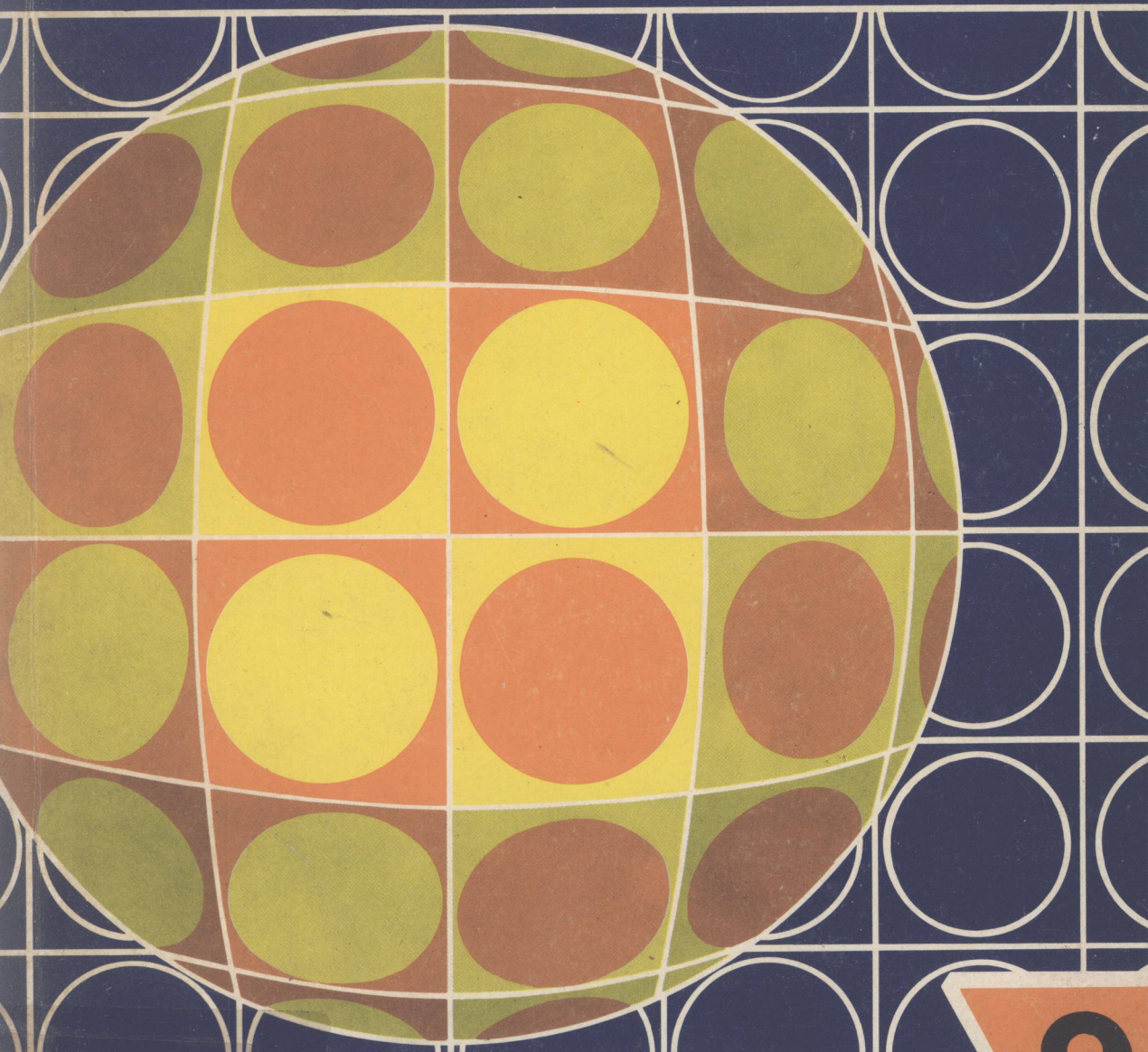
香港中學適用

數學



9

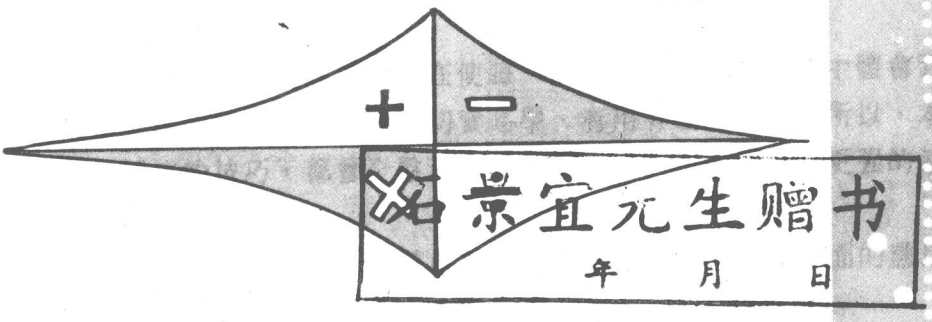
018880
G634.6
882
9

數學

第九册

勞國維　廖滌塵

香港大學圖書館藏書



香港人人書局有限公司印行

S9000152

致　謝

承蒙香港葛量洪師範學院前任校長郭煒民先生 B. Sc., Dip. Ed. (H.K.), Dip. C. S. (Leeds) 校訂本書，並担任編纂顧問，在內容取材，風格體制，行文表達，和教學配合等方面，指導詳盡，提供具體幫助，使本書順利完成，謹申謝忱。

編者謹識

S 018886

本書的使用方法——代編輯例言

本書依照教育司署課程發展委員會最新課程而編寫。也是一本配合香港考試局數學科會考課程三的中學數學課本，適合各校中一至中五年級採用。特在這裏說明本書的編輯目標、原則和使用方法，給教師和同學做參考。

(一) 本書第一至六册適合中一至中三年級學生使用，第七、八兩册適合中四年級學生使用。第九、十兩册適合中五年級學生使用。

(二) 本書的編寫目標，在使每一個學生都能夠從本書中體會到，數學不但是人類生活的實用工具，更是切實易學、有用有趣的科目。所以，本書對資料的選取，編寫的技巧，都曾全盤考慮，務使同學們在學習上有更强的適應力。

(三) 本書編寫原則除著重數學在商業、科學和工藝方面的應用外，並爲學生奠定數學基礎，使有升讀中六的能力。

(四) 本書教材的處理，由具體到抽象，由特殊到一般，透過討論展開教材，鼓勵學生自動尋求問題的結論。盡量利用直觀方法以培養學生的創造及欣賞能力，但又不失數學應有的邏輯性。

