



白贵芳 原立格 屠 振 编著

天线与电波传播解题指南

清华大学出版社

天线与电波传播解题指南

白贵芳 原立格 屠 振 编著

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

全书共7章,内容包括:天线基本理论、线天线、面天线、电波传播基础、地面波传播、天波传播、视距传播。每章由基本概念与公式、习题与解答两部分组成。本书共选编习题175道,通过这些习题的解题过程,旨在帮助读者更好地理解天线与电波传播的基本概念,掌握解题方法与技巧,提高分析问题、解决问题的能力,培养创新思维。

本书读者对象为高等院校通信工程、电子信息等专业学习“天线与电波传播”、“天线原理”、“电波传播”等课程的本科生,既可作为学习这些课程的辅助教材,也可作为从事教学工作的教师、科技工作者、考研学生备考,以及自学者学习的参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

天线与电波传播解题指南 / 白贵芳,原立格,屠振编著. --北京:清华大学出版社,2012.1
ISBN 978-7-302-27277-9

I. ①天… II. ①白… ②原… ③屠… III. ①天线 ②电波传播 IV. ①TN82 ②TN011

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第231245号

责任编辑:邹开颜 赵从棉

责任校对:刘玉霞

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010 62770175

投稿与读者服务:010 62776969, c_service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010 62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

印 装 者:北京市清华园胶印厂

经 销 全国新华书店

开 本:185×230 印 张:11.75

字 数:251千字

版 次:2012年1月第1版

印 次:2012年1月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:24.00元

产品编号:040419 01

前言

天线与电波传播是高等院校通信工程、电子信息等专业本科学生的一门重要的专业基础理论课程。本书是高等院校通信工程专业天线原理、电波传播、天线与电波等课程的辅助教材,也可作为相关专业的教学参考书。本书以大学本科生为主要对象,对从事天线与电波传播教学工作的教师、科技人员、考研学生以及自学者,也有一定的参考价值。

全书共7章,内容包括:天线基本理论、线天线、面天线、电波传播基础、地面波传播、天波传播、视距传播。对各章的基本概念作了简要的总结和归纳,对习题给出了详细解答,并给出分析与提示,便于读者对基本概念的理解与掌握。全书共选编习题175道,这些习题一部分来自教学实践,一部分来自国内外优秀教材,还有一部分来自考研真题,因而具有代表性。希望通过这些习题的解题过程,能够帮助学生更好地理解天线与电波传播的基本概念,掌握解题方法与技巧,提高分析问题、解决问题的能力,培养创新思维。

本书第1、5、6、7章由白贵芳编写,第2、4章由原立格编写,第3章由屠振编写。白贵芳负责全书的组织、修改和定稿工作。

本书是在天线与电波传播课程的教学实践基础上编写的。在编写过程中,得到了解放军信息工程大学卫星通信教研室的教师、同事及研究生的大力帮助,在此向他们表示衷心感谢。在本书的编写及出版过程中,还得到了清华大学出版社的大力支持和精心指导,在此表示衷心感谢。另外,在本书编写过程中参阅和借鉴了书后所列参考文献中的相关信息与数据,在此对参考文献的作者表示感谢。

由于编者水平和时间所限,书中难免存在错误和不当之处,敬请广大读者和专家批评指正。电子信箱: bgf1011@163.com。

编 者

2011年7月

目 录

第 1 章 天线基本理论	1
1.1 电基本振子的辐射	2
1.1.1 基本概念与公式	2
1.1.2 习题与解答	4
1.2 磁基本振子的辐射	11
1.2.1 基本概念与公式	11
1.2.2 习题与解答	11
1.3 天线的电参数	12
1.3.1 基本概念与公式	12
1.3.2 习题与解答	17
1.4 对称振子的辐射	30
1.4.1 基本概念与公式	30
1.4.2 习题与解答	32
1.5 天线阵的方向性	40
1.5.1 基本概念与公式	40
1.5.2 习题与解答	43
1.6 无限大理想导电反射面对天线电性能的影响	60
1.6.1 基本概念与公式	60
1.6.2 习题与解答	61
第 2 章 线天线	68
2.1 双极天线	68
2.1.1 基本概念与公式	68
2.1.2 习题与解答	69
2.2 直立天线	74
2.2.1 基本概念与公式	74
2.2.2 习题与解答	75

