

黄 真
刘婧芳 著
李艳文

论机构自由度

——寻找了150年的自由度通用公式



科学出版社

论机构自由度

——寻找了 150 年的自由度通用公式

黄 真 刘婧芳 李艳文 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书的重要意义在于,找到了从 Chebyshev 起寻找了 150 年的机构自由度通用公式,并进行了通用性的论证。作者希望通过本书的论证能够获得学术共同体的进一步了解与认可,为工程界所应用。

本书首先介绍这个有 150 年历史的机构自由度问题的来龙去脉,介绍历史上先后出现的不服从 Grübler-Kutzbach 公式的反常机构,以及哪些学者研究过这个问题,特别介绍 Gogu 收集到的反常古典机构和现代并联机构。

接着,本书着重介绍基于反螺旋理论的自由度原理和通用统一的自由度公式,详细介绍如何用反螺旋理论做机构的约束分析,如何分析多自由度空间机构下机构自由度的多种性质,使读者能够对这个基于反螺旋理论的自由度原理有深入的了解。

然后,本书大部分篇幅集中以 Gogu 给出的所有反常机构的详尽例子和其他的一些重要复杂机构为例,介绍反螺旋求解方法和过程。以此证明我们方法的通用性和公式的统一性,以及该方法解决问题的强大能力,最终证明我们解决了自由度中存在的这个 150 年的问题。

同时,这些详尽的例子也将帮助读者学会运用这个方法去计算各种不同机构的自由度,更希望能帮助工程师们掌握这种在实际设计时十分有用的方法和工具。

本书可供机械工程学科、控制科学等工程学科的教师、研究生和工程师参考,有益于创新研究和设计能力的培养和提高。

图书在版编目(CIP)数据

论机构自由度:寻找了 150 年的自由度通用公式/黄真,刘婧芳,李艳文著.
—北京:科学出版社,2011
ISBN 978-7-03-031973-9

I. ①论… II. ①黄…②刘…③李… III. ①机械学 IV. ①TH11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 156123 号

责任编辑:耿建业 / 责任校对:包志虹

责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京天时彩色印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 8 月第一次印刷 印张:22 1/2

印数:1--2 000 字数:431 000

定价:80.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

机构创新是机械创新中非常重要和基本的部分,对任何新机构最基本和首要的认识就是要知道它的自由度。机构自由度通常应用 Grübler-Kutzbach (G-K) 公式来计算,几乎所有的教科书中都介绍了 G-K 公式。人们用这个公式认识了几乎全部的平面机构和一些空间机构。然而,在机构学的长期发展历程中,发现很多机构不适应上述公式,用它计算不出正确结果,G-K 公式并不具有普适性。特别是鉴于第二次世界大战后的半个多世纪以来,在机构由平面向空间发展、单自由度向多自由度发展、单环向多环发展、串联机器人向并联机器人发展、低速向高速发展、刚性向柔性发展的重大变化中,机构学自然面临了许多新挑战和新问题。机构学理论自然应该从这些研究经历中创新、提升和发展。其中一个突出的现象就是大量出现的多自由度、过约束和具有不同自由度性质的机构。这些机构的大量出现,更加凸显 G-K 公式的局限性,使之成为一个突出的急待解决的问题。一方面科技和工程界天天面临机械创新,研制新装备,要面对新机构,G-K 公式不能正确计算自由度,怎么办? 另一方面,面对每年工程学科的近百万学生,我们还能总拿着不能完全适用的 G-K 公式去传道授业吗?

从契贝舍夫(Chebyshev) 算起,寻求通用统一的机构自由度公式已经延续了 150 年,但一直未获结果,许许多多的学者提出各种不同的自由度原理和对应的“统一公式”,甚至在 2010 年还有学者提出新的自由度公式。然而,这些“统一公式”都未得到公认。这确实是机构学近些年的一个困难的问题,研究的热点问题,是当代机构学的前沿。

2005 年法国教授 Gogu 较系统地研究了这个问题,收集了几乎全部的古典机构和现代并联机构的反例,本书中,这些机构被称为机构自由度的“GG 问题”。显然,谁想声称他的自由度公式是“通用统一的公式”,至少用他的公式能够分析“GG 问题”的所有反常机构。