（五）我們構想數學教學，可以分爲「課前預習」、「課內講習」和「課後練習」等三個過程。所以，本書各章各節教材都是環繞這三個教學過程而編寫。爲使教者易教，學者易學，特分別說明如下：

甲、本書有不少教材，學生應在課前進行預習或準備，使在上課時能夠討論得更深入和活動得更順利。

凡在課堂上進行提問教學，教師應讓學生有適當的時間去思考或展開討論。必要時，教師也可選取適當的時機，採用自問自答的方式進行總結。

乙、「例題」示算原是教學過程中，不可或缺的步驟，既可藉此探究計算技巧、演算層次和解題規律，更可養成獨立思考和計算能力。所以本書對「例題」的編擬和佈置，十分重視，部分「例題」的計算過程、答案、甚至作圖畫線、公式、定理和結論等，有時故意沒有排印在課本裏，只預留出空白的位置，好讓學生在教師的輔導下，進行學習思考和計算，把應填的自己填上去。

丙、本書第一至六册在「例題」之後，即編擬若干「問題」，讓學生在課內試算（第七至第十册的課內試算題，則編在練習題內。教師可因應實際教學需要在其中揀選若干題目，讓學生在課內計算），這是幫助學生克服學習困難，評

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

量學習心得，和了解教學情況而特別佈置的教材。所以，「例題」和「問題」從教學上看，正是教師在堂上講，學生在堂上練的資料。

丁、本書習題編有多樣化的題目，以適應不同程度的實際要求，每教一課，教師可選擇若干題着學生在堂上或課外演算，這樣，本書的教材才會重點突出，在教學應用上才能掌握重心，在學習上才會獲得良好的成果。

戊、第七、八册附有中四年級學生適用數學作業一册，第九、十册也附有中五學生適用的作業簿一本。將全部教材作扼要整理，其中包括複習、測驗及附有答案，以方便學生溫習，希望有溫故知新、準備會考的功效。