2.3	行波单导线及菱形天线	78
2.3.1	基本概念与公式	78
2.3.2	习题与解答	81
2.4	螺旋天线	82
2.4.1	基本概念与公式	83
2.4.2	习题与解答	84
2.5	对数周期天线	86
2.5.1	基本概念与公式	86
2.5.2	习题与解答	88
2.6	引向天线	93
2.6.1	基本概念与公式	93
2.6.2	习题与解答	93
2.7	环形天线	95
2.7.1	基本概念与公式	95
2.7.2	习题与解答	97
第3章	面天线	101
3.1	惠更斯元与平面口径的辐射	101
3.1.1	基本概念与公式	101
3.1.2	习题与解答	104
3.2	喇叭天线	109
3.2.1	基本概念与公式	109
3.2.2	习题与解答	112
3.3	旋转抛物面天线	115
3.3.1	基本概念与公式	116
3.3.2	习题与解答	118
3.4	卡塞格伦天线	125
3.4.1	基本概念与公式	125
3.4.2	习题与解答	126
第4章	电波传播基础	130
4.1	基本概念与公式	130
4.2	习题与解答	133

第 5 章 地面波传播	143
5.1 基本概念与公式	143
5.2 习题与解答	148
第 6 章 天波传播	153
6.1 基本概念与公式	153
6.2 习题与解答	157
第 7 章 视距传播	163
7.1 基本概念与公式	163
7.2 习题与解答	170
参考文献	177

天线基本理论

天线是通信、雷达、导航、广播等无线电系统的重要组成部分,其基本功能是发射和接收无线电波。

(一) 天线的定义

用来辐射和接收无线电波的装置称为天线。

(二) 天线的作用

天线的作用是将发射机输出的高频电流能量转换成电磁波辐射出去,或将空间电波信号转换成高频电流能量送给接收机。

(三) 天线的分类

按照用途的不同,可将天线分为通信天线、广播和电视天线、雷达天线、导航和测向天线等;按照工作波长,可分为长波天线、中波天线、短波天线、超短波天线以及微波天线等;按照极化方式,可分为线极化天线、圆极化天线、椭圆极化天线;按照工作状态,可分为发射天线、接收天线、收发共用天线;按照天线上电流分布,可分为行波天线、驻波天线;按照频带宽度,可分为窄频带天线、宽频带天线、超宽频带天线等。

通常可按天线的结构形式分成两大类,线天线和面天线。

所谓线天线是指导线的半径远小于线本身的长度及工作波长,且载有高频电流的金属导线,也包括金属面上线状的缝隙,缝隙的横向尺寸也远小于工作波长及其纵向尺寸。面天线是由金属、介质板或导线栅格组成的面状天线。线天线一般用于长、中、短波;线状缝隙天线常应用于超短波和微波波段;面天线一般用在微波波段。

(四) 天线的研究方法

1. 精确解法

所谓精确解法,就是求满足特定边界条件下的麦克斯韦方程的解。

2. 近似解法

近似解法包括微扰法、变分法、迭代法、几何光学法、几何绕射法等。

3. 数值解法

(1) 矩量法

矩量法是一种将连续方程离散化为代数方程组的方法,对求解微分方程和积分方程均适用。由于求解过程中需要计算广义矩量,故得名。矩量法包括三个基本过程:

- ① 离散化过程,将算子方程化为代数方程;
- ② 取样检验过程,将求解代数方程的问题转化为求解矩阵方程的问题;
- ③ 矩阵求逆过程。

(2) 有限元法

有限元法的基本思想是将边值问题化为泛函的变分问题后再求解。基本步骤是:

- ① 化边值问题为泛函的变分问题;
- ② 场域剖分与线性插值;
- ③ 建立有限元方程;
- ④ 有限元方程求解。

(3) 有限差分法

有限差分法是以差分原理为基础的一种近似数值方法,基本步骤是:

- ① 化边值问题为差分问题;
- ② 差分方程组求解。

1.1 电基本振子的辐射

1.1.1 基本概念与公式

1. 电基本振子

电基本振子(又称电流元、电偶极子、元天线)是指一段理想的高频电流直导线,其长度 l 远小于波长 λ ,其半径 a 远小于 l ,同时振子沿线电流 I 处处等幅同相。

振子可以理解为辐射元,天线的基本辐射元有电基本振子、磁基本振子、惠更斯元。电基本振子是研究线天线的基础。由于讨论均针对简谐电磁场,因而省略时间因子 $e^{j\omega t}$ 。

