

高思学校

# 竞赛数学导引

徐鸣皋 主编 ······ 四年级



YZL10890141179



“希望杯”少年数学邀请赛推荐教材  
新概念奥林匹克数学教材

华东师大

高思学校

竞赛数学导引

徐鸣皋 主编 ----- @ 年 级



## 图书在版编目(CIP)数据

高思学校竞赛数学导引·四年级/徐鸣皋主编. —上海:  
华东师范大学出版社, 2010. 11  
ISBN 978 - 7 - 5617 - 8257 - 6

I. 高… II. 徐… III. 数学课—小学—习题  
IV. G624. 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 228715 号

## 高思学校竞赛数学导引·四年级 修订版

主 编 徐鸣皋  
项目编辑 倪 明 孔令志  
审读编辑 严小敏  
版式设计 黄惠敏  
封面设计 [因美·瑞玛国际]  
[www.0180018.com](http://www.0180018.com)

出版发行 华东师范大学出版社  
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062  
网 址 [www.ecnupress.com.cn](http://www.ecnupress.com.cn)  
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105  
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887  
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口  
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>



印 刷 者 苏州永新印刷包装有限公司  
开 本 787 × 1092 16 开  
印 张 13  
字 数 292 千字  
版 次 2011 年 1 月第一版  
印 次 2011 年 8 月第二次  
书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 8257 - 6 / G · 3519  
定 价 25.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)



## 序

《新概念奥林匹克数学丛书》从酝酿到具体组织力量编写,经过不断斟酌修改,最后定稿,为时长达六年之久。《丛书》目前由“高思学校竞赛数学导引”和“高思学校竞赛数学课本”两个部分组成。我们之所以称之为“新概念”,不是花样翻新的时尚追逐,也不是为谋求一时的耸动效应。《丛书》凝聚了我和我的同事们对中国超常儿童数学教育、思维训练的严肃思考和积极探索,也是我们多年来从事这项工作的经验和成果的结晶。

《丛书》属于少年儿童数学超常教育教材范畴。读者群体主要定位于小学三年级至初中一年级智力超常的学生,旨在帮助他们在课余数学培训活动中达到更好的学习效果;同时为数学超常教育工作者提供训练少年儿童思维的手段、方法和内容;对于校内学习绰有余力、对数学有浓厚兴趣、渴望竞赛挑战的尖子学生而言,《丛书》也是竞赛数学指导性教材,是为他们搭建的通往竞赛数学的桥梁。《丛书》将趣味性、知识性以及教育性有机地融为一体,充分利用数学的学科优势,为广大少年儿童综合素质的培养、思维能力的提高,提供一个优质平台。

我本人从事超常儿童数学教育工作二十余年,起初是教育自己的孩子,后来执教华罗庚数学学校小学部,最后又创建小学数学尖子班,从超常儿童教学的一线讲台到组织管理、挑选培训师资,使我对超常儿童教育获得全方位的理解,积累大量宝贵的经验,也引起许多深刻的反思。作为一名长期在这个领域辛勤耕耘的工作者,我觉得有责任和义务重新编撰一套适合新形势下的超常儿童数学思维训练教材,将我和同事们这些年的新思考、新理念、新经验体现出来。

《丛书》始终贯彻一个基本理念,即数学教育不仅仅是知识的传授、技能的培养,更是一种文化和精神的传递。



《丛书》突出数学学习“好玩”的特点，使学生领会到数学就在我们身边，使他们愿意尝试数学来满足自己的好奇心，检验自己的才能。而在内容设计上，我们力求使学生发展其思维联想，来感受数学之美、数学之妙，从而产生强烈的成就感，将数学学习训练视为一种刺激和享受。

《丛书》由高思数学工作组团队编著，他们都是从超常儿童成长起来的佼佼者，有些甚至是国际数学奥林匹克的金牌得主。他们关心并投身于超常儿童的教育事业，已形成一个薪火相传的优秀团队。《丛书》的许多新内容、新思想，就是他们根据自己的经验并吸收国际数学教育的最新理念而赋予的。《丛书》不仅知识全面、新颖，趣味盎然，而且具有更新的数学理念和极高的专业性，这应当归功于《丛书》的编撰集体。

特别感谢裘宗沪、吴建平、陶晓永等中国数学奥林匹克顶级专家的大力支持，他们对《丛书》的编撰予以热情指导及严格审定，是《丛书》高质量的坚实保证。

《丛书》的编写和出版得到了“华杯赛”组委会办公室的积极支持，“华杯赛”主试委员会的专家参与了对《丛书》的指导和审查。该书被“华杯赛”组委会办公室列为推荐教材。对此，我表示深深的谢意。