1997 年我们提出了用反螺旋理论建立新的机构自由度原理和对应的“修正的 G-K 公式”,并在国际上首次以同一个公式既分析了古典机构又分析了并联机构。这个新的原理和公式是不是真正的自由度分析的通用统一公式呢? 十几年来我们不断从事这方面研究,特别是近年来除了从理论上探讨其具有的普遍性的根据外,

还花了许多时间逐个研究“GG 问题”提到的那些古典机构和现代并联机构,甚至开始涉及更复杂的多环耦合机构、网络机构等,用这些困难问题检验这个理论。从这些机构的分析中可以看出,这个方法确实具有相当的普适性,能够适用当今的各种各样的机构类型。

“相对的普适性”仅是用我们的公式在逐个验证“GG 问题”中的古典机构和现代并联机构之后,得出的结论。这个结论说明了它能够用来分析当前的这些类型的机构。然而考虑到,一方面,“GG 问题”并没有包括迄今全部的过约束机构,另一方面,事物还会继续发展,甚至还会有新的不同类型的其他机构出现。对于第一种情况,它们应该属于我们已经研究过的类型,分析它们应该没有问题。然而,对将来出现的新类型的机构时,还需用现今的基于螺旋理论的自由度原理去研究那些新问题,才能在新问题的研究中补充和发展这个理论并进一步证实这个理论的生命力,从而使这个理论更加完整和丰富。客观世界的发展是无限的,人们对客观世界的认识能力也是无限的。

本书主要介绍基于反螺旋理论的自由度原理并论证其普适性。首先,介绍了这套自由度原理和修正的 G-K 公式,介绍此方法的特色,包括如何去分析机构自由度的数目和性质,如何提高分析问题的效率等。其次,应用这套原理来详尽地分析了“GG 问题”中的古典机构和现代并联机构的自由度,不仅以此证明该原理和公式的通用性和统一性,还证明了这个方法具有解决问题的强大能力,简单明了,从而解决了 150 年的自由度问题。此方法适合当今的多自由度机构、过约束机构,甚至多环耦合机构。另外,本书还以机构奇异、机构输入选取以及客观实际中发生的一些问题作为自由度分析的例子,从正面、侧面和反面等多方面来论证。

本书有两个目的。第一,通过本书的论述,说明我们找到了机构学中从 Chebyshev 起一直在追求的有效、统一且简便的自由度公式,并“解决了国际上 150 年没有解决的问题”;第二,通过分析各种各样机构的过程中,能帮助工程师们掌握这种十分有用的方法和工具。

本书是基于螺旋理论展开的研究,作者要感谢美国的 Duffy 教授。1982 年在我访问美国佛罗里达时,是 Duffy 教授传授给我这个基本理论并引领我进入这个新的研究领域。

应用螺旋理论分析空间机构是比较方便的,它是诸种常用的数学方法中较好的一种。螺旋本身可以用空间的一组对偶矢量表示,从而可以最简单地同时用来表示矢量的方向和位置,表示物理学中的许多对偶概念,如运动学中的转动和移动,线速度和角速度,刚体力学中的力和力矩,物体所受到的约束和物体所具有的自由度,是移动自由度还是转动自由度等。因而它被方便地应用于空间机构的约束和自由度的分析,而且螺旋和反螺旋之间又易于通过求逆而相互转化。可以说,它具有几何概念清楚、物理意义明确、表达形式简单、代数运算方便、理论上的难度

也不是很高深等优点。正是由于“螺旋”这么富于表达能力,使它在空间机构学中扮演了这么多重要的角色。另外,它还比较通俗易懂,也易于为广大科技工作者和工程师所掌握。30年后的今天,它解决了当前机构学上的许多前沿性的重要问题,有那么多重要的贡献。基于此,为方便读者,本书一开始对螺旋理论做了一个基本的介绍。

作者在此要深深感谢国家自然科学基金委员会,由于它长期的、不间断的、细水长流的支持,作者才能集中精力潜心研究,没有它的支持,难以取得这样的成果;其支持是本项研究得以成功的关键。作者还要感谢同行的支持,他们提出的各种宝贵意见甚至质疑,不断促使我们去更深入地思考和再思考。对于科学研究,“追求真理和实事求是”是我们的座右铭,离开同行的支持和鞭策,“150年的自由度问题”是难以解决的。

本书的问世,离不开燕山大学具有无限创造力的研究生们所做出的十分有意义的贡献,在这里向他们表示感谢。此外,还向本书参考文献的全部作者致以衷心的感谢!