2. 电基本振子的场

如图 1-1 所示,根据电磁场理论,位于球坐标系原点 O 沿 z 轴放置的电基本振子在无限大自由空间中场强的表达式为

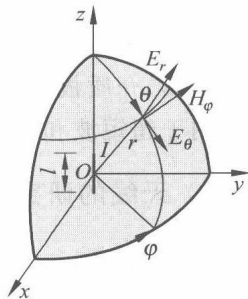


图 1-1 电基本振子的坐标

$$\begin{cases} H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\varphi = \frac{Il}{4\pi} \sin \theta \left(j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jkr} \\ E_r = \frac{Il}{4\pi} \frac{2}{\omega \epsilon_0} \cos \theta \left(\frac{k}{r^2} - j \frac{1}{r^3} \right) e^{-jkr} \\ E_\theta = \frac{Il}{4\pi} \frac{1}{\omega \epsilon_0} \sin \theta \left(j \frac{k^2}{r} + \frac{k}{r^2} - j \frac{1}{r^3} \right) e^{-jkr} \\ E_\varphi = 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

根据距离的远近,可将电基本振子产生的场分为三个区域来讨论。

(1) 近区场(感应场)

$kr \ll 1$, 即 $r \ll \lambda/2\pi$ 的区域内,称为近区。近区场的表达式为

$$\begin{cases} E_r = -j \frac{Il}{4\pi r^3} \frac{2}{\omega \epsilon_0} \cos \theta \\ E_\theta = -j \frac{Il}{4\pi r^3} \frac{1}{\omega \epsilon_0} \sin \theta \\ H_\varphi = \frac{Il}{4\pi r^2} \sin \theta \\ E_\varphi = H_r = H_\theta = 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

近区场具有以下特点:

- ① 电场 E_θ 和 E_r 与静电场问题中的电偶极子的电场相似,磁场 H_φ 与恒定电流场问题中的电流元的磁场相似,所以近区场称为准静态场。
- ② 场强与 $1/r$ 的高次方成正比,即近区场随距离的增大而迅速减小,也就是离天线较远时,可认为近区场近似为零。
- ③ 电场与磁场相位相差 90° ,说明坡印廷矢量为虚数,也就是说,电磁能量在场源和场之间往返振荡,没有能量向外辐射。因此,近区场又称为感应场。

(2) 远区场(辐射场)

$kr \gg 1$, 即 $r \gg \lambda/2\pi$ 的区域,称为远区。远区场的表达式为

$$\begin{cases} E_\theta = j \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin \theta e^{-jkr} \\ H_\varphi = j \frac{Il}{2\lambda r} \sin \theta e^{-jkr} \\ E_r = E_\varphi = H_r = H_\theta = 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

远区场具有以下特点:

- ① 电基本振子的远区场只有 E_θ 和 H_φ 两个分量,二者在空间上相互垂直,在时间上同相位,其坡印廷矢量 $\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ 是实数,且指向 r 方向。这说明电基本振子的远区场是一

个沿着径向向外传播的横电磁波。因此,远区场又称为辐射场。

② $E_\theta/H_\varphi = \eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$ 是一常数,即等于媒质的本征阻抗,远区场具有与平面波相同的特性。

③ 辐射场的场强与距离成反比,随着距离的增大,辐射场减小。这是因为辐射场是以球面波的形式向外扩散的,当距离增大时,辐射能量分布到更大的球面面积上。

④ 在不同的 θ 方向上,辐射强度是不相等的。这说明电基本振子的辐射是有方向性的。

(3) 中间区的场

介于近区和远区之间的区域称为中间区,在这个区域内电磁场与 $\frac{1}{r}$ 、 $\frac{1}{r^2}$ 和 $\frac{1}{r^3}$ 成正比的各项大小差不多,在该区域感应场与辐射场都不占绝对优势,场结构比较复杂。

3. 电基本振子的辐射功率

天线向自由空间辐射的总功率称为天线的辐射功率,它等于坡印廷矢量在任一包围天线的球面上的积分。电基本振子的辐射功率为

$$P_r = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ W} \quad (1-4)$$

式中, I 为电基本振子上的电流, l 为电基本振子的长度, λ 为工作波长。

4. 电基本振子的辐射电阻

将天线辐射的功率看成被一个等效电阻所吸收,这个等效电阻就称为天线的辐射电阻。电基本振子的辐射电阻为

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \Omega \quad (1-5)$$

1.1.2 习题与解答

1-1 电基本振子如图 1-2 所示位于球坐标系原点 O 并沿 z 轴放置,回答下列问题:

