/s 的恒定速度运动的水平传送带上后，传送带上留下一条长度为 4 m 的划线。若使该传送带改做匀减速运动(加速度的大小为 $a=1.5\ \mathrm{m/s^2}$)，并且在传送带开始做匀减速运动的同时，将另一个粉笔头轻放在传送带上，那么该粉笔头在传送带上能留下一条多长的划线？(取 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$)

6. 某人在地面上以初速度 $2v_0$ 竖直上抛一物体 A 后，又以初速度 v_0 在同一地点竖直上抛另一物体 B。若要使两物体能在空中相遇，两物体抛出的时间间隔 Δt 必须满足什么条件？(不计空气阻力)

自主招生

7. 从没有关紧的水龙头里流出一股细细的水。若仅有一把直尺，你将如何测出水的流速以及水的体流量(即单位时间内从龙头里流出的水的体积)？

8. 利用超声波遇到物体发生反射这一特点，可测定物体运动的有关参量。如图 1.2－7 甲所示，仪器 A 和 B 通过电缆线连接，B 为超声波发射与接收一体化装置。仪器 A 和 B 提供超声波信号源，而且能将 B 接收到的超声波信号进行处理，并在屏幕上显示其波形。现固定装置 B，并将它对准匀速行驶的小车 C，使其每隔固定时间 T_0 发射一短促的超声波脉冲，如图乙中幅度较大的波形。反射波滞后的时间已在图中标出，其中 T 和 ΔT 为已知量，另外还知道该测定条件下超声波在空气中的速度为 v_0。根据所给信息，求小车的运动方向和速度大小。

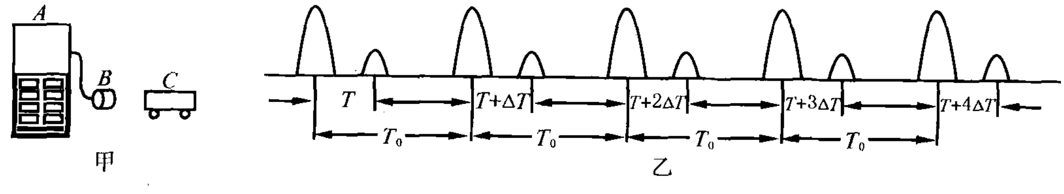


图 1.2－7

纠错笔记

竞赛提高

9. 由 5 块边长为 l 的正方形薄板做成一个小屋，如图 1.2－8 所示。已知水滴沿屋顶从 A 端流到 B 端所用的时间是从 B 端流到底面 C 点所用时间的 2 倍。若水滴从 A 点自静止流下，它从 A 点到 C 点共需多长时间？

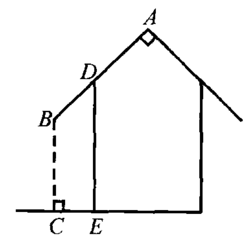


图 1.2－8

10. 甲、乙、丙三辆车行驶在平直公路上，车速分别为6 m/s、8 m/s、9 m/s。当甲、乙、丙三车依次相距 5 m时，乙驾驶员发现甲车开始以 1 m/s^2 的加速度做减速运动，于是乙也立即做减速运动，丙车也同样处理，如图 1.2－9 所示。若直到三车都停下来时未发生撞车事故，丙车减速运动的加速度至少应为多大？

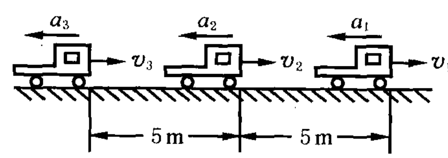


图 1.2－9

§ 1.3 曲线运动

知识概要

学习札记

1. 曲线运动

质点做曲线运动时，其瞬时速度的方向总是沿着该点的切线方向。若质点在 Δt 时间内沿曲线由 A 点运动到 B 点，速度由 v_A 变化到 v_B，则其速度增量 Δv 为两者的矢量差，即 $\Delta v = v_B - v_A$。这个速度增量又可分解成两个分量：在 v_B 上取一段 AC 等于 v_A，则 Δv 分解成 Δv_1 和 Δv_2，其中 Δv_1 表示质点由 A 运动到 B 的速度方向上的增量，Δv_2 表示速度大小上的增量。法向加速度 a_n 表示质点做曲线运动时速度方向改变的快慢，其大小为在 A 点的曲率圆的向心加速度：

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{v_A^2}{R_A}$$

其方向指向 A 点的曲率中心。切向加速度 a_τ 表示质点做曲线运动时速度大小改变的快慢，方向也是沿切线方向，其大小为：

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_2}{\Delta t}$$

总加速度 a 为法向加速度和切向加速度的矢量和。

学习札记

2. 抛体运动

根据运动的叠加原理，抛体运动可看成由两个直线运动叠加而成。常用的处理方法是：将抛体运动分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀变速直线运动，如图 1.3－1 所示。取抛体轨迹所在平面为平面，抛出点为坐标原点，水平方向为 x 轴，竖直方向为 y 轴，则抛体运动的规律为：