经过几年的努力,这本书终于要出版了,站在十六楼博导室的窗前,凝神远眺——越过绿地红瓦,越过不远处荡漾着那波光粼粼的不断变换着颜色的蔚蓝大海,依稀中可以看到佐世保的导弹驱逐舰;再穿过云蒸雾绕的太平洋,那插着“好莱坞”牌子的青山在更深处若隐若现……我心潮澎湃:还不到人一生的短暂时间,世界变化就这么大。儿时经历的天天轰炸、举家逃难的悲惨遭遇都不会再有,几代人的强国梦想已现端倪,中国人以自己的方式终于走上了一条康庄大道!五千年的文明史让中国人即使在那苦难的年代仍然坚强自信,这自信必将让中华文明再次崛起并发扬光大。本书的完成算是一个小小的贡献,相信不会很久,中国人会为世界做出更大的贡献。

限于作者的水平有限,书中难免存在不足之处,恳请读者和专家不吝赐教。

黄 真

秦皇岛渤海湾 燕山大学

2011年紫丁香飘时

目 录

前言

第一篇 螺旋理论

第 1 章	螺旋理论基础	3
§ 1.1	直线的矢量方程	5
§ 1.2	两直线的互矩	8
§ 1.3	线矢量及螺旋	10
§ 1.4	旋量的代数运算	13
1.4.1	两旋量的代数和	13
1.4.2	两旋量的互易积	14
§ 1.5	刚体的瞬时运动	15
1.5.1	刚体的瞬时转动	15
1.5.2	刚体的瞬时移动	16
1.5.3	刚体的瞬时螺旋运动	16
§ 1.6	刚体上作用的力	17
1.6.1	刚体上的作用力	17
1.6.2	刚体上作用的力偶	17
1.6.3	刚体上作用的力螺旋	18
	参考文献	18
第 2 章	螺旋系的相关性与相逆性	19
§ 2.1	螺旋系的概念	20
§ 2.2	Grassmann 线几何	21
§ 2.3	旋量在不同几何空间下的相关性	23
§ 2.4	螺旋系的反螺旋	29
2.4.1	反螺旋的概念	29
2.4.2	反螺旋物理意义的双重性	31

§ 2.5 反螺旋系·····	31
§ 2.6 反螺旋和被约束的运动·····	34
参考文献·····	37

第二篇 机构自由度的通用公式

第3章 绪论	41
§ 3.1 机构自由度分析的困惑·····	42
3.1.1 教科书上对于自由度公式的评价·····	43
3.1.2 21世纪前后在并联机构分析和综合上的无奈·····	45
3.1.3 实际反例·····	48
§ 3.2 回顾寻找统一公式的历史·····	50
§ 3.3 自由度原理的分类·····	55
§ 3.4 自由度的“GG问题”·····	57
§ 3.5 基于反螺旋理论的自由度原理的形成及其优点·····	60
3.5.1 基于反螺旋理论的发展过程·····	60
3.5.2 基于反螺旋自由度理论的特点·····	63
§ 3.6 关于自由度原理普适性的论证·····	65
3.6.1 学者的质疑·····	65
3.6.2 我们的认识·····	65
参考文献·····	67

第4章 基于反螺旋的自由度原理	73
§ 4.1 自由度的概念和定义·····	74
§ 4.2 螺旋的物理意义·····	75
4.2.1 运动副的螺旋表达·····	76
4.2.2 运动和约束的螺旋表达·····	80
§ 4.3 反螺旋的计算和物理意义·····	81
4.3.1 在自由度分析中应用反螺旋求解的特点·····	81
4.3.2 反螺旋物理意义上的对偶性·····	85
§ 4.4 传统的自由度计算公式·····	87
§ 4.5 基于反螺旋的通用的自由度原理·····	90
4.5.1 1997年形成自由度的统一公式·····	91
4.5.2 修正的G-K公式·····	93
4.5.3 机构中构件的自由度·····	94

4.5.4	机构的名义自由度	95
§ 4.6	基于反螺旋的过约束分析	97
4.6.1	公共约束	97
4.6.2	并联冗余约束	100
4.6.3	过约束的发生和类别	101
§ 4.7	自由度性质	103
4.7.1	移动或转动	103
4.7.2	物体的转动轴线	109
4.7.3	瞬时自由度与全周自由度	111
4.7.4	非全域自由度	114
4.7.5	转动的一般形式	116
4.7.6	自运动	116
4.7.7	输入选择	117
4.7.8	广义运动副	117
4.7.9	简化自由度计算的几条规则	118
§ 4.8	与并联机构相关的螺旋系理论	119
4.8.1	反螺旋的另一种代数法求解	119
4.8.2	机构的基本螺旋系	119
	参考文献	122