附帶請各位注意的，在本書各章各節中，雖然並沒有特別闢出“討論”一欄，其實，須要使用討論教學的地方，處處都是。在這裏所說的討論，並不是簡易的口頭問答，而是同學們透過思考說出自己的見解和不明白的地方，在教師的輔導下進行分析和總結。又本書每册編有教學手册，專供教師使用。

目次

致謝

本書的使用方法——代編輯例言

		課本
第一章	**統計**	
1・1	集中趨勢的度量（複習）	1
1・2	加權均數	4
1・3	離差	6
	離差的度量：全距	10
	平均差	12
	方差	17
	標準差	18
1・4	標準差的性質	23
1・5	標準差的計算	33
1・6	標準差的應用	39
第二章	**比・比例**	
2・1	比的意義和比的性質	48
2・2	比例	54
2・3	比和比例在幾何學上的應用	64
2・4	行程圖解	73

第三章　不等式

3・1　不等量的基本性質　80

3・2　一元一次不等式　84

3・3　一元二次不等式　90

3・4　二元一次不等式　98

3・5　函數ａｘ＋ｂｙ在凸多邊形集內的極值　102

3・6　線性規劃　106

第四章　三角學的應用

4・1　空間概念　114

4・2　方位　124

4・3　雜例　131

中位數：中位數就是將一組數由小至大排列後，位於正中間的數。中位數記做Me。如果這組數有n個數，且n是奇數，很易知道，中位數就是第$\frac{n+1}{2}$個數；若n是偶數，則中位數是數列中第$\frac{n}{2}$個數與第（$\frac{n}{2}+1$）個數的平均數。

衆　數：一組數據中出現次數最多（即頻數最大）的數就是衆數，衆數記做Mo。

例1 試求下列數集的算術均數、中位數和衆數：

35，40，50，35，60，80，75，50，35，80

解：　算術均數

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{35+40+50+35+60+80+75+50+35+80}{10}$$

$$= \frac{540}{10}$$

$$= 54$$

求中位數，應先將各數由小至大排列：

35，35，35，40，50，50，60，75，80，80

⬆

這裏共有10個數（偶數），中位數是第$\frac{n}{2}$個數與第$\frac{n}{2}+1$個數（即第5個數與第6個數）的平均數。

第5個數是50，第6個也是50。

$\therefore$ Me$= \frac{50+50}{2} = 50$

求衆數，先列出頻數表：

數 x	頻數 f
35	3
40	1
50	2
60	1
75	1
80	2

35出現了3次，頻數最大，

$\therefore$ Mo＝35

例2 某區樓宇每月租金的分配情況如下：

每月租金	樓宇數目
$ 0—499	3
500—999	17
1000—1499	28
1500—1999	43
2000—2499	45
2500—2999	34
3000—3499	20
3500—3999	10

計算該區樓宇的平均每月租金。

解： 這是求分組數據的算術均數的例子。先要找出各組租金的組中點，然後利用公式 $\bar{x}=\frac{\sum f x}{\sum f}$，即可求得平均每月租金。

每月租金	組中點（x）	樓宇數目	f x
$ 0—499	$ 249·5	3	748·5
500—1000	749·5	17	12741·5
1000—1499	1249·5	28	34986·0
1500—1999	1749·5	43	75228·5
2000—2499	2249·5	45	101227·5
2500—2999	2749·5	34	93483·0
3000—3499	3249·5	20	64990·0
3500—3999	3749·5	10	37495·0
		$\sum f=200$	$\sum f x=420900$

$\therefore$ 平均每月租金 $=\frac{\sum f x}{\sum f}=\frac{\$420900}{200}=\$2104·5$

練習 1·1

1. 試求下列數據的算術均數（$\bar{x}$），中位數（M_e）及衆數（M_o）。

a) 2，4，5，6，6，6，7，7，8，12。

b) 12，14，14，14，16，18，20。

c) 24，26，27，29，30，31，32，33，34。

2. ２４人參加一智商測驗，結果如下：

９８ １１５ １２２ ９９ １１１ ９９ １１３ １０１
１０８ １０３ ９５ ８９ １００ １００ １０４ １０７
９６ １１４ １１６ １１８ １０３ ９０ １００ １０２

