

KEBEN DAJIANGJIE

★含教材习题答案★

课本人讲解

课间小梳理 课堂大讲解

主编 刘 强



YZL10890147176

八年级数学 下



北京出版集团公司
北京教育出版社

KEREN DAJIANGJIE

课本人讲解

课间小梳理
课堂大讲解

宁波出版社
藏书

浙教版

八年级数学 下

主 编：刘 强
本册主编：孙玉安 陈 建
本册副主编：王 军
本册编者：孙 鹏



YZL10890147175



北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

课本大讲解·浙教版·八年级数学·下/刘强主编.

—北京:北京教育出版社,2011.10

ISBN 978 - 7 - 5303 - 8995 - 9

I . ①课... II . ①刘... III . ①中学数学课 - 初中 - 教学参考资料 IV . ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 209238 号

**课本大讲解
八年级数学(浙教版)下
主编 刘强**

*
北京出版集团公司 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100120

网址:www.bph.com.cn
北京出版集团公司总发行
全国各地书店经销
利兴印刷有限公司 印刷

*
880×1230 32 开本 10.125 印张 200000 字
2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5303 - 8995 - 9
定价:19.80 元

版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393

本丛书体例设置完全符合学生的学习过程，遵循学生的认知规律。对学生的课前预习、课中学习、课后复习给予全程精心辅导，侧重于基础知识和中考热点的全面细致讲解。以讲解贯穿全程：讲学法，让学生学有所依；讲规律，让学生触类旁通；讲重点、难点、易错点，让学生有的放矢。全程而全面的讲解让学生收获的是学科能力的全面提升。

中学课本大讲解 八年级数学(浙教版)下

栏目功能说明

课本预习大讲解

根据重点内容，选取关键的概念、公式、性质、思想、方法、法则，并配以知识框图。

中学课本大讲解 九年级数学(上)

课本预习大讲解

任务指南 ➤ 明任务，重难点在于胸

级别 理解(重点)☆☆☆☆☆ 掌握(难点)☆☆☆☆☆ 了解☆☆

等腰三角形的有关性质定理和判定定理，会运用它们解决问题。

名称 反证法的含义 假设…，推出矛盾，判断一，定理假设不正确。

推影 1. 等边对等角；三线合一。 SSS,SAS,ASA
2. 等角对等边。

课本知识大讲解

奇妙之旅 ➤ 抓对比，明辨知识真谛

知识点 1 等腰三角形的性质定理

● 知识提炼

性质 描述 图形 推理格式

1. 等腰三角形的两个底角相等

如左图， $\because AB=AC \therefore \angle B=\angle C$ (等边对等角)。

课本热点大拓展

探索热点 ➤ 抓热点，素质应试全握

热点一—等腰三角形的分类问题

由于等腰三角形的边有底和腰两种，内角有顶角和底角两种，在没有说清边角哪一种的时候，我们要注意分类讨论。

本节答案大汇总

课本热点大拓展

精心挑选典型的题目按照热点分类，并给出详细的解题过程和点拨。

课本知识大讲解

采用“讲、例、练”三结合的方式，对知识进行生动的讲解，配以适当的思维分析和解题关键对知识的重点难点进行概括，从而化繁为简，更有利学生的自学。

本节答案大汇总

详细分析解题思路，点拨解题方法，方便学生自学和教师备课。

本丛书体例设置完全符合学生的学习过程，遵循学生的认知规律。对学生的课前预习、课中学习、课后复习给予全程精心辅导，侧重于基础知识和中考热点的全面细致讲解。以讲解贯穿全程：讲学法，让学生学有所依；讲规律，让学生触类旁通；讲重点、难点、易错点，让学生有的放矢。全程而全面的讲解让学生收获的是学科能力的全面提升。

中学课本大讲解 八年级数学(浙教版)下

栏目功能说明

本章知识网络

采用框图的形式概括要点，指明学习方向，对本章知识的学习做到心中有数。

思想方法例析

采用例题的方式对本章涉及的数学思想进行分类详解，在做题的同时掌握数学的学习方法。

第二章章末总结

第一章 证明(二)

本章知识网络

```

graph TD
    A[丰富的几何背景] --> B[一元二次方程]
    B --> C[直接法]
    B --> D[配方法]
    B --> E[公式法]
    B --> F[分解因式法]
    C --> G[精讲精练]
    G --> H[应用(注重视证解的合理性)]
  