我希望所有志同道合的朋友共同努力，为具有中国特色的超常儿童教育探索出一条广阔的发展之路。

徐鸣皋

2010年12月



# 前言

## ——对《新概念奥林匹克数学丛书》的一些说明

本丛书目前由两部分组成：一是《高思学校竞赛数学导引》（以下简称《导引》），二是《高思学校竞赛数学课本》（以下简称《课本》）。

### 第一部分 《导引》

在编写本丛书的过程中，我们通过大量调研，比较了已有的各类竞赛数学教材，搜集了近20年来国内外小学数学竞赛试题，总结归纳出了一套完善的知识体系。再结合高思学校数学尖子班多年的教学实践，我们将这套知识体系搭建为一个包含“横向”和“纵向”两个维度的架构（如下表所示）。

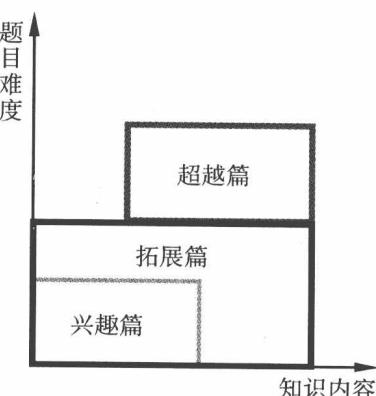
	计算	几何	应用题	计数	数论	数字谜	组合数学
小学3年级	√	√	√	√	—	√	√
小学4年级	√	√	√	√	—	√	√
小学5年级	√	√	√	√	√	√	√
小学6年级	√	√	√	√	√	√	√

其中，横向分为七大专题，计算、几何、应用题、计数、数论、数字谜以及组合数学；而纵向则按照学生接受能力和校内课程进度，将七大专题分配到3、4、5、6四个年级中——这就形成了一套循序渐进的学习计划和教学大纲。

《导引》就是按照上述安排构建成的一套计划大纲，每一年级一册，每册24讲，共96讲。每讲开头都有一段内容概述，阐述本讲知识要点，然后通过三十多道题目由浅入深地体现这些知识。这些题目又被划分为“兴趣篇”、“拓展篇”和“超越篇”三个部分，这三部分在知识内容与题目难度上的关系如右图所示。

兴趣篇主要面向在学校学有余力的学生，希望通过

《导引》每讲的内容、难度架构图





一些略有难度的问题,激发他们思考数学问题的兴趣,因此对知识内容和题目难度都有所控制;拓展篇则包含了竞赛数学完整的知识体系,目的是让数学能力突出的学生接受系统化训练,其难度符合大多数竞赛的要求;超越篇的读者群体则定位于有数学天赋,已接受过系统化训练,且具有较深厚竞赛数学功底的学生,这里给他们提出了更高的要求,更大的挑战,激励他们进一步探索和思考。

所以,超越篇的学习必须以拓展篇为基础,但拓展篇的学习并不一定要以兴趣篇为铺垫,因为两者都是从零起步,只是拓展篇包含更完整的知识体系,具有更大的难度而已,究竟从哪一篇学起取决于学生的情况。

本册《导引》的前身《数学思维训练导引》已由华东师范大学出版社于2009年出版,在使用过程中不少读者反映其难度偏大,尤其是兴趣篇。为此我们进行了适当的调整,在维持原超越篇不变的情况下,将兴趣篇中难度较大的题目移至了拓展篇,并在兴趣篇中补充了一些更为基础的问题。与此同时,还对讲次顺序做了相应的调整,以使其更易于消化吸收。

## 第二部分 《课本》

《课本》直接以《导引》中拓展篇的题目为例题,每个年级分为上、下两册,每册20讲。它将《导引》所规定的教学内容以图文并茂的形式完整呈现出来,在表现形式上更具亲和力,在篇章结构上更宜于课堂教学。

《课本》中的每一讲都包含7大模块:开篇漫画、课文、例题(分析)、练习、思考题、知识点汇总以及作业。其中开篇漫画用一个有趣的小故事引入课文;课文则详细讲解本讲所涉及的知识点;例题是这些知识的具体运用;练习则与例题配套,采取一例一练的形式,可在讲完例题后让学生练习;思考题是与本讲内容有关的一道难题,供学有余力的学生使用;知识点汇总用简明扼要的语言帮助孩子梳理本讲知识;作业用于课后巩固复习。

