浙大优学

◎ 王向东 主编

金牌奥赛
高分教材

JINPAI AOSAI GAOFEN JIAOCAI

4年级 数学

SHUXUE SINIANJI

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

金牌奥赛高分教材系列丛书

JINPAI AOSAI GAOFEN JIAOCAI

◇ 金牌奥赛高分教材 语文三年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文四年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文五年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文六年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文七年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文八年级
◇ 金牌奥赛高分教材 语文九年级

◇ 金牌奥赛高分教材 数学三年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学四年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学五年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学六年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学七年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学八年级
◇ 金牌奥赛高分教材 数学九年级

◇ 金牌奥赛高分教材 英语七年级
◇ 金牌奥赛高分教材 英语八年级
◇ 金牌奥赛高分教材 英语九年级

◇ 金牌奥赛高分教材 物理八年级
◇ 金牌奥赛高分教材 物理九年级

◇ 金牌奥赛高分教材 化学九年级

ISBN 978-7-308-09484-9

9 787308 094849 >

定价：12.00元

金牌奥赛高分教材

数学四年级

主　　编　王向东
副 主 编　屠新民　何夏明
编　　委　刘富森　杜　瑜　王慧心
　　　　　尹克新　陈　杰　刘德存

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

金牌奥赛高分教材．数学．四年级 / 王向东主编．
—杭州：浙江大学出版社，2012．1
ISBN 978-7-308-09484-9

Ⅰ．①金… Ⅱ．①王… Ⅲ．①小学数学课—教学参考资料 Ⅳ．①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 272193 号

金牌奥赛高分教材．数学．四年级

王向东 主编

责任编辑	夏晓冬
封面设计	刘依群
出版发行	浙江大学出版社 （杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007） （网址：http://www.zjupress.com）
排　　版	浙江时代出版服务有限公司
印　　刷	临安市曙光印务有限公司
开　　本	787mm×1092mm 1/16
印　　张	6.75
字　　数	165 千
版 印 次	2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-308-09484-9
定　　价	12.00 元

前　言

中小学学科奥林匹克竞赛(简称学科奥赛)是我国覆盖面最广、参加人数最多、影响最大的一项中小学生学科竞赛活动。学科奥林匹克是由体育奥林匹克借鉴、引申而来。国际数学奥林匹克(简称 IMO)、国际物理奥林匹克(简称 IPHO)、国际化学奥林匹克(简称 ICHO)等是国际上影响较大的中学生学科竞赛活动,每年都受到了千百万青少年学生的向往与关注。之所以受到如此关注,究其原因是奥赛具有很强的创新性、灵活性、综合性以及注重培养学生的探索能力和启发学生的创新意识,而这些也恰恰是素质教育的核心内容。这些也正是未来发展的需要。

中小学学科奥赛编辑部在精心研究了多年国内外这项活动及大量该类优秀图书的基础上,邀请了全国各地一些潜心耕耘于这块园地的优秀园丁,陆续编写出版了一系列有关数学、语文、英语、物理、化学、生物、信息七大学科共计 200 多个品种的奥赛和考试类读物。

浙大优学系列学科竞赛丛书的编写宗旨及特点是:

第一:高。来源于教材,又高于教材。来源于教材,就是参照教育部最新课程标准编写;高于教材,就是紧扣各级竞赛大纲,注意与各级竞赛在内容、题型及能力要求等各方面全面接轨,培养兴趣,开发智力,提高能力。

第二:准。科学准确,结构合理。各册按照学科特点进行分层设计,科学编排;依照循序渐进的原则,进行深入浅出的分析,传授全面细致的解题方法。

第三:新。书中选用的题型新颖独特,趣味性强。汇集近年国内外奥赛、中考、高考试题精华,代表当前奥赛的最高水平,体现课程改革的新概念及竞赛命题的新思想、新方法、新动态。

第四:精。精选例题,难而不怪,灵活性强,高而可攀。重在举一反三,触类旁通;重在一题多解、一题多变、一题多问;注重对思维能力的训练,不搞题海战术,使学习成为一种兴趣和爱好。

第五:名。名师荟萃,名赛集锦。中小学学科奥赛编辑部邀请了全国各地一些名牌大学教授、重点中学的特级教师、高级教师、学科带头人、著名奥林匹克金牌教练共同编写。

本系列丛书虽然从策划、编写,再到设计、出版,我们兢兢业业、尽心尽力、鞠躬尽瘁,但疏漏之处在所难免。如果您有什么意见和建议,欢迎并感谢赐教,让我们共同努力,以使本系列丛书更好地服务于广大的中小学师生。

目　　录

一、方阵问题

把若干人或物排列成正方形队列的形式，根据排列规律引出的计算问题称为方阵问题.