```

本章知识清单

同学们，一章的学习结束了，请你对下列重点内容作自我评价，已经掌握的在表格最后一栏画个“笑脸”。

(一) 重难点知识清单

知识点	要点提示	自我评价
一元二次三个条件	①系数式方程;②只含有一个未知数;③未知数的最高次数是2.	
定义	一般形式 $ax^2+bx+c=0(a,b,c \text{ 为常数}, a \neq 0)$	

思想方法例析

1. 分类讨论思想

分类讨论思想是解题的一种常用思想方法，它有利于培养和发展思维的条理性、精确性、灵活性，学会完整地考虑问题，化繁为简地解决问题。只有掌握了分类的思想方法，在解题中才不会出现漏解的情况。

[例1] 若关于 x 的方程 $kx^2-4x+3=0$ 有实数根，则 k 的非负整数值是()

A. 0, 1 B. 0, 1, 2 C. 1 D. 1, 2, 3

思维分析：由于题目只是要求关于 x 的方程 $kx^2-4x+3=0$ 有实数根，所以原方程有可能是一元二次方程，也有可能是一元一次方程，故要分两种情况进行讨论。

三年真题预览

1. (2010·河南) 方程 $x^2-3=0$ 的根是()

A. $x=-3$ B. $x_1=3, x_2=-3$
C. $x=\sqrt{3}$ D. $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\sqrt{3}$

解析：该一元二次方程的一次项系数为0，适合用直接开平方法解方程。
答案：D

本章知识清单

详细列出本章知识要点，并做出精炼的要点提示，列出较容易出现的错误，进行透彻分析。

三年真题预览

精心挑选与本章重难点相关的中考考题，再现本章知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。

目 录

第1章 二次根式	
本章总揽大讲解 (1)
1.1 二次根式 (2)
课本预习大讲解 (2)
课本知识大讲解 (3)
课本热点大拓展 (6)
本节答案大汇总 (6)
1.2 二次根式的性质 (7)
课本预习大讲解 (7)
课本知识大讲解 (8)
课本热点大拓展 (12)
本节答案大汇总 (14)
1.3 二次根式的运算 (15)
课本预习大讲解 (15)
课本知识大讲解 (16)
课本热点大拓展 (19)
本节答案大汇总 (22)
第1章章末总结 (23)
本章知识网络 (23)
本章知识清单 (23)
思想方法例析 (24)
章末中考探幽 (25)
三年真题预览 (26)
第2章 一元二次方程	
本章总揽大讲解 (28)
2.1 一元二次方程 (29)
课本预习大讲解 (29)
课本知识大讲解 (30)
课本热点大拓展 (34)
本节答案大汇总 (36)
2.2 一元二次方程的解法 (37)
课本预习大讲解 (37)
课本知识大讲解 (38)
课本热点大拓展 (42)
本节答案大汇总 (43)
2.3 一元二次方程的应用 (44)
课本预习大讲解 (44)
课本知识大讲解 (45)
课本热点大拓展 (50)
本节答案大汇总 (53)

第2章 章末总结 (55)

本章知识网络 (55)

本章知识清单 (55)

思想方法例析 (56)

章末中考探幽 (57)

三年真题预览 (58)

第3章 频数及其分布

本章总揽大讲解 (61)

3.1 频数与频率 (62)

课本预习大讲解 (62)

课本知识大讲解 (63)

课本热点大拓展 (65)

本节答案大汇总 (67)

3.2 频数分布直方图 (68)

课本预习大讲解 (68)

课本知识大讲解 (69)

课本热点大拓展 (73)

本节答案大汇总 (78)

3.3 频数分布折线图 (80)

课本预习大讲解 (80)

课本知识大讲解 (81)

课本热点大拓展 (84)

本节答案大汇总 (88)

第3章 章末总结 (90)

本章知识网络 (90)

本章知识清单 (90)

思想方法例析 (91)

章末中考探幽 (94)

三年真题预览 (94)

第4章 命题与证明

本章总揽大讲解 (100)

4.1 定义与命题 (102)

课本预习大讲解 (102)

课本知识大讲解 (102)

课本热点大拓展 (106)

本节答案大汇总 (109)

4.2 证明 (111)