为了使《课本》中每一讲的知识容量符合实际课堂要求,我们在使用《导引》拓展篇的例题时做了适当调整。通常是把一讲例题拆分开来,分两次课进行讲授。因此,虽然在《导引》中每个年级只有24讲,但在《课本》中却有40讲。

另外,《课本》中每一讲全部例题、练习、思考题以及作业的答案与解答,都可以在随书附赠的《答案详解》中找到。

在本丛书的编写和修订过程中,我们一直本着认真负责和精益求精的态度开展工作,主观上尽了最大努力,但由于水平和经验有限,难免出现一些不足和疏漏。因此我们竭诚欢迎并殷切期盼各位读者对本书提出批评和建议。

为了便于搜集各位读者对本丛书的意见和建议,我们在高思学校的官方网站([www.gs.cn](http://www.gs.cn))上开辟了一个专区,欢迎大家前来发表意见和看法。我们同时也会在网站上及时发布相应的勘误信息,及时回答大家的疑问,便于大家更好地使用本丛书。

杨笑山 李川 汪岩 池恒

2010年12月

目  
录

## 第 1 讲

## 整数计算综合

(计算问题第 6 讲) ..... 1

## 第 2 讲

## 数阵图初步

(数字谜问题第 4 讲) ..... 7

## 第 3 讲

## 竖式问题

(数字谜问题第 5 讲) ..... 15

## 第 4 讲

## 几何图形剪拼

(几何问题第 3 讲) ..... 22

## 第 5 讲

## 行程问题一

(应用题第 10 讲) ..... 29

## 第 6 讲

## 抽屉原理一

(组合问题第 3 讲) ..... 35

## 第 7 讲

## 直线形计算一

(几何问题第 4 讲) ..... 40

## 第 8 讲

## 和差倍问题三

(应用题第 11 讲) ..... 47

## 第 9 讲

## 还原问题与年龄问题

(应用题第 12 讲) ..... 53

## 第 10 讲

## 数列与数表

(计算问题第 7 讲) ..... 58

## 第 11 讲

## 加法原理与乘法原理

(计数问题第 3 讲) ..... 66



## 第 12 讲

### 统筹与对策

(组合问题第 4 讲) ..... 73

## 第 13 讲

### 多位数与小数

(计算问题第 8 讲) ..... 80

## 第 14 讲

### 平均数问题

(应用题第 13 讲) ..... 84

## 第 15 讲

### 复杂竖式

(数字谜问题第 6 讲) ..... 89

## 第 16 讲

### 横式问题

(数字谜问题第 7 讲) ..... 96

## 第 17 讲

### 格点与割补

(几何问题第 5 讲) ..... 101

## 第 18 讲

### 行程问题二

(应用题第 14 讲) ..... 108

## 第 19 讲

### 行程问题三

(应用题第 15 讲) ..... 114

## 第 20 讲

### 幻方与数阵图扩展

(数字谜问题第 8 讲) ..... 120

## 第 21 讲

### 排列组合

(计数问题第 4 讲) ..... 127

## 第 22 讲

### 计数综合一

(计数问题第 5 讲) ..... 132

## 第 23 讲

### 最值问题一

(组合问题第 5 讲) ..... 137

## 第 24 讲

### 逻辑推理一

(组合问题第 6 讲) ..... 142

难度星级与答案 ..... 151



# 第1讲 整数计算综合

## 内容概述

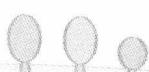
熟练运用已学的各种方法解决复杂的整数四则运算问题；学会利用加减抵消、分组计算等方法处理各种数列的计算问题。学会处理“定义新运算”的问题，初步体会用字母表示数。

## 典型问题



### 兴趣篇

1. 计算：(1)  $121 \times 32 \div 8$ ； (2)  $4 \times (250 \div 8)$ ； (3)  $25 \times 83 \times 32 \times 125$ .
2. 计算：(1)  $56 \times 22 + 56 \times 33 + 56 \times 44$ ； (2)  $222 \times 33 + 889 \times 66$ .
3. 计算： $(25 \times 3 + 75 + 5 \times 15) \div 3$ .
4. 计算： $100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + \dots + 12 - 11 + 10$ .