求他們智商的算術均數，中位數和衆數。

3. 打字比賽中，二十名參賽者在三分鐘內打出的字數如下：

１４０ １４０ １４０ １４０ １４０ １４０ １４０
１４０ １５５ １５５ １６５ １６５ １８０ １８０
１９０ ２００ ２０５ ２２５ ２３０ ２４０

求各人成績的算術均數及中位數。

4. 某中學連續十五個上課日的每日缺席人數爲：

３９ ５５ ４６ ３８ ４１ ４０ ３２ ４９
４２ ３９ ４７ ４４ ５１ ４８ ４５

求各上課日缺席人數的 a) 算術均數 b) 中位數 c) 衆數。

5. 中五級某班男同學的平均年齡爲１７歲，女同學的平均年齡爲１８歲。全班同學的平均年齡爲１７·５５歲。已知班上有男同學１８人，求女同學人數。

6. 已知４０名運動員身高的頻數分佈如右：

身高（cm）	人 數
１４０—１４４	4
１４４—１４８	8
１４８—１５２	１３
１５２—１５６	9
１５６—１６０	6

求這４０名運動員的平均身高。

7. 某地區２１６３名建築工人的日薪分配如下表：

日薪（元）	人 數
$0 \leq x < 20$	１８６
$20 \leq x < 30$	３６２
$30 \leq x < 40$	６３０
$40 \leq x < 50$	３８７
$50 \leq x < 60$	２２５
$60 \leq x < 70$	１５９
$70 \leq x < 100$	１６９
$100 \leq x < 300$	４５

試計算建築工人的平均日薪。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

1·2 加權均數

算術均數的定義，$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$，是假定一組數據$x_1$，$x_2$，…，$x_n$中，每一數的權數（weight）——亦即它的重要性或比重——都是一樣的。可是，在眞實世界裏，每一個數的權數，可能不盡相同。我們在考慮「平均」之前，就得先將每一個數的權數予以考慮。考慮過每一個數的權數之後計算而得的「平均數」，在統計學上稱爲加權算術均數（weighted arithmetic mean），或簡稱加權均數（weighted mean），記做W。

先看一個例。

某學生在數學、英文、中文、地理四科考試中順次得８２、８６、９０和７０。假定每科的重要性相同，則該學生的「平均分」就是此四科分數的算術均數：

$$\bar{x}=\frac{82+86+90+70}{4}=82$$

以上計算，其實已假定了每科的權數都等於１。因此，更確切地說，上式應寫做：

$$W=\frac{82\times1+86\times1+90\times1+70\times1}{1+1+1+1}=82$$

倘若四科的比重（權數）不同——假定它們的比重是３：５：３：１——那麼，該學生的平均分數便應這樣計算：

$$W=\frac{3\times82+5\times86+3\times90+1\times70}{3+5+3+1}=84\cdot67$$

這就是該學生成績的加權均數。

由此可知，算術均數只不過是加權均數的一種特殊情況，只不過在計算算術均數時，各數的權數相等；而求加權均數時，每一數的權數不盡相同而已。

加權均數的求法，其實與分組數據的算術均數的求法相同。若數據中x_1，x_2，…，x_n的權數依次是f_1，f_2，…，f_n，則其加權均數爲：

$$W=\frac{f_1x_1+f_2x_2+\cdots+f_nx_n}{f_1+f_2+\cdots+f_n}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}$$

$$=\frac{\sum fx}{\sum f}$$

例1 某公司有僱員８０名，其中６０名僱員的時薪爲＄５·００，另外２０名僱員的時薪爲＄３·００。求該公司僱員的平均時薪。

解： 該公司僱員的平均時薪爲：

$$W = \frac{60\times\$5\cdot00+20\times\$3\cdot00}{60+20}$$

$$= \$4\cdot50$$

例2 某開發中國家勞力工人平均每月收入１２００元，非勞力工人平均每月收入１８００元，可以說該國工人平均每月收入１５００元嗎？

解： 只當該國勞力工人與非勞力工人數目相等時，

工人平均每月收入才是 $\frac{1200f+1800f}{2f}=1500$元。

一般的說，開發中國家勞力工人數倍於非勞力工人。假定前者是後者的5倍，該國工人每月平均收入是 $\bar{x}=\frac{1200\times5+1800}{5+1}=1300$元。