课本预习大讲解 (111)

课本知识大讲解 (112)

课本热点大拓展 (118)

本节答案大汇总 (124)

4.3 反例与证明 (126)

课本预习大讲解 (126)

课本知识大讲解 (127)

课本热点大拓展 (129)

本节答案大汇总	(131)	本节答案大汇总	(170)
<u>4.4 反证法</u>	(132)	<u>5.3 平行四边形的性质</u>	(172)
课本预习大讲解	(132)	课本预习大讲解	(172)
课本知识大讲解	(133)	课本知识大讲解	(172)
课本热点大拓展	(138)	课本热点大拓展	(176)
本节答案大汇总	(141)	本节答案大汇总	(180)
<u>第4章章末总结</u>	(143)	<u>5.4 中心对称</u>	(182)
本章知识网络	(143)	课本预习大讲解	(182)
本章知识清单	(143)	课本知识大讲解	(183)
思想方法例析	(144)	课本热点大拓展	(186)
章末中考探幽	(148)	本节答案大汇总	(188)
三年真题预览	(148)	<u>5.5 平行四边形的判定</u>	(190)
第5章 平行四边形			
本章总揽大讲解	(153)	课本预习大讲解	(190)
<u>5.1 多边形</u>	(156)	课本知识大讲解	(190)
课本预习大讲解	(156)	课本热点大拓展	(195)
课本知识大讲解	(156)	本节答案大汇总	(198)
课本热点大拓展	(162)	<u>5.6 三角形的中位线</u>	(200)
本节答案大汇总	(163)	课本预习大讲解	(200)
<u>5.2 平行四边形</u>	(165)	课本知识大讲解	(201)
课本预习大讲解	(165)	课本热点大拓展	(204)
课本知识大讲解	(165)	本节答案大汇总	(206)
课本热点大拓展	(168)	<u>5.7 逆命题和逆定理</u>	(208)
		课本预习大讲解	(208)

课本知识大讲解	(209)	本节答案大汇总	(240)
课本热点大拓展	(213)	<u>6.3 正方形</u>	(242)
本节答案大汇总	(214)	课本预习大讲解	(242)
<u>第5章章末总结</u>	(216)	课本知识大讲解	(243)
本章知识网络	(216)	课本热点大拓展	(247)
本章知识清单	(216)	本节答案大汇总	(252)
思想方法例析	(217)	<u>6.4 梯形</u>	(254)
章末中考探幽	(218)	课本预习大讲解	(254)
三年真题预览	(218)	课本知识大讲解	(255)
第6章 特殊平行四边形与梯形		课本热点大拓展	(261)
本章总揽大讲解	(221)	本节答案大汇总	(265)
<u>6.1 矩形</u>	(223)	<u>第6章章末总结</u>	(267)
课本预习大讲解	(223)	本章知识网络	(267)
课本知识大讲解	(224)	本章知识清单	(267)
课本热点大拓展	(228)	思想方法例析	(268)
本节答案大汇总	(231)	章末中考探幽	(271)
<u>6.2 菱形</u>	(232)	三年真题预览	(271)
课本预习大讲解	(232)	<u>附录: 课本习题答案</u>	(275)
课本知识大讲解	(233)		
课本热点大拓展	(237)		

第1章 二次根式

英才荐语 ➤ 鉴英才，我当自强不息

以课本为主，决不能脱离课本，要把课本中的内容进行全面的归纳整理，使之形成体系，搞清课本上的每一个公式、概念、法则、性质、公理和定理；抓住基本题型，理解公式的来龙去脉，尤其对经典题型和经常使用的数学公式，要进一步了解推导过程，并对推导过程中产生的一些可能变化进行探究。严肃、认真地对待以上几点，胜过做大量习题，而且往往会产生自己的学习方法，会有你自己意想不到的效果。

本章总揽大讲解

鸟瞰二次根式整章的知识分布图，它详实全面，不仅可以了解整体内容，复习的时候还用得到噢，让你做到一表在手，考试(复习)无忧！

像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$, $\sqrt{2s}$, ……这样表示的算术平方根，且根号内含有字母的代数式叫做二次根式；二次根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零