例 1 一堆棋子，排成正方形，多余 4 只棋子，若正方形纵横两个方向各增加一层，则缺少 9 只棋子，问棋子有多少只？

【分析】 先由多余和不够的棋子数求出纵横方向都增加一层的棋子数，再求正方形每边的棋子数.

解：纵横方向各增加一层，所差棋子只数是：$4+9=13$(只)，

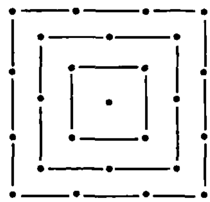
若棋子增加 9 只后，则正方形每边棋子只数是：$(13+1)\div 2=7$(只)，

原来棋子只数是：$7\times 7-9=40$(只)，

答：有棋子 40 只.

例 2 李老师用棋子摆成一个 5 层的实心方阵，最多用多少枚棋子？最少用多少枚棋子？

【分析】 根据方阵的特点，可以分层来讨论.



解：最少：圆心是 1 个棋子，从里到外每边是 1，2，3，4，5 个，那么：

第一层是 1 个，

第二层是$(2-1)\times 4=4$(个)，

第三层是$(3-1)\times 4=8$(个)，

第四层是$(4-1)\times 4=12$(个)，

第五层是$(5-1)\times 4=16$(个)，

共有：$1+4+8+12+16=41$(个).

最多：圆心是 4 个棋子，从里到外每边是 2，3，4，5，6 个，那么：

第一层是 4 个，

第二层是$(3-1)\times 4=8$(个)，

第三层是$(4-1)\times 4=12$(个)，

第四层是$(5-1)\times 4=16$(个)，

第五层是$(6-1)\times 4=20$(个)，

共有：$4+8+12+16+20=60$(个).

答：最多用 60 个棋子；最少用 41 个棋子.

例 3 四(1)班参加运动会入场式，排成一个方阵，最外层一周的人数为 20 人，问方阵最外层，每边的人数是多少？这个方阵共有多少人？

【分析】 根据四周的人数与每边人数的关系可知：每边人数＝四周人数$\div 4+1$，可以求这个方阵最外层每边的人数，那么这个方阵队列的总人数就可以求了.

解：(1)方阵最外层每边的人数：$20\div 4+1=5+1=6$(个)，

(2)整个方阵共有学生人数：$6\times 6=36$(人).

答：方阵最外层每边的人数是 6 人，这个方阵共有 36 人.

例 4 佳佳用棋子摆成一个三层空心方阵，如果最外层每边有棋子 15 个，佳佳摆这个

方阵最里层一周共有多少个棋子？摆这个三层空心方阵共用了多少个棋子？

【分析】 (1)方阵每向里面一层，每边的个数就减少2个，知道最外面一层每边放15个，可以求出最里层每边的个数，就可以求出最里层一周放棋子的总数.

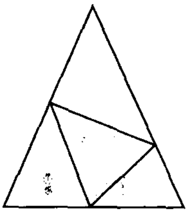
(2)根据最外层每边放棋子的个数减去这个空心方阵的层数，再乘以层数，再乘以4就可以，计算出这个空心方阵共用棋子多少个.

解：(1)最里层一周棋子的个数是(15－2－2－1)×4＝40(个)，

(2)这个空心方阵共用的棋子数是：(15－3)×3×4＝144(个).

答：这个方阵最里层一周有40个棋子，摆这个空心方阵共用144个棋子.

例5 王老师的家中，有一个由四个大小相同的不等边三角形组成的大三角形花坛，王老师在这个花坛中种了若干棵菊花，已知每个小三角形每边上种菊花5棵，问大三角形的一周有菊花多少棵？王老师一共种菊花多少棵？



【分析】 (1)如图，由题意可知大三角形的一条边是由两条小三角形的边组成的，而在大三角形一条边的中间那棵花，是两条小三角形的边所共用的，所以如果小三角形每边种花5棵，那么大三角形每边上种花的棵数就是5×2－1＝9(棵).又由于大三角形三个顶点上的3棵花，都是大三角形的两条边所共用的，所以大三角形一周种花的棵数等于大三角形三边上种花棵数的和减去三个顶点上重复计算的3棵花，即9×3－3＝24(棵)就是大三角形一周种花的棵数.