- (1) 指出辐射场的传播方向、电场方向和磁场方向。
- (2) 辐射的是什么极化的波?
- (3) 指出过 M 点的等相位面的形状。
- (4) 若已知 M 点的电场 $\mathbf{E}$, 试求该点的磁场 $\mathbf{H}$ 。
- (5) 辐射场的大小与哪些因素有关?
- (6) 指出最大辐射方向和最小辐射方向。
- (7) 指出 E 面和 H 面,并概画方向图。

答: (1) 辐射场沿 $\mathbf{a}_r$ 方向传播,电场为 $\mathbf{a}_\theta$ 方向,磁场为 $\mathbf{a}_\varphi$ 方向。

(2) 线极化波。

(3) 球面。

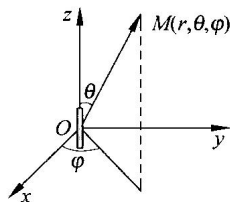


图 1-2 题 1-1 图

(4) M 点的磁场 $\mathbf{H}$ 为 $\mathbf{H}_\varphi = \frac{E_\theta}{120\pi} \mathbf{a}_\varphi$ (A/m)。

(5) 辐射场的大小与振子电流 I 、距离 r 、振子电长度 l/λ 、子午角 θ 有关。

(6) 最大辐射方向: $\theta = \pi/2$; 最小辐射方向: $\theta = 0$ 和 $\theta = \pi$ 。

(7) E 面: yOz 平面(或其他包含振子轴的任一平面); H 面: xOy 平面。方向图如图 1-3 所示。

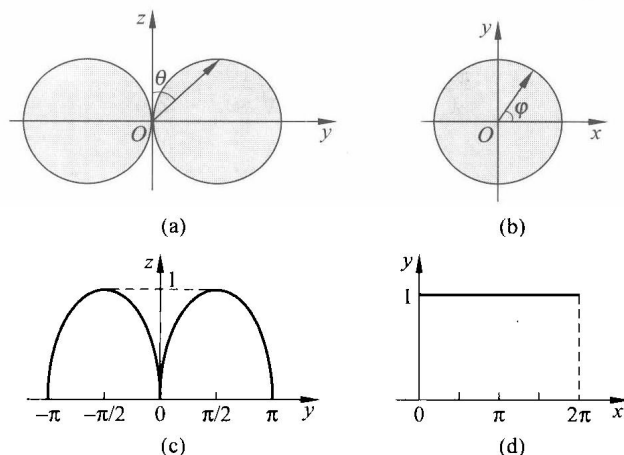


图 1-3 电基本振子方向图

(a) E 面方向图(极坐标); (b) H 面方向图(极坐标);
 (c) E 面方向图(直角坐标); (d) H 面方向图(直角坐标)

[分析与提示]

(1) 电场、磁场以及传播方向三者满足右手螺旋法则。由电流沿 z 轴方向可判别磁场为 $\mathbf{a}_\varphi$ 方向, 辐射场沿径向($\mathbf{a}_r$ 方向)传播, 可知电场为 $\mathbf{a}_\theta$ 方向。

(2) 由电基本振子辐射场瞬时表达式可知, 电基本振子辐射的是线极化波。

(3) 由场表达式中相位因子 e^{-jkr} 可知, 由 r 相同的点构成等相位面, 因此等相位面为球面。

(5) 由辐射场表达式 $E_\theta = j \frac{60\pi I l}{\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}$ 可知, 辐射场的大小与振子电流 I 、距离 r 、振子电长度 l/λ 、子午角 θ 有关。

(6) 当 $\theta = \pi/2$ 时, $F(\theta, \varphi) = 1$ 为最大辐射; 当 $\theta = 0, \pi$ 时, $F(\theta, \varphi) = 0$ 为最小辐射。

(7) 根据 E 面、H 面的定义可知, 子午面(包含振子轴的任一平面, 如 yOz 平面)为 E 面, 赤道平面(xOy 平面)为 H 面。

1-2 一电基本振子的辐射功率为 10 W, 试求 $r = 10$ km 处, $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 的场强。 θ 为射线与振子轴之间的夹角。