練習 1·2

1. ５０名兒童的體重分佈如右表，求他們的平均體重。

體重(kg)	人 數
29	2
30	4
31	15
32	19
33	7
34	3

2. 某校舉行防癆捐款運動，男教師平均每人捐m_1元，女教師平均每人捐m_2元，學生平均每人捐m_3元。該校有男教師N_1人，女教師N_2人，學生N_3人。求該校教師、學生每人平均捐款幾元？
3. 中四級甲班數學測驗平均分是６８·４，乙班平均分是７１·２。兩班所有學生的平均分是７０·０，求甲班、乙班人數的比。
4. 某公司全體職員年薪平均每人五萬元。男職員平均爲五萬二千元；女職員平均爲四萬二千元。求該公司男女職員人數的比。

5. 以下是三名學生甲、乙、丙的學業成績比較表。

科 目	甲	乙	丙	每週節數
中 文	85	82	60	6
英 文	67	90	74	7
數 學	76	57	96	5

a) 若三科同等重要，試求每一學生的平均成績。

b) 若以每週上課節數爲權數，試求每一學生成績的加權均數。

c) 若各科的權數是：中文4，英文3，數學2，試求每一學生成績的加權均數。

6. 某機構舉辦業餘歌唱比賽。計分方法爲：觀衆評分佔40%，6位評判員評分佔60%（亦即每位評判的評分各佔10%）。8名決賽者得分如下表：

給分者 \ 參賽者	陳	李	張	黃	何	周	區	胡
觀 衆	8	8	7	8	9	9	8	9·5
評判甲	6	6	7	10	7	6	6	5
乙	7	7	7	6	10	7	7	8
丙	8	10	8	7	9	8	9	8
丁	5	9	6	5	5	5	5	7
戊	6	9	5	5	4	4	5	8
己	7	10	5	5	5	8	7	8

誰獲冠軍？亞軍？季軍？

7. 一數集中有 i 個 i，$i = 1, 2, 3, \cdots\cdots 10$，求該數集的算術均數。

1·3 離差

集中趨勢度量告訴大家數據的集中程度，但不能說明其分佈的差異性（variability）。爲了明瞭數據的基本特性，我們除了需要集中趨勢度量以表示它的集中程度外，也需要一些量數來**表示其差異性——這就是離中趨勢度量或離差**（dispersion）。

考慮兩個數列：

甲數列： 3·50，3·60，3·75，4·00，4·50，5·00，5·75

乙數列： 0·10，0·50，1·00，4·00，6·50，8·00，10·00

兩數列的算術均數都是4·30；中位數都是4·00。雖然，兩數列的集中趨勢相同，但細心觀察，大家會發覺兩數列的分佈情形頗不一樣：甲數列各個體密集於平均數附近；乙數列各個體離散較大。

甲數列的差異性小，乙數列的差異性大。統計學上說，甲數列的離差小，乙數列的離差大。

集中趨勢度量不能描述數據的差異性；當數據的差異性小的時候，算術均數能夠反映出數據的特質。當數據的差異性愈大的時候，算術均數對數據的代表性愈小。

例1 有三組學生的數學成績如下：

A組：	70	70	70	70	70	70	70
B組：	65	67	69	70	71	73	75
C組：	48	60	64	72	78	80	88

這三組學生成績的算術均數都是70，且A、B兩組學生成績的中位數同爲70，但三組成績的分佈情況則大不相同。A組七名學生成績都完全相同；B組七名學生成績互有差異，但相去不遠；丙組各學生成績甚爲分散。

A組各學生成績都是70，它們的算術均數（70）確實代表它們的總體成績。

B組各學生成績相去不遠，算術均數（70）尚不失其代表性。

C組各學生成績參差，算術均數（70）實難代表總體的眞實成績。

例2 A公司和B公司的職員月薪的分佈狀況如下表：

月薪（x元）	A公司人數 f_A	B公司人數 f_B	$f_A \cdot x$	$f_B \cdot x$
10000	1	0	10000	0
5000	2	0	10000	0
1000	3	0	3000	0
900	0	0	0	0
800	0	0	0	0
700	0	1	0	700
600	0	3	0	1800
500	4	5	2000	2500
400	0	7	0	2800
300	6	90	1800	27000
200	10	20	2000	4000
100	100	0	10000	0
總　計	126	126	38800	38800