(2)三角形各边上种菊花的总和，等于中间小三角形一周种花的棵数，加上大三角形一周种花的棵数，再减去重复计算的3棵花(因为里边小三角形的三个顶点上的3棵花，也分别是外边大三角形每条边上的1棵花).

解：(1)大三角形一周上种花的棵数是：(5×2－1)×3－3＝24(棵)，

(2)中间小三角形一周种的菊花是：(5－1)×3＝12(棵)，

(3)王老师家一共种菊花：24＋12－3＝33(棵).

答：大三角形上共种24棵菊花，王老师家一共种了33棵菊花.

例6 有杨树和柳树以隔株相同的种法，种成7行列的方阵，问这个方阵最外层有杨树和柳树各多少棵？方阵中共有杨树、柳树各多少棵？

【分析】 根据已知条件柳树和杨树的种法有如下两种.分别是不管是柳树种在方阵最外层的角还是杨树种在方阵最外层的角，或者方阵中除最里边一层外其他层杨树和柳树都是相同的.因而两种树的棵数相等，即最外层杨树、柳树分别为(7－1)×4÷2＝12(棵).

当柳树在方阵最外层的角上时，最内层的一棵是柳树，当杨树种在方阵最外层的角上时，最内层的一棵是杨树，即在方阵中，两种树总数相差1棵.

解：(1)最外层两种树的棵数分别为：(7－1)×4÷2＝12(棵)，

(2)当杨树种在最外层角上时，杨树比柳树多1棵.

杨树：(7×7＋1)÷2＝25(棵)，

柳树：7×7－25＝24(棵).

答：由两种方法中，方阵最外层都有两种树各12棵，方阵中总共有杨树25棵，柳树24棵，或者杨树24棵，柳树25棵.

奥赛练习一

1. 有学生若干名，排成中实的方阵则多 2 人，若在这个方阵纵横两个方向各增加一行还少 5 人，问总共有学生多少人？

2. 一张桌子四周可以坐 4 人，两张桌子拼起来可以坐 6 人，三张桌子拼起来可以坐 8 人，依次类推，问 20 张桌子拼起来可以坐多少人？如果有 78 人要坐下，需多少张桌子拼起来？

3. 仪仗队员组成两个实心方阵，甲方阵每边 12 人，后来两队合在一起排成一个中空的丙方阵，丙方阵最外层一边人数比乙方阵最外层一边人数多 4 人，又原来甲方阵的人正好填满丙方阵的空心. 求原乙方阵每边的人数(指最外层一边人数).

4. 有一个圆片摆成的两层中空方阵，外层每边有 16 个圆片，如果把内层的圆片取出来，在外层再摆一层，变成一个新的中空方阵，应再增加多少个圆片？

5. 现在有松树和柏树以隔株相同的种法，种成 9 行 9 列的方阵，问这个方阵最外层有松树和柏树各多少棵？

6. 五年级(2)班的学生参加体操比赛表演，排成的队形是由 7 个人为一边的 6 个三角形组成的一个正六边形，求正六边形一周共有多少名学生？五(2)班参加体操表演的共有多少人？

7. "六一"儿童节前夕，在校园雕塑的周围，用 204 盆鲜花围成了一个每边三层的方阵，求最外面一层每边有鲜花多少盆？

二、最短路线

通常最短路线问题是以“平面内连接两点的线中，直线段最短”为原则引申出来的，人们在生产生活实践中，常常遇到带有某种限制条件的最近路线即最短路线问题.

如果研究问题的限制条件允许已知的两点在同一平面内，那么所求的最短路线是线段.如果他们位于凸面的不同平面上，那么所求的最短路线即是折线段.如果他们位于圆柱和圆锥面上，那么所求的最短路线即是曲线段.当研究曲面仅限于平面上时，将他们(圆柱、圆锥)展开在同一平面上，两点间的最短路线则是连接两点的直线段.

在求最短路线时，一般先用“对称”的方法转化成两个点之间的最短距离问题，而两点之间直线段最短，从而找到所需的最短路线.