解：电基本振子远区场为

$$E_{\theta} = j \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}$$

$$H_{\varphi} = j \frac{Il}{2\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}$$

由电基本振子辐射功率

$$P_r = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 10$$

$$\frac{\pi Il}{\lambda} = \sqrt{\frac{P_r}{40}} = \sqrt{\frac{10}{40}} = \frac{1}{2}$$

得

$$E_{\theta} = j \frac{3}{1000} \sin \theta e^{-j10\,000k}$$

$$H_{\varphi} = j \frac{1}{40\,000\pi} \sin \theta e^{-j10\,000k}$$

当 $\theta=0^\circ$ 时,

$$E_{\theta} = 0, \quad H_{\varphi} = 0$$

当 $\theta=45^\circ$ 时,

$$E_{\theta} = j \frac{3}{1000} \sin 45^\circ e^{-j10\,000k} = j \frac{3\sqrt{2}}{2000} e^{-j10\,000k} = j2.12 \times 10^{-3} e^{-j10\,000k} \text{ (V/m)}$$

$$H_{\varphi} = j \frac{1}{40\,000\pi} \sin 45^\circ e^{-j10\,000k} = j \frac{\sqrt{2}}{80\,000\pi} e^{-j10\,000k} = j5.63 \times 10^{-6} e^{-j10\,000k} \text{ (A/m)}$$

当 $\theta=90^\circ$ 时,

$$E_{\theta} = j \frac{3}{1000} \sin 90^\circ e^{-j10\,000k} = j \frac{3}{1000} e^{-j10\,000k} = j3 \times 10^{-3} e^{-j10\,000k} \text{ (V/m)}$$

$$H_{\varphi} = j \frac{1}{40\,000\pi} \sin 90^\circ e^{-j10\,000k} = j \frac{1}{40\,000\pi} e^{-j10\,000k} = j8 \times 10^{-6} e^{-j10\,000k} \text{ (A/m)}$$

[分析与提示] 利用电基本振子辐射功率计算公式 $P_r = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$ 求出 $\frac{\pi Il}{\lambda}$, 再代入电基本振子辐射场表达式求出辐射场。

1-3 已知某天线归一化方向函数为 $F(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{4} \cos \theta - \frac{\pi}{4}\right)$, 分别用直角坐标、极坐标绘出 E 面方向图, 并计算半功率波瓣宽度 $2\theta_{0.5}$ 。

解：根据方向函数列表如下, 描点作图或利用 MATLAB 画出 E 面方向图如图 1-4 所示。

θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$F(\theta)$	1	0.707	0	0.707	1

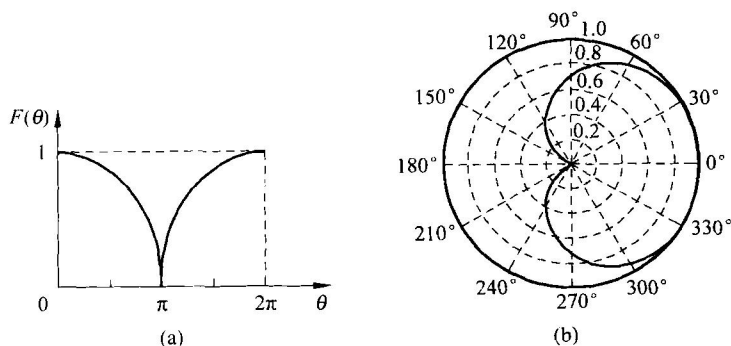


图 1-4 E 面方向图

(a) 直角坐标; (b) 极坐标

令

$$F(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\theta_{0.5} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

即

$$\frac{\pi}{4}\cos\theta_{0.5} - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$$

得 $\theta_{0.5} = \frac{\pi}{2}$, 故 $2\theta_{0.5} = \pi$ 。

[分析与提示] 利用半功率波瓣宽度的定义求解。

1-4 已知一电流元长 $l=1\text{ m}$, 其上电流 $I=1\text{ A}$, 工作频率 $f=3\text{ MHz}$ 。

(1) 设电流元平放在纸面上, 见图 1-5(a), 求距离 $r=10\text{ km}$ 处 A、B、C、D、E 各点的电场强度值并在图上标出极化方向。

(2) 若电流元垂直于纸面, 其余条件不变, 再求各点电场大小并说明极化方向。

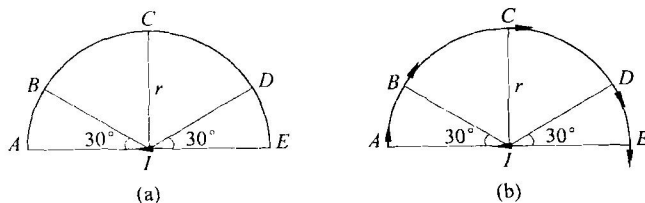


图 1-5 题 1-4 图

(a) 电流元示意图; (b) 各点场强的方向

$$\text{解: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^6} = 100(\text{m})$$