第 5 章 简单机构的自由度分析 124

§ 5.1	开链机构的自由度	125
§ 5.2	平面机构的自由度	128
5.2.1	平面 5 杆机构自由度分析	128
5.2.2	Roberval, Nordon 和 Mabie 机构	130
§ 5.3	球面机构	133
§ 5.4	滑块机构	135
5.4.1	Hervé 平面双滑块机构	135
5.4.2	平面 3 滑块机构	136
5.4.3	空间 4P 机构	137
§ 5.5	螺旋机构	138
5.5.1	共轴 3H 机构	138
5.5.2	单环 5H 机构分析	139
§ 5.6	Phillips 3 杆机构	140
5.6.1	3 杆 SRR 机构	140

论机构自由度

5.6.2 共面汇交 3R 机构	141
5.6.3 共线 3R 机构	141
§ 5.7 Sarrus 机构	142
§ 5.8 Cardan 机构	143
5.8.1 UU 串联链	144
5.8.2 RUUR 转动链	144
5.8.3 RUPUR 机构	145
§ 5.9 Delassus 机构	146
5.9.1 H-H-H-H 型 Delassus 机构	147
5.9.2 H-H-H-P 型	147
5.9.3 H-H-P-P 型过约束机构	148
5.9.4 H-P-H-P 型过约束机构	149
§ 5.10 Hervé 机构	150
5.10.1 Hervé CCC 机构	150
5.10.2 Hervé 6 杆 2R5H 机构	151
§ 5.11 空间 n 杆单闭环机构	152
§ 5.12 具有“消极自由度”的 2-C 机构的自由度	153
参考文献	154

viii

第 6 章 古典机构的自由度分析

156

§ 6.1 Bennett 机构分析	157
§ 6.2 Goldberg 机构及基于 Bennett 的组合机构	159
6.2.1 两个 Bennett 拼合的 Goldberg 5 杆机构分析	160
6.2.2 3 个 Bennett 机构拼合的 Goldberg 6 杆机构	162
6.2.3 两个 Bennett 机构拼合的 6 杆机构	164
6.2.4 3 个 Bennett 机构叠接的 6 杆机构	166
6.2.5 3 个 Bennett 机构叠接 Goldberg L 形 6 杆机构	168
§ 6.3 Waldron 混联 6 杆机构	169
§ 6.4 Myard 机构	170
6.4.1 平面对称的 Myard 5 杆机构	170
6.4.2 平面对称 6 杆 Myard 机构	173
§ 6.5 Bricard 机构	174
6.5.1 具有对称平面的 Bricard 机构	174
6.5.2 Trihedral 三面体 6R 机构	176
§ 6.6 Altmann 机构	177

6.6.1	RKPR 机构	178
6.6.2	4 杆 RQ-C-QR 过约束机构	179
6.6.3	6 杆双环 RSC-C-RSC 机构	182
6.6.4	6 杆 RC-RC-RSS 机构	184
6.6.5	八机构	187
§ 6.7	Schatz 机构	189
6.7.1	Schatz 机构的结构描述	189
6.7.2	4 种情况下的机构仿真与分析	193
6.7.3	Schatz 机构的自由度分析	194
	参考文献	195

第 7 章 现代并联机构自由度分析

197

§ 7.1	对称的并联机构	198
7.1.1	CRR 机构	199
7.1.2	CPM 机构	201
7.1.3	Tsai 氏 3 自由度 3-RRC 机构	202
7.1.4	Hunt 3-RPS 机构	204
7.1.5	2 移 1 转 3 自由度机构	206
7.1.6	Zlatanov 和 Gosselin 4 自由度并联机构	208
7.1.7	2R2T 4 自由度机构	210
7.1.8	5 自由度 3-RR(RRR)并联机构	212
7.1.9	Hervé 3 自由度移动柔性机构	213
7.1.10	Gogu 3 自由度 Isoglide3-T3 机构	214
7.1.11	3-UU 机构	216
7.1.12	3-RSR 机构	217
§ 7.2	具有不同自由度的 UPU 机构	219
7.2.1	Tsai 氏 3 自由度移动 3-UPU 并联机构	219
7.2.2	非对称的 3-UPU 并联机构	221
7.2.3	Karouia 和 Hervé 3 自由度转动 3-UPU 并联机构	222
7.2.4	4 自由度 4-UPU 机构	224
7.2.5	变化的 5 自由度 3-UPU 并联机构	224
§ 7.3	非对称并联机构	227
7.3.1	Tricept	228
7.3.2	TriVariant	229
7.3.3	2 自由度球面 5 杆机构	229