5. 计算:  $50+49-48-47+46+45-44-43+\cdots-4-3+2+1.$
6. 计算:  $(1+3+5+7+\cdots+199+201)-(2+4+6+8+\cdots+198+200).$
7. 从 1 开始的 100 个连续奇数的和是多少?
8. 计算:  $1+2+3+4+\cdots+48+49+50+49+48+\cdots+4+3+2+1.$
9. 规定运算“ $\triangledown$ ”为:  $a \triangledown b = (a+1) \times (b-1)$ . 请计算:  
(1)  $8 \triangledown 10$ ;                          (2)  $10 \triangledown 8$ .
10. 规定运算“ $\odot$ ”为:  $a \odot b = a \times b - (a+b)$ . 请计算:  
(1)  $5 \odot 8$ ;                          (2)  $8 \odot 5$ ;                          (3)  $(6 \odot 5) \odot 4$ ;                          (4)  $6 \odot (5 \odot 4)$ .



## 拓展篇

1. 计算:(1)  $72 \times 27 \times 88 \div (9 \times 11 \times 12)$ ;                          (2)  $31 \times 121 - 88 \times 125 \div (1000 \div 121)$ .
2. 计算:(1)  $555 \times 445 - 556 \times 444$ ;                          (2)  $42 \times 137 - 80 \div 15 + 58 \times 138 - 70 \div 15$ .



3. 计算:  $20\ 092\ 009 \times 2009 - 20\ 092\ 008 \times 2008 - 20\ 092\ 008$ .

4. 计算:(1)  $37 \times 47 + 36 \times 53$ ; (2)  $123 \times 76 - 124 \times 75$ .

5. 计算:  $1+2-3+4+5-6+7+8-9+\dots+97+98-99$ .

6. 计算:  $100 \times 99 - 99 \times 98 + 98 \times 97 - 97 \times 96 + \dots + 4 \times 3 - 3 \times 2 + 2 \times 1$ .

7. 在不大于 1000 的自然数中,  $A$  为所有个位数字为 8 的数之和,  $B$  为所有个位数字为 3 的数之和.  $A$  与  $B$  的差是多少?

8. 求图 1-1 中所有数的和.

1	3	5	7	9	11	13	15	17
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	5	7	9	11	13	15	17	19
4	6	8	10	12	14	16	18	20
5	7	9	11	13	15	17	19	21

图 1-1

9. 已知平方差公式:  $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$ . 计算:

$$20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + 16^2 - 15^2 + \dots + 2^2 - 1^2.$$

10. 计算:  $951 \times 949 - 52 \times 48$ .



11. 规定运算“ $\Theta$ ”为： $a\Theta b=a+2b-2$ . 计算：

(1)  $(8\Theta 7)\Theta 6$ ;

(2)  $8\Theta(7\Theta 6)$ .

12. 规定运算“ $\circ$ ”为： $a\circ b=(a+1)\times(b-2)$ . 如果  $6\circ(\square\circ 5)=91$ , 那么  $\square$  内应该填入什么数?

13. 下面让我们来做“七上八下”的数字游戏, 游戏规则是: 对一个给定的数, 按照由若干个 7 和 8 组成的口令进行一连串的变换. 口令“7”是指在这个数中插入一个数字, 使得新生成的数尽量大; 口令“8”是指将这个数中的一个数字去掉, 也要使新生成的数尽量大. 例如: 给出的数是 1995, 口令是“8→7”, 在第一个口令“8”发出后变成 995, 在第二个口令“7”发出后变成 9995.

如果给出数“6595”以及口令“8→7→8→7→8→8”, 问: 变换后依次得到的 6 个数的和是多少?

14. 规定: 符号“ $\Delta$ ”为选择两数中较大的数的运算, “ $\nabla$ ”为选择两数中较小的数的运算. 例如:  $3\Delta 5=5$ ,  $3\nabla 5=3$ . 请计算:  $1\Delta 2\Delta 3\nabla 4\Delta 5\Delta 6\nabla 7\Delta \dots \nabla 100$ . (运算的顺序是从左至右)



## 超越篇



2. 从  $1, 2, \dots, 9, 10$  中任意选取一个奇数和一个偶数，并将两数相乘，可以得到一个乘积。把所有这样的乘积全部加起来，总和是多少？

3. 计算： $1 - 3 + 6 - 10 + 15 - 21 + 28 - \dots + 4950$ .