$$r = 10\text{ km}, r \gg \lambda/2\pi$$

即 A、B、C、D、E 各点均在电基本振子的远区。

$$(1) E_{\theta} = j \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}, \text{模值为 } |E| = \frac{60\pi Il}{\lambda r} \sin \theta$$

由于

$$\sin 0^{\circ} = \sin 180^{\circ} = 0, \quad \text{所以 } |E_A| = |E_E| = 0 (\text{V/m})$$

$$\sin 30^{\circ} = \sin 150^{\circ} = \frac{1}{2}, \quad \text{所以 } |E_B| = |E_D| = 9.42 \times 10^{-5} (\text{V/m})$$

$$|E_C| = |E_{\max}| = 1.884 \times 10^{-4} (\text{V/m})$$

电场强度的方向沿各点的切线方向, 见图 1-5(b)。

(2) 若电流元垂直于纸面, 则 A、B、C、D、E 各点都在 H 面上, 即 $\theta = 90^{\circ}$, 所以各点场强相等, 且为最大值 $|E_{\max}| = 1.884 \times 10^{-4} \text{ V/m}$, 各点电场强度的方向均垂直于纸面。

[分析与提示] 将已知条件代入电基本振子场强表达式求解。

1-5 电基本振子如图 1-6 所示。(1) 推导用球坐标系中的自变量 θ, φ 表示的方向函数表示式; (2) 写出 E 面、H 面方向函数并画出其方向图。

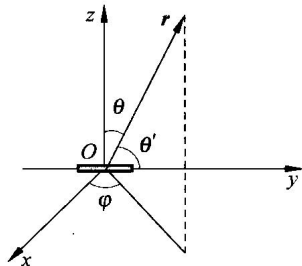


图 1-6 题 1-5 图

解: 根据电基本振子方向函数的标准形式

$$F(\theta, \varphi) = |\sin \theta'|$$

θ' 为振子轴线与 r 的夹角, 将 θ' 用球坐标变量 θ, φ 表示:

$$r \cos \theta' = r \sin \theta \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \theta' = \sin \theta \cdot \sin \varphi$$

$$\sin \theta' = \sqrt{1 - \cos^2 \theta'} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \varphi}$$

代入方向函数标准形式中, 得

$$F(\theta, \varphi) = |\sin \theta'| = \left| \sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \varphi} \right|$$

E 面 (xOy 面, $\theta = 90^{\circ}$) 方向函数为

$$F_E(90^{\circ}, \varphi) = \left| \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 \varphi} \right| = |\cos \varphi|$$

H 面 (xOz 面, $\varphi = 0^{\circ}$) 方向函数为

$$F_H(\theta, 0^{\circ}) = 1$$

由此两式可画出 E、H 面方向图如图 1-7 所示。

[分析与提示]

(1) 电基本振子方向函数的标准形式是确定的, 但随着振子位置放置不同, 方向函数表示式有所改变。

(2) 电基本振子的方向图形状是确定的, 但随振子位置放置有所改变。

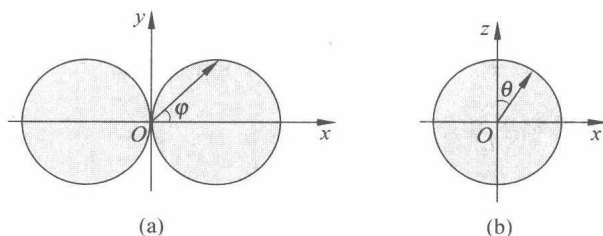


图 1-7 E、H 面方向图

(a) E 面方向图; (b) H 面方向图

1-6 已知电基本振子在 $\theta = \pi/6, r = 5 \text{ km}$ 处的电场为 2 mV/m , 求其辐射功率。

解: 由 $F(\theta, \varphi) = \frac{|E|}{|E|_{\max}}$, 得

$$|E| = |E|_{\max} F(\theta, \varphi)$$

电基本振子的归一化方向函数为

$$F(\theta, \varphi) = \sin \theta, \quad |E|_{\max} = \frac{|E|}{F(\theta)} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4 (\text{mV/m})$$