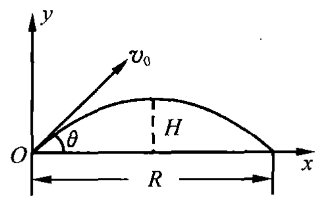


图 1.3－1

$$\begin{cases}a_x=0,\\a_y=-g;\end{cases}\quad\begin{cases}v_x=v_0\cos\theta,\\v_y=v_0\sin\theta。\end{cases}$$

$$x=v_0\cos\theta\cdot t,\ y=v_0\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2。$$

其轨迹方程为 $y=x\tan\theta-\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$。

这是开口向下的抛物线方程，当 $\theta=0$ 时表示物体做平抛运动。对于抛体运动，还可以用其他方法分解。

3. 圆周运动

(1) 匀速圆周运动。

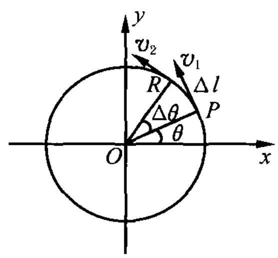


图 1.3－2

角速度：$\omega=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$，

线速度：$v=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta l}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{R_0\theta}{\Delta t}=\omega R$；

向心加速度：$a_n=\dfrac{v^2}{R}=\omega^2R=\omega v$（向心加速度只改变速度的方向，不改变速度的大小）。

(2) 变速圆周运动。

角加速度：$\beta=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$；

加速度：$a=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta v_\tau}{\Delta t}+\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta v_n}{\Delta t}=a_\tau+a_n$；

其中，a_τ、a_n 就是切向加速度和法向加速度。

$a_\tau=\beta R,\ a_n=\dfrac{v^2}{R}=\omega^2R$，

β 为常量的圆周运动，称为匀变速圆周运动，它具有类似于变速直线运动的规律。

$\omega=\omega_0+\beta t$，

$\theta=\omega_0t+\dfrac{1}{2}\beta t^2$，

$v_0=\omega_0R$，

$v=\omega R=v_0+\beta Rt=v_0+a_\tau t$。

例题解析

【例 1】 从高为 H 的地方 A 平抛一物体，其水平射程为 $2s$；在 A 点正上方距地面 $2H$ 的 B 点，以相同方向平抛另一物体，其水平射程为 s。已知两物体在空中的运动轨迹在同一竖直平面内，且都从同一个屏的顶端擦过。求屏的高度。

解析 本题涉及两个平抛运动，但未给出运动示意图。若画出如图 1.3－3 所示的轨迹图，其运动情境就一目了然了。处理此题的关键在于认识两个平抛运动轨迹的交点就是屏的

学习札记

顶端M点。

对照图1.3-3所示轨迹示意图，建立xOy平面直角坐标系。关于两个平抛运动，有如下方程：

$2s=v_A\sqrt{\frac{2H}{g}}$，$s=v_B\sqrt{\frac{4H}{g}}$。

联立以上两式，得$\frac{v_A}{v_B}=2\sqrt{2}$。

设屏上端M点的坐标为(x,y)，又A、B从抛出运动至M点所需时间分别为t_A、t_B，且有：

$t_A=\frac{x}{v_A}$，$t_B=\frac{x}{v_B}$。

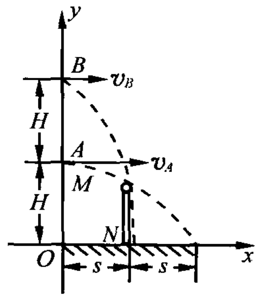


图1.3-3

关于A、B的竖直方向分运动，有对应方程：

$H-y=\frac{1}{2}gt_A^2$，$2H-y=\frac{1}{2}gt_B^2$，

联立得出：$\frac{H-y}{2H-y}=\frac{v_B^2}{v_A^2}=\frac{1}{8}$。

解上式得$y=\frac{6}{7}H$，此即屏的高度。

【例2】 在水平地面上方10 m某处，以20 m/s的初速度沿斜向上方抛出一物体。求该物体的最大射程（空气阻力不计，$g=10\ \text{m/s}^2$）。

解析 斜抛运动可看成由沿v_0方向匀速直线运动和自由落体运动的合成，由此作出斜抛运动的位移矢量三角形，如图1.3-4所示。由图所示的几何关系有

$\frac{v_0t}{\cos\alpha}=\frac{\frac{gt^2}{2}}{\sin(\theta+\alpha)}$，

因此$t=\frac{2v_0\sin(\theta+\alpha)}{g\cos\alpha}$，

$x=v_0t\cos\theta=\frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos\alpha}=\frac{2v_0^2}{g}(\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta\tan\alpha)$，