ix

7.3.4	2 自由度 S/PRS/PSS 机构	230
7.3.5	Carricato 机构	232
7.3.6	Exechon 机器人机构	234
§ 7.4	分支含闭环的并联机构	236
7.4.1	Delta 机构的自由度分析	236
7.4.2	含 4R 闭环的 Tsai 氏机构	242
7.4.3	H4 操作机	244
7.4.4	Orthoglide 机构	248
7.4.5	Star 机构	250
§ 7.5	几种特殊的并联机构	252
7.5.1	一个特殊 UPU 结构的 3-UPU 角台机构	252
7.5.2	不能相互转化的两个 2-UPU 机构	254
7.5.3	特殊的 SP/SPR 机构	256
7.5.4	Davies 机构	257
	参考文献	259

第 8 章 多环耦合机构自由度分析

262

§ 8.1	混联空间机构的分析	263
§ 8.2	Altmann 的“Abb. 34”机构	265
8.2.1	ABCDE 闭环子机构	266
8.2.2	闭环子机构中构件 3 的运动	267
8.2.3	整个机构	268
§ 8.3	双色 Hoberman Switch-Pitch 魔球机构	269
8.3.1	结构分析	271
8.3.2	3 杆组运动链分析	272
8.3.3	8 杆单环机构	273
8.3.4	双环 13 杆链	276
8.3.5	3 环 16 杆链	277
8.3.6	整体机构	278
§ 8.4	变形魔方机构	279
8.4.1	双网眼机构	280
8.4.2	4 网眼机构	282
8.4.3	附加上第 5 个四边形运动链	286
8.4.4	整体 6 网眼机构	288
	参考文献	289

第 9 章	机构奇异下的自由度	290
§ 9.1	机构奇异的分类	291
§ 9.2	3/3-SPU Stewart 机构主奇异下自由度	300
§ 9.3	3/6-Stewart 机构的奇异类型	302
§ 9.4	6/6-Stewart 机构奇异	304
§ 9.5	3-RPS 机构	307
§ 9.6	5 自由度 3R2T 机构的奇异	309
	参考文献	310
第 10 章	实际中错误的机构自由度分析	312
§ 10.1	两自由度转动平台	313
§ 10.2	5 自由度 CT 环境下手术操作机	316
§ 10.3	3 自由度 3-PSR 机构	319
§ 10.4	大型激光器的光机精密装校设备	321
§ 10.5	3-RPRU 3 自由度机构	324
§ 10.6	6 自由度运动模拟器	326
§ 10.7	沿圆周做平移 2 自由度 3-UU 机构	327
第 11 章	机构实现确定运动的条件	331
§ 11.1	多自由度机构实现确定运动的条件	332
§ 11.2	输入干涉	335
11.2.1	第一类输入干涉	335
11.2.2	第二类输入干涉	336
§ 11.3	输入选取原理	337
§ 11.4	实例分析	339
	参考文献	343

莫道昆明池水浅，观鱼胜过富春江

第一篇



第 1 章

螺旋理论基础

应用螺旋理论分析空间机构是比较方便的,它是诸种常用的数学方法中较好的一种。螺旋是由一组空间的对偶矢量构成,从而在几何学上可以用来同时表示直线在空间的方向和位置,在物理学上可以用来表示运动学中物体的线速度或角速度,在刚体力学中表示力或力矩,在自由度分析时能表示是约束力还是约束力偶,以及是转动自由度还是移动自由度。这样一个含 6 个标量的旋量概念,就易于应用于空间机构的运动学和动力学分析。它也易于与其他方法如矢量法、矩阵法和运动影响系数法之间相互转化。它具有几何概念清楚、物理意义明确、表达形式简单、代数运算方便、理论上的难度也不是很高等优点,因而得到广泛的应用。特别是目前机构学上的许多前沿性的有难度的问题,螺旋理论在多方面领先做出了