一个概念	二次根式
------	------

$$(1) (\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0); \quad (2) (\sqrt{|a|})^2 = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0), \end{cases}$$

$$(3) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0); \quad (4) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0);$$

$$\text{乘除运算} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$$

四则运算 整式运算的法则和方法也适用于二次根式的运算

$$(1) \sqrt{a+1} \text{ 中字母的取值范围? } (2) \sqrt{25 \times 4} = ? \quad (3) \sqrt{\frac{5}{9}} = ?$$

$$(4) \sqrt{2} \times \sqrt{6} = ? \quad (5) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} = ? \quad (6) \sqrt{27} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{2} =$$

要解决
的问题

学法锦囊 ➤ 观锦囊，重难易如反掌

1. 首先通过简单的正数、0、负数等等开平方，然后进一步引申到开方的数换为字母的情况，体会分类讨论的思想，理解二次根式的几个基本性质，二次根式的本质就是实数。

2. 结合算术平方根的知识来理解二次根式的意义及其性质，求二次根式的被开方数中的字母的取值范围是一个难点，这里我们要时刻记住分类讨论，看到字母就应该想到有多种可能。

3 在学习二次根式的乘除的时候我们只需要认真按照性质 3 和性质 4 进行有步骤的运算即可，尤其是在进行除法运算的时候，一定要注意分母位置不能为零。

4. 在进行加减的学习时，应该注重相同二次根式的项的学习，这是加减运算的基础，二次根式的加减运算就是建立在相同二次根式的项的基础上的。进行二次根式的乘除也好，加减也好，其目的是对二次根式进行化简，使之成为最简的二次根式，只要不是最简的二次根式，那么运算就还能进行，这就是我们学习二次根式运算的目的。

1.1 二次根式

课本预习大讲解

任务详情 ➤ 明任务，重难了然于胸

级别

理解(重点)☆☆☆☆

掌握(难点)

☆☆☆☆☆

了解☆☆

名称

- (1) 形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式；
- (2) 会求出二次根号下的一次式中字母的取值范围；
- (3) 符号“ $\sqrt{\quad}$ ”叫做二次根号，二次根号下的数叫做被开方数。因为在实数范围内，负数没有平方根，所以被开方数只能是正数或 0，也就是说，被开方数只能是非负数

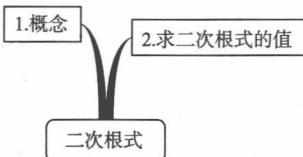
利用“ \sqrt{a} ($a \geq 0$)”解决具体问题
是今后学习其他数学知识的基础

缩影

$\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{6}}$ 都是二次根式

当 x 是多少时， $\sqrt{3x-1}$ 在实数范围内有意义
被开方数不能是负数

任务导图 ➤ 识导图，掌握知识线索



课本知识大讲解

奇妙之旅 ➤ 抓对比，明辨知识真谛

知识点 1 二次根式的概念

● 知识提炼

概念引入

像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$, $\sqrt{2s}$ 这样表示的算术平方根，且根号内含有字母的代数式叫做二次根式

概念解析

- 为了方便起见，我们把一个数的算术平方根也叫做二次根式；
- 二次根式根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零

知识细究：(1) 二次根式的根指数是“2”，已经省略；(2) 因为负数没有平方根，所以根号下的式子必须是非负数才能保证二次根式有意义；由于二次根式的被开方数只能取非负值，因此二次根式要有意义就必须被开方数大于等于0

● 实例解读

【例 1】 下列式子，哪些是二次根式，哪些不是

二次根式： $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt[3]{3}$ 、 $\frac{1}{x}$ 、 \sqrt{x} ($x > 0$)、 $\sqrt{0}$ 、 $\sqrt[4]{2}$ 、 $-\sqrt{2}$ 、 $\frac{1}{x+y}$ 、 $\sqrt{x+y}$ ($x \geq 0, y \geq 0$).