例 1 如图 2-1 中线段表示的是卡车所经过的所有马路，求这辆卡车从 A 处到 B 处共有多少条最短路线？

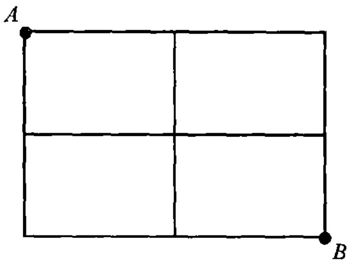


图 2-1

【分析】 为了更形象地表述线段，我们在各交叉点都标上字母，如图 2-2：

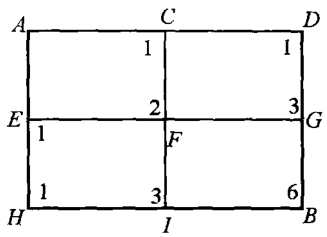


图 2-2

首先我们应该明白卡车从 A 点到 B 点的最短路线到底有多长，由图可知，从 A 点走到 B 点，无论怎么走，最短也要走长方形 $AHBD$ 的一个长与一个宽，即 $AD+DB$，因此，在水平方向上，所有线段的长度和应等于 AD，在竖直方向上，所有线段的长度和应等于 DB，这样我们走的这条路线才是最短路线.为了保证这一点，我们就不应该走“回头路”即在水平方向上不能向左走，在竖直方向上不能向上走，因此只能向右和向下走.

解：(1)看 C 点：由 A,F,D 都可以到达 C，而 $F\rightarrow C$ 是由下向上走，$D\rightarrow C$ 是由右向左走，这两条路不管以后怎样走都不可能是最短路线，因此从 A 到 C，只有一条路线.同样道理：从 A 到 D，从 A 到 E，从 A 到 H 也都只有一条路线，则我们可以把数字“1”分别标在 C，

D,E,H 这四个点上.

(2)看 F 点,从上向下走是 $C\to F$,从左向右走是 $E\to F$,那么从 A 点出发到 F,可以是 $A\to C\to F$,也可以是$A\to E\to F$,共有两种走法,我们在图中的 F 点标上数字"2",$2=1+1$(备注:第 1 个"1"是从 $A\to C$ 的一种走法;第二个"1"是从 $A\to E$ 的一种走法).

(3)看 G 点:从上向下走是 $D\to G$,从左向右走是 $F\to G$,那么 $A\to G$ 可以这样走:

$A\to C\to D\to G$, $\left.\begin{matrix}A\to C\\A\to E\end{matrix}\right\rangle\to F\to G$,共有三种走法.我们在 G 点标上"3",即 $3=2+1$,"2"是从 $A\to F$ 的两种走法,"1"是从 $A\to D$ 的一种走法.

(4)看 I 点,从上向下走是 $F\to I$,从左向右走是 $H\to I$,那么从 $A\to I$ 可以这样走:

$\left.\begin{matrix}A\to C\\A\to E\end{matrix}\right\rangle\to F\to I$, $A\to E\to H\to I$,共有三种走法.在 I 点标上"3",$3=2+1$,"2"是从 $A\to F$ 的两种走法;"I"是从 $A\to H$ 的一种走法.

(5)看 B 点,从上向下走是 $G\to B$,从左向右走是 $I\to B$,那么从 $A\to B$ 可以这样走:

$\begin{matrix}A\to C\to D\\ \left.\begin{matrix}A\to C\to F\\A\to C\to F\end{matrix}\right\rangle\to G\to B\end{matrix}$ $\qquad$ $\begin{matrix}\left.\begin{matrix}A\to E\to F\\A\to E\to F\end{matrix}\right\rangle\to I\to B\\A\to E\to H\end{matrix}$

共有 6 种走法,$6=3+3$,第一个"3"是从 $A\to G$ 共有三种走法,第二个"3"是从 $A\to I$ 共有三种走法,在 B 点标上"6".

由上面的分析可以得到如下的规律;每个格右上角与左下角所标的数字和即为这格右下角应标的数字,我们称为"对角线法",也叫标号法.根据这种"对角线法"B 点标"6",那么从 A 到 B 就有 6 条不同的最短路线.

例 2 如图 2-3,侦察员骑马从 A 地出发,去 B 地取情报,在去 B 地之前需要先饮一次马,如果途中没有重要障碍物,那么侦察员选择怎样的路线最节省时间,请你在图中标出来.