這兩家公司的職員人數相同，每月支付薪金總額也相同，因此，職員月薪的算術均數也相同。但細心觀察，大家會發現兩家公司對待職員，實在大有差異。

兩家公司職員的平均月薪是３０７·9元。A公司大約只有５%的職員月薪跟平均數相近（１２６人中只有６人月薪是３００元），８７%的職員遠在平均數以下，只有８%的職員月薪在平均數以上。實際上，在１２６位職員中，月薪最高的三位的收入已佔該公司月薪總額的大半。要描繪該公司的薪金分佈情況，平均數實不如「離差」之重要。

B公司則大不相同，大約有７１%的職員月薪與平均數接近（１２６人中有９０人月薪是３００元），月薪超過平均數的約佔１３%，月薪低於平均數的則約佔１６%。

A公司月薪最高者與最低者相差９９００元；B公司月薪最高者與最低者相差僅５００元。

其實，一組數據中，最大數與最小數之間的差距，就是離差的一種度量，下一節將作詳細討論。

借助頻數分佈圖，我們能夠更清楚地理解離差的涵義。

例３ 某班４０名學生英文科和數學科的成績分佈如下表。

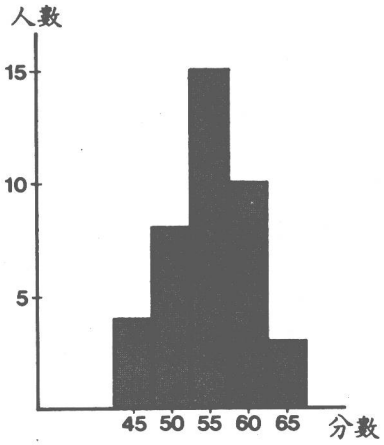
英文科成績頻數表

分數（ x ）	人數（ f ）
45	4
50	8
55	15
60	10
65	3

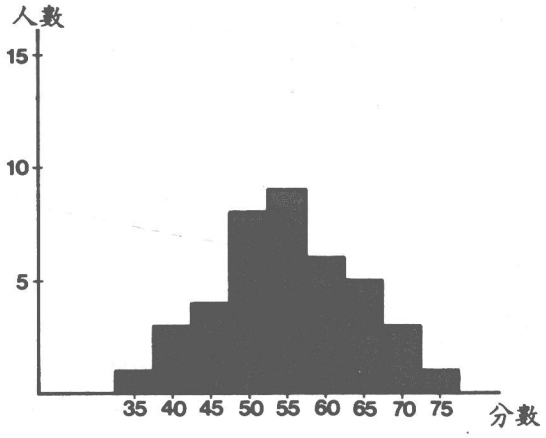
數學科成績頻數表

分數（ x ）	人數（ f ）
35	1
40	3
45	4
50	8
55	9
60	6
65	5
70	3
75	1

據成績頻數表可製成頻數分佈圖：

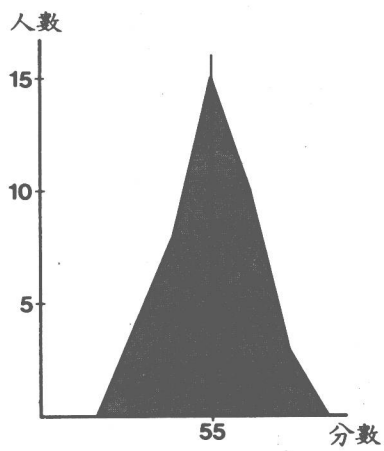


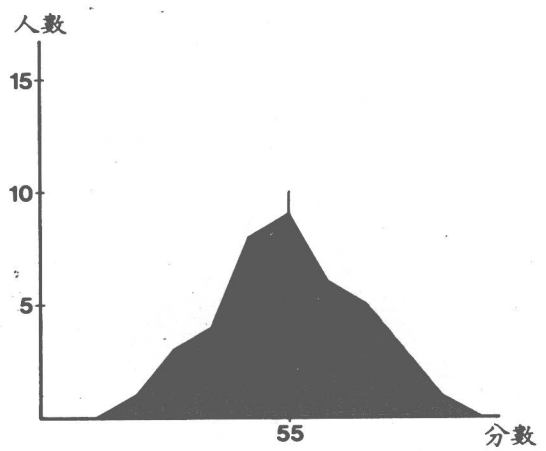
英文科成績頻數分佈圖



數學科成績頻數分佈圖

頻數分佈圖又可變換爲頻數折線圖（將上圖各長方形上邊中點依次連成）：





此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com