4. 已知平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$ . 计算：

$$100^2 + 99^2 - 98^2 - 97^2 + 96^2 + 95^2 - 94^2 - 93^2 + \dots + 4^2 + 3^2 - 2^2 - 1^2.$$

5.  $a \oplus b$  表示从  $a$  开始依次增加的  $b$  个连续自然数的和，例如： $4 \oplus 3 = 4 + 5 + 6 = 15$ ,  $5 \oplus 4 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$ , 请计算：

(1)  $4 \oplus 15$ ;

(2) 在算式  $(\square \oplus 7) \oplus 11 = 1056$  中， $\square$  里的数应该是多少？

6. 定义两种新运算： $a \Omega b = a - b + 1$ ,  $a \forall b = a \times b + 1$ . 用“ $\Omega$ ”、“ $\forall$ ”和括号填入下面的式子，使得等式成立（不能用别的计算符号）：

$$7 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 2$$



### 7. 现定义四种操作的规则如下：

① “一分为二”：如果一个自然数是偶数，就把它除以 2；如果是奇数，就先加上 1，然后除以 2。例如从 16 可以得到 8，从 27 可以得到 14。

② “丢三落四”：如果一个自然数中包含数字“3”或“4”，就将其划掉。例如从 5304 可以得到 50，从 408 可以得到 8。（不含数字 3 和 4 的自然数不能进行“丢三落四”操作）

③ “七上八下”：如果一个自然数中包含数字“7”，就将所有“7”移到最左边；如果一个自然数中包含数字“8”，就将所有“8”移到最右边。例如从 98 707 可以得到 77 908，从 802 可以得到 28。（不含数字 7 和 8 的自然数不能进行“七上八下”操作）

④ “十全十美”：将一个自然数的个位数字换成 0。例如从 111 可以得到 110，从 905 可以得到 900。（个位是 0 的自然数不能进行“十全十美”操作）

(1) 请写出对 4176 依次进行③①③②④操作后的结果；

(2) 从 655 687 开始，最少经过几次操作以后可以得到 0？

(3) 一个三位数除了“丢三落四”外，其他三个操作各进行一次之后得到的结果是 8，求有多少个这样的三位数。

### 8. 图 1-2 是同学们都很熟悉的九九乘法口诀表，表中所有乘积的总和是多少？

一一得一									
一二得二	二二得四								
一三得三	二三得六	三三得九							
一四得四	二四得八	三四十二	四四十六						
一五得五	二五一十	三五十五	四五二十	五五二十五					
一六得六	二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六				
一七得七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二	七七四十九			
一八得八	二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八	七八五十六	八八六十四		
一九得九	二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二	九九八十一	

图 1-2



## 第2讲 数阵图初步

### 内容概述

各种较为基本的数阵图问题。了解重数的概念，并以此进行分析；学会分析特殊位置上的数值；某些情况下还需要考虑对称性。

### 典型问题



#### 兴趣篇

1. 在图 2-1 中的 3 个空白○内填入 3 个不同的自然数，使得三角形每条边上的三个数之和都等于 11。

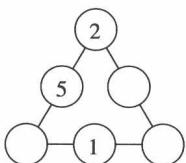


图 2-1

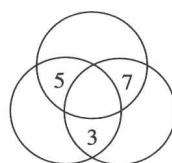


图 2-2

2. 请分别将 1, 2, 4, 6 这 4 个数填在图 2-2 中的各空白区域内，使得每个圆圈里 4 个数之和都等于 15。

3. 如图 2-3 所示，请在 3 个空白○内填入 3 个数，使得每条直线上 3 个数之和都相等。

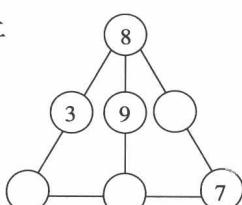


图 2-3



4. 把1~8这8个数分别填入图2-4中的8个方格内,使得各列上两个数之和都相等,各行四个数之和也相等.


图2-4

5. 如图2-5,在这只毛毛虫身体上的7个小圆中分别填入1~7这7个数,使得三个大圆上的数之和相等.

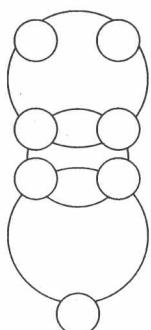


图2-5


图2-6

6. 在如图2-6所示的 $3\times 3$ 方格表内填入1~3这3个数字各3次,使得每行每列以及两条对角线上的3个数字之和都相等.

7. 将1~6这6个数填入图2-7中的6个○内,使“大”字三笔上的各数之和都等于9.

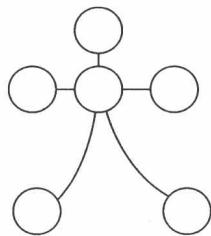


图2-7

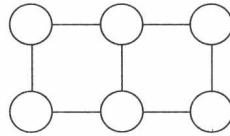


图2-8

8. 把1~6这6个数分别填入图2-8中的6个○内,使得每个正方形四个顶点的数之和都为13.