易错核心

要点用巧记，事半能功倍
巧记要点：根号下，非负数，这一点一定要记住！

思维分析：二次根式应满足两个条件：第一，有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”；第二，被开方数是正数或0(非负)。

解：二次根式有： $\sqrt{2}$ 、 \sqrt{x} ($x > 0$)、 $\sqrt{0}$ 、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{x+y}$ ($x \geq 0, y \geq 0$)；不是二次根式的有： $\sqrt[3]{3}$ 、 $\frac{1}{x}$ 、 $\sqrt[4]{2}$ 。

解题关键：二次根式的判断需要两个条件：(1) 带根号，这里特指二次根号，通常情况下 $\sqrt[2]{\quad}$ 简写为“ $\sqrt{\quad}$ ”；(2) 被开方数是非负数，另外 $\sqrt[3]{3}$ 属于三次根式。

● 同源中考

同源解读：根源都是考查二次根式有意义的条件。

【例2】(2011·河北)使代数式 $\frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 有意义的x的取值范围是()

- A. $x > 3$ B. $x \geq 3$
C. $x > 4$ D. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$

思维分析:看到二次根式下含有未知数,首先想到使二次根式有意义,再次看到分母处有未知数,立刻想到分母不能为0.

答案:D

解题关键:解答此题的关键两点:①二次根式和分母含有未知数,有意义的条件为 $x-3 \geq 0, x-4 \neq 0$;②必须同时满足这两个条件,分式才能成立.

●对比训练

1. 下列式子中,是二次根式的是()

- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt[3]{7}$ C. \sqrt{x} D. x

2. 下列式子中,不是二次根式的是()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{16}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\frac{1}{x}$

3. 当x是多少时, $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义?

知识点2 求二次根式的值

●知识提炼

二次根式的值

代入字母的取值必须对应

注意事项

把二次根式中字母的取值代入二次根式所得的值,就是二次根式的值

知识细究:对应字母的取值不同,所得的二次根式的值不同

●实例解读

【例3】当 $x = -4$ 时,求二次根式 $\sqrt{-2x+1}$ 的值.

思维分析:把字母x的取值代入二次根式,根据算术平方根的意义即可得出对应的二次根式的值.

解:将 $x = -4$ 代入二次根式,得 $\sqrt{-2x+1} = \sqrt{-2 \times (-4)+1} = \sqrt{9} = 3$.

易错核心

要点用巧记,事半功倍

巧记要点:根号下,非负数,
这一点一定要记住!



解题关键: (1)代数求值实际上就是进行数的运算; (2)最后的结果就是关于某一个数的算术平方根的计算.

●同源中考

同源解读: 根源考查二次根式的取值.

【例4】 (2011·四川) 已知 $\sqrt{15-n}$ 是正整数, 则自然数 n 的最大值为()

- A. 15 B. 14 C. 8 D. 3

思维分析: 从大的开始看, 先看 A 最大为 15, 能使二次根式有意义, 但是结果为 0。与正整数不符, 因此错误; 再看 B 答案为 1, 答案 B 符合.

答案: B

解题关键: 这个题目很特别, 考查重点是对整数的分类, 在解题的过程中这类问题一定要注意, 谨防思维定势.

●对比训练

4. 当 $x=-2$ 时, 求二次根式 $\sqrt{2+\frac{1}{2}x}$ 的值.

5. 当 x 分别取下列值时, 求二次根式 $\sqrt{4+2x}$ 的值:

- (1) $x=0$; (2) $x=1$; (3) $x=-1$.

对比总结 ➤ 善总结, 心中百念通达

二次根式与平方根

联系	二次根式表示的是某数的算术平方根
符号不同	(1) 二次根式是形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子; (2) 而某数的平方根用 $\pm\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 来表示
区别	二次根式表示的算术平方根与 0 比较 (1) 二次根式表示的是一个非负数; (2) 一个正数的平方根有两个, 这两个互为相反数; 0 的平方根是 0, 负数没有平方根
表示的意义不同	

课本热点大拓展**探索热点** ➤ 抓热点, 素质应试全揽**热点、二次根式在实际问题中的应用**

【例】 某工厂要制作一批体积为 1 m^3 的产品包装箱, 其高为 0.2 m , 按设计需要, 底面做成正方形, 试问底面边长应该是多少呢?

思维分析: 根据体积的计算公式: 底面积 \times 高, 可设底面边长为 x , 根据题意可列出方程: $x^2 \times 0.2 = 1$, 解出 x 即可.

解: 设底面边长为 $x \text{ m}$, 则根据题意可得: $x^2 \times 0.2 = 1$, 所以 $x^2 = 5$. 因为 x 是边长, 所以 $x > 0$, 所以 $x = \sqrt{5}$, 即底面边长为 $\sqrt{5} \text{ m}$.