由 $P_r = \frac{|E|_{\max}^2 r^2}{60D}$, 电基本振子的方向系数 $D = 1.5$, 可得

$$P_r = \frac{|E|_{\max}^2 r^2}{60D} = \frac{(4 \times 10^{-3})^2 \times (5 \times 10^3)^2}{60 \times 1.5} = \frac{40}{9} \approx 4.44 (\text{W})$$

[分析与提示] 根据归一化方向函数的定义先求辐射场强最大值, 然后求辐射功率。

1-7 自由空间中的电基本振子, 辐射功率 $P_r = 100 \text{ W}$, 设射线与振子轴之间的夹角为 θ , 场点到电基本振子的距离为 r , 求远区 $r = 20 \text{ km}$ 处, $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ 和 90° 方向的电场强度的模值。

解: 电基本振子的方向系数 $D = 1.5$, 最大辐射方向的场强值为

$$|E_\theta|_{\max} = \frac{\sqrt{60P_r D}}{r} = \frac{\sqrt{60 \times 100 \times 1.5}}{20 \times 10^3} = 4.74 (\text{mV/m})$$

$$|E_\theta| = |E_\theta|_{\max} \sin \theta = 4.74 \sin \theta (\text{mV/m})$$

当 $\theta = 0$ 时, $|E_\theta| = 0$;

当 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 时, $|E_\theta| = 4.74 \times 0.707 = 3.35 (\text{mV/m})$;

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $|E_\theta| = 4.74 (\text{mV/m})$ 。

[分析与提示] 先求最大辐射方向的场强值, 然后利用 $|E_\theta| = |E_\theta|_{\max} \sin \theta$, 代入 θ 值求解。

1-8 在赤道平面 $\pm 45^\circ$ 的范围内, 电基本振子的辐射功率是它总辐射功率的百分之几?

解：电基本振子的总辐射功率为

$$P_r = \frac{15I^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\varphi$$

在赤道平面 $\pm 45^\circ$ 范围内的辐射功率为

$$P'_r = \frac{15I^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\varphi$$

两者之比为

$$\frac{P'_r}{P_r} = \frac{\frac{15I^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\varphi}{\frac{15I^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\varphi} = \frac{\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \sin^3 \theta d\theta d\varphi}{\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\varphi} = \frac{5\sqrt{2}}{8} = 88.4\%$$

[分析与提示] 电基本振子的总辐射功率为

$$P_r = \frac{15I^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

电基本振子的方向函数为

$$f(\theta, \varphi) = \frac{\pi l}{\lambda} \sin \theta$$

1-9 某天线在 yOz 面的方向图如图 1-8 所示, 已知 $2\theta_{0.5} = 78^\circ$, 求点 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 与点 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的辐射场的比值。

解：设点 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 的场强为 E_1 , 点 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的场强为 E_2 , 点 $M'_2(r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的场强为 E'_2 。

因为 $2\theta_{0.5} = 78^\circ$, 所以 $\theta_{0.5} = 39^\circ$, 从图中可以看出点 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 是半功率点, 其场强大小为

$$E_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} E'_2$$

由于场强与 $\frac{1}{r}$ 成正比, 则点 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的场强是点 $M'_2(r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 场强的 $\frac{1}{2}$, 即

$$E_2 = \frac{1}{2} E'_2$$

故点 $M_1(r_0, 51^\circ, 90^\circ)$ 与点 $M_2(2r_0, 90^\circ, 90^\circ)$ 的辐射场的比值为

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} E'_2}{\frac{1}{2} E'_2} = \sqrt{2}$$

[分析与提示] 由半功率波瓣宽度的定义, 确定 M_1 、 M'_2 、 M_2 三点之间场强的相互关系, 得到点 M_1 和点 M_2 的辐射场之比。

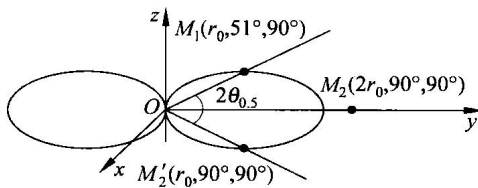


图 1-8 题 1-9 图