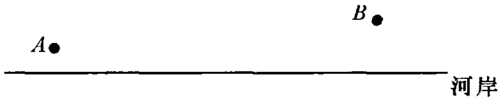


图 2-3

【分析】 选择最节省时间的路线就是要选择最短路线.

解:如图 2-4,作点 A 关于河岸的对称点 A',即作 AA'垂直于河岸,与河岸交于 C,且使 $AC=A'C$,连结 $A'B$ 交河岸于一点 P,这时 P 点就是饮马的最好位置,连接 PA,此时 $PA+PB$ 就是侦察员应选择的最短路线.

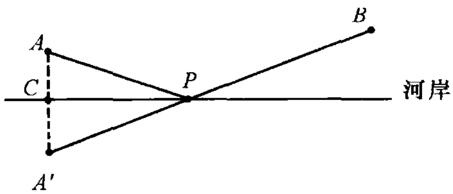


图 2-4

例 3 如图 2-5，小河边有两个村庄 A、B，要在河边建一自来水厂向 A 村与 B 村供水.

(1)若要使水厂到 A，B 村的距离相等，则应选择在哪里建厂？

(2)若要使水厂到 A，B 村的水管最省料，应建在什么地方？

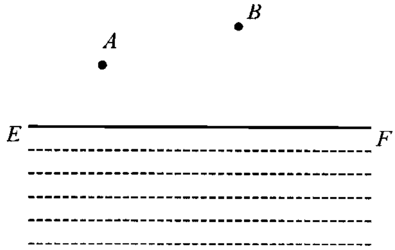


图 2-5

【分析】 (1)先连接 AB，作线段 AB 的垂直平分线交于 EF 于 P 点(备注：根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等).

(2)要使水厂到 A 村、B 村的距离和最短，可想到模拟“两点之间线段最短”.

解：(1)如图 2-6：

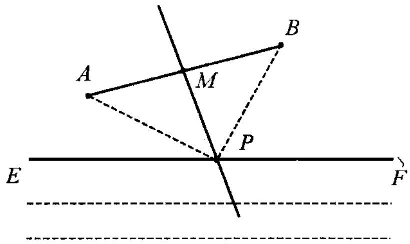


图 2-6

连结 AB，取线段 AB 的中点 M，过 M 点作 AB 的垂线交 EF 于点 P，则点 P 到 A，B 的距离相等.

(2)如图 2-7：

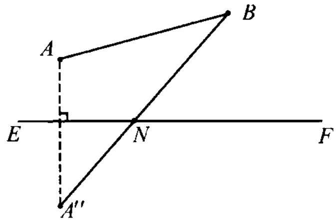


图 2-7

过 A 点作关于河岸的对称点 A'，连结 $A'B$ 交 EF 于点 N，则点 N 到 A，B 的距离和最短.

例 4 如图 2-8，两条公路 OA、OB 相交，在两条公路的中间有一个油库，设为点 P. 如果在两条公路上各设置一个加油站，请你设计一个方案，把两个加油站设在何处，可使运油车从油库出发，经过一个加油站，再到另一个加油站，最后回到油库所走的路程最短.

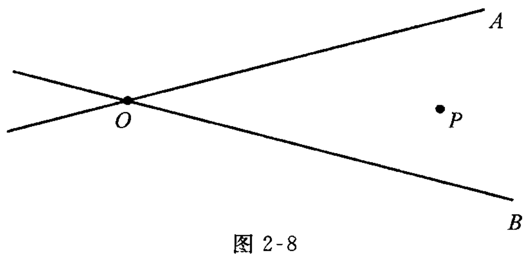


图 2-8

【分析】 这是一个实际问题，分别作点 P 关于直线 OA 和 OB 的对称点 P_1,P_2，连结 P_1P_2 分别交 OA,OB 于 C,D. C,D 两点就是使运油车所走路程最短，而建加油站的地点，那么是不是最短的路程呢？我们可以用三角形的三边关系进行说明.

解：分别作点 P 关于直线 OA 和 OB 的对称点 P_1,P_2，连结 P_1P_2 分别交 OA,OB 于 C，D，则 C,D 就是建加油站的位置. 若取异于 C,D 两点的点，则由三角形的三边关系可知在 C,D 两点建加油站运油车所走的路程最短.