而$\tan\alpha=\frac{H}{x}$，$\sin\theta\cos\theta=\frac{\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$，$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}$，

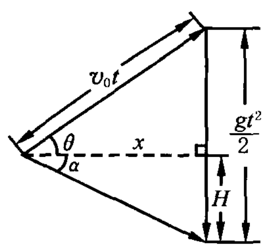


图1.3-4

将以上三式及已知数值代入整理后得$x^2\tan\theta-80x\tan\theta+(x^2-800)=0$。

上式可看成$\tan\theta$的二次方程，要使$\tan\theta$有解，则其根判别式必须不小于零，即

$\Delta=(80x)^2-4x^2(x^2-800)\geqslant0$，

$x^2\leqslant2\ 400$，

$-20\sqrt{6}\ \text{m}\leqslant x\leqslant20\sqrt{6}\ \text{m}$。

故最大射程$x_m=20\sqrt{6}\ \text{m}$。

【例3】 如图1.3-5所示，一根长为L的细杆A可绕通过O点的水平轴在竖直平面内转动，初始时杆处于水平位置。在与轴距离为a处放一小球，球也静止。如果让杆突然以角速度ω绕O轴向下转动，要使杆与小球相碰，ω应取何值？

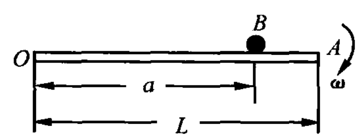


图1.3-5

解析 如图1.3-6所示，杆突然转动，A、B脱离接触，球自由下落，其运动轨迹为直线BC。杆匀速转动，球做匀变速运动。开始时，小球落后于杆；当球到达C点前，杆位于θ范围内，球就会与杆相碰。ω较小时，球追上杆相碰；ω较大时，杆转一周后又追上球相碰。

学习札记

以杆开始转动时为计时起点。

①ω 较小时，设球由 B 运动到 C 需时 t_1，杆转过 θ 角度需时 t_2，则

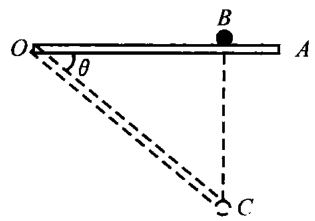


图 1.3-6

$$\overline{BC}=\frac{1}{2}gt_1^2,$$

$$\theta=\omega t_2,$$

$$\overline{BC}=\sqrt{L^2-a^2},\cos\theta=\frac{a}{L},$$

$$\frac{1}{2}gt_1^2=\sqrt{L^2-a^2},$$

$$t_1=\sqrt{\frac{2\sqrt{L^2-a^2}}{g}},$$

$$\theta=\omega t_2=\arccos\frac{a}{L},t_2=\frac{1}{\omega}\arccos\frac{a}{L}。$$

要使球与杆相碰，必须有 $t_1\leqslant t_2$，即

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{L^2-a^2}}{g}}\leqslant\frac{1}{\omega}\arccos\frac{a}{L},$$

解得 $\omega\leqslant\sqrt{\frac{g}{2}}(L^2-a^2)^{-\frac{1}{4}}\arccos\frac{a}{L}$。

②ω 较大时，杆转动一周后再追上球相碰。设杆转 $(2\pi+\theta)$ 所用时间为 t_3，则有 $2\pi+\theta=\omega t_3$。

$$t_3=\frac{2\pi+\theta}{\omega}=\frac{1}{\omega}\left(2\pi+\arccos\frac{a}{L}\right),$$

要使两者相碰必须有 $t_3\leqslant t_1$，则

$$\frac{1}{\omega}\left(2\pi+\arccos\frac{a}{L}\right)\leqslant\left(\frac{2\sqrt{L^2-a^2}}{g}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\omega\geqslant\sqrt{\frac{g}{2}}(L^2-a^2)^{-\frac{1}{4}}\left(2\pi+\arccos\frac{a}{L}\right)。$$

【例 4】 (1) 一物体做斜抛运动，抛出速度 v 与水平面夹角为 θ，求落回抛出平面时与抛出点的距离。

(2) 以速度 v_0 抛出一个小球，抛球方向与某一水平面夹角为 θ，球落回抛出平面时与抛出点的距离为 L，求抛出速度的最小值以及此时的 θ 值。

解析 将斜抛运动分解为水平方向的匀速直线运动和竖直上抛运动。

(1) 由竖直上抛运动求得运动时间 $t=\frac{2v\sin\theta}{g}$，

则物体落回抛出平面时与抛出点的距离 $x=v\cos\theta\cdot t=\frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\frac{v^2\sin2\theta}{g}$。

(2) 由竖直方向的运动情况求得运动时间 $t=\frac{2v_0\sin\theta}{g}$，

则 $L=v_0\cos\theta\cdot t=\frac{v_0^2\sin2\theta}{g}$。

当 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 时，抛出速度有最小值 $v_{\min}=\sqrt{gL}$。