解题关键: 生活中的实际问题有时候要用到二次根式来表示, 关键是根据题意正确的列出方程, 借助二次根式求出最后的结果.

自学自检 ➤ 省自身, 课后举一反三

1. 已知一个正方形的面积是 5, 那么它的边长是()

- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\pm\sqrt{5}$

2. 使式子 $\sqrt{-(x-5)^2}$ 有意义的未知数 x 有()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无数个

3. 形如_____的式子叫做二次根式.

4. 面积为 a 的正方形的边长为_____.

5. 若 $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$ 有意义, 则 $\sqrt{x^{-2}} =$ _____.

6. 当 x 是多少时, $\frac{\sqrt{2x+3}}{x} + x^2$ 在实数范围内有意义?

本节答案大汇总**核实答案** ➤ 验答案, 检验胜利果实**对比训练**

1. A

2. D

3. 解: 依题意, 得 $\begin{cases} 2x+3 \geqslant 0, \\ x+1 \neq 0, \end{cases}$ ① 由①得 $x \geqslant -\frac{3}{2}$; 由②得 $x \neq -1$,

\therefore 当 $x \geqslant -\frac{3}{2}$ 且 $x \neq -1$ 时, $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义.

4. 1

5. (1) 2 (2) $\sqrt{6}$ (3) $\sqrt{2}$

自学自检

1. B

2. B 解析: 只有 $x=5$ 这一种情况.3. \sqrt{a} ($a \geq 0$)4. \sqrt{a} 5. $\frac{1}{3}$ 解析: 若 $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$ 有意义, 则 $x=3$, 所以 $\sqrt{x-2} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.6. 解: 依题意得: $\begin{cases} 2x+3 \geq 0, \\ x \neq 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x \geq -\frac{3}{2}, \\ x \neq 0, \end{cases}$. ∵当 $x \geq -\frac{3}{2}$ 且 $x \neq 0$ 时, $\frac{\sqrt{2x+3}}{x} + x^2$ 在实数范围内有意义.

1.2 二次根式的性质

课本预习大讲解

任务详情 ➡ 明任务, 重难点了然于胸

级别

理解(重点)

☆☆☆☆

掌握(难点)

☆☆☆☆☆

了解☆☆

名称

(1) $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$).

(2) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0); \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

(3) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

(4) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

(1) 用分类思想的

方法导出 \sqrt{a} ($a \geq 0$)

是一个非负数; 用

探究的方法导出

$(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$).

(2) 理解并掌握积的算术平方根的性质

了解学习的必要性, 明确学习目的, 增强用数学的意识

缩影

(1) $(\sqrt{2})^2 = 2, (\sqrt{3})^2 = 3.$

(2) $\sqrt{(-2) \times (-3)} = \sqrt{2 \times 3} =$

$\sqrt{2} \times \sqrt{3}.$

(3) $\sqrt{\frac{3}{64}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\sqrt{x^4 + x^2 y^2} =$

$\sqrt{x^2 (x^2 + y^2)} =$

$\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2} =$

$x \sqrt{x^2 + y^2}$

任务导图 ➤ 识导图，掌握知识线索



课本知识大讲解

奇妙之旅 ➤ 抓对比，明辨知识真谛

知识点 1 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 的应用

● 知识提炼

概念引入

(1) $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

(2) $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$

概念解析

这个性质是根据算术平方根的定义得到的，一个非负数的算术平方根的平方等于它本身

知识细究：这条性质应用非常广泛，它的逆用在实数范围内的因式分解中起着重要的作用

● 实例解读

【例 1】计算

(1) $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$; (2) $(3\sqrt{5})^2$; (3) $\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$; (4) $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2$.

思维分析：我们可以直接利用 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 的结论解题。

解：(1) $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = \frac{3}{2}$; (2) $(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 = 3^2 \times 5 = 45$;

(3) $\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2 = \frac{5}{6}$; (4) $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{7})^2}{2^2} = \frac{7}{4}$

解题关键：对于第(2)小题， $(3\sqrt{5})^2$ 中的 $3\sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5}$ 。

【例 2】在实数范围内分解因式：

(1) $x^2 - 5$; (2) $x^3 - 2x$.

解：(1) 原式 $= x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$.

(2) 原式 $= x(x^2 - 2) = x[x^2 - (\sqrt{2})^2] = x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$.