如图 2-9：

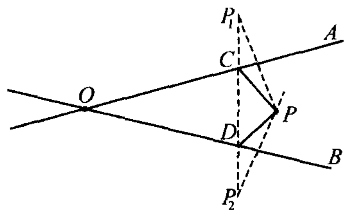
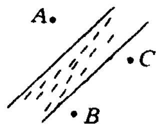


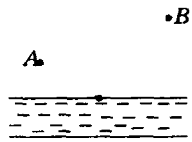
图 2-9

奥赛练习二

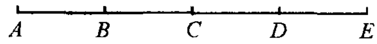
1. 如图，在河的两岸共有三个村子 A,B,C. 问应在河的什么位置架两座桥，使两岸人们来往路程最短？(两座桥都垂直于河岸).



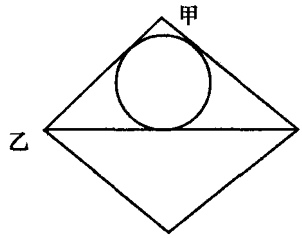
2. 如图，侦察员骑马从 A 地出发去 B 地取情报，在去 B 地之前先要到河边饮一次马，如果途中没有重要障碍物，那么侦察员选择怎样的路线最节省时间？



3. 街道旁有五幢居民楼 A,B,C,D,E，如图，现在要立一个邮筒，为了使五幢楼的居民到邮筒的距离之和最短，邮筒应立在何处？



4. 下图实线段代表小路，请你考虑一下，能够不重复地爬遍小路的是甲蚂蚁还是乙蚂蚁？该怎样走路线最短？



5. 某人住在甲地，先去河边挑水，再去乙地浇菜，问最省力路线怎么画？（如下图）

三、定义新运算

题目中所规定的有别于我们常学的新的运算法则,叫做定义新运算.

例1 定义一种新的运算“$*$”,规定 $a*b=(a\times b)+(a+b)$.求 $6*7$,$9*10$ 各等于多少?

【分析】 解答这类定义新运算的题目,关键是理解新定义的实质,此题规定的新运算的实质是:两个数进行“$*$”运算的结果等于这两个数的积再加上这两个数的和.

解:$6*7=(6\times7)+(6+7)=42+13=55$,

$9*10=(9\times10)+(9+10)=90+19=109$,

答:$6*7=55$;$9*10=109$.

例2 如果规定 $8*1=8$,$7*2=7+77$,$6*3=6+66+666$,$5*4=5+55+555+5555$,那么 $3*5$ 为多少?

【分析】 从前面几个算式知道运算符“$*$”代表的是几个数值相加,符号前面的数是第一个加数,且后一个加数都比前一个加数多一个数位,每个加数各个数位上的数字都和“$*$”前的数字一样,而“$*$”后面的数就是加数的个数,从而我们可规定 $a*b=a+\overline{aa}+\overline{aaa}+\cdots+\underbrace{\overline{a\cdots a}}_{b个a}$,从而可计算出 $3*5$.

解:$3*5=3+33+333+3333+33333=37035$,

答:$3*5=37035$.

例3 对于任意自然数 a,b,如果 $a*b=4a+8b$,已知 $x*(5*6)=2004$,求 x 的值.

【分析】 根据一般的计算规则,首先要先计算括号里面的值,即 $5*6=4\times5+8\times6=68$.再根据定义新运算的规则,将 $x*68$ 化为四则运算的形式是 $4x+8\times68$.

解:$4x+8\times68=2004$,

$4x+524=2004$,

$4x=1480$,

$x=370$.

答:$x=370$.

例4 设 a、b 都表示数,规定 $a\triangle b=6\times a-4\times b$,(1)求 $3\triangle4$,$5\triangle3$ 的值,这个运算“$\triangle$”有交换律吗?(2)求 $(17\triangle7)\triangle2$ 的值,这个运算“$\triangle$”有结合律吗?(3)已知 $4\triangle b=4$,求 b 的值.

【分析】 解定义新运算这类题的关键是抓住定义的本质问题,而本题的定义新运算的本质就是:用“$\triangle$”前面的数的6倍减去“$\triangle$”后面的数的4倍.

解:(1)$3\triangle4=6\times3-4\times4=2$,

$5\triangle3=6\times5-4\times3=18$.

由上可知“$\triangle$”没有交换律.

(2)要计算 $(17\triangle7)\triangle2$,应该先计算括号内的数,有 $17\triangle7=6\times17-4\times7=74$;再计算