论机构自由度

贡献,表现出其强大的生命力。

螺旋理论形成于 19 世纪。Poinsot (1777—1859) 在 19 世纪初首先通过对刚体上力系的简化,得到具有旋量概念的力矢和与之共线的力偶矢,这样的一组对偶矢量。Plücker^[1] 确定了表示空间直线方向和位置的 6 个坐标,这就称为直线的 Plücker 线坐标。1900 年, Ball 完成经典著作《螺旋理论》^[2], 书中应用螺旋讨论了在约束下刚体的运动学和动力学的某些问题。

在 20 世纪的前半叶,螺旋理论几乎无人问津,直到世纪中期 Dimentberg^[3, 4] 才首次应用螺旋理论分析空间机构,引起了人们的注意。接着 Yang 和 Freudenstein^[5] 也应用对偶四元素、螺旋微分等于空间机构的位移和动力分析。Phillips^[6] 应用螺旋理论分析过约束环。1978 年 Hunt 的《运动几何学》是螺旋理论的现代发展^[7]。Waldron^[8], Sugimoto 和 Duffy^[9] 等在螺旋理论及其应用上都做出了贡献。Mohamed 和 Duffy^[10] 在 1984 年首次将螺旋理论应用于并联机器人中,其后黄真^[11] 于 1985 年用螺旋理论分析了复杂的 6-6R 并联机器人的速度和加速度。这些研究都是螺旋理论在并联机器人上早期的应用。本篇介绍的螺旋理论知识,其主要内容选自 1982 年 Duffy^①(图 1.1) 在佛罗里达大学的课堂讲义^[12]。这本讲义是所有介绍螺旋理论的著作中写的最清楚、最易读的。黄真在燕山大学的研究生教学中一直采用 Duffy 的这个理论体系,他的许多学生,如方跃法、孔宪文(Kong X W)、李秦川等,都按这个体系学习过螺旋理论,他们都很快速、很好地掌握了这个理论,并在研究上做出了成绩。这里我们继续按照 Duffy 的体系,发扬他的思想。同时借此机会谨向已去世的 Duffy 教授再次表示诚挚的敬意^②。也建议想学习螺旋理论的读者,先读一读本书这部分介绍的螺旋理论以便较快入门,以后若想更加深入地了解可以再查阅其他文献。实践证明,这可能是一条比较容易的途径。

本章先从空间直线的矢量表示开始,建立它们的齐次坐标。在此基础上,引出两个重要概念,即线矢量和旋量,讨论它们的性质和代数运算。最后结合机器人应

① Duffy 是一位在机构学领域做出卓越贡献的科学家,他一生从事学术研究,作风朴实,勤勤恳恳,学风严谨,取得了许多成绩,包括在螺旋理论、在单环空间机构学等许多方面。特别是在向机构学的“珠穆朗玛问题”的历史性的突击上,他做了大量的基础性的铺垫工作,但在最后的攀顶之时却失之交臂。值得庆幸的是,我国学者梁崇高教授和他的弟子在 Duffy 的基础上最终攀顶。在祝贺梁崇高和他的弟子的同时,不能忘却 Duffy 所做的贡献。本书第一作者于 1982 年在美国佛罗里达大学有幸聆听了 Duffy 的螺旋理论研究生课程, Duffy 深入浅出的螺旋理论课堂讲解,使听众很快抓住了螺旋理论的精髓,并感受到螺旋理论的美妙和让人有所顿悟。可惜该讲义 Duffy 本人并未出版;在螺旋理论方面大家最常引用的是 Hunt 的那本书,然而由于其语言晦涩难懂,常常让人望而却步。回过头来看,如果让我先看 Hunt 的那本书,难以发生顿悟,相信那时我不会继续沿螺旋理论再向前走。

② 另一方面, Duffy 在学术上也有失误之处,他自己也坦然地承认这一点。这在科学的发展史上并不奇怪,有没有人一辈子没有说过错话? 即使是大师爱因斯坦也说过错话。我们就是要继承和发扬所有前人的正确的理论,要站在巨人肩上再向上迈进。这一部论证自由度原理的普适性的著作能够在聆听 Duffy 教诲的 30 年后出版,第一作者在此还是要再次表示对 Duffy 深深的敬意和追思……