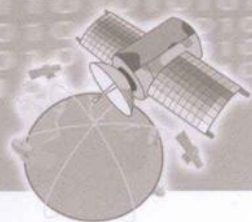




普通高等教育“十二五”规划电气信息类系列教材



数字信号处理 实现与实践

主 编 杨顺辽 李永全

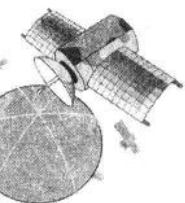


华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>



普通高等教育“十二五”规划电气信息类系列教材



数字信号处理 实现与实践

主 编 杨顺辽 李永全



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

中国·武汉

内 容 简 介

本书较详细地介绍了数字信号处理的 Matlab 逐步编程实现,以及分析验证有关理论的方法。全书共分 8 章,内容包括离散时间信号与系统的时域分析、离散时间信号与系统的变换域分析、离散傅里叶变换及其快速算法、数字滤波器、多采样率数字信号处理基础、数字信号处理的应用、数字信号处理实验及数字信号处理课程设计,特别增加了在信号处理中具有广泛应用的二维傅里叶变换、离散余弦变换及倒谱和复倒谱的内容。第 1~5 章配有 Matlab 上机练习题。

本书可作为大专院校电子信息工程、通信工程、自动控制、计算机应用等本科专业理论课程的配套教材和参考书,也可以作为在通信、信息技术、图像处理、语音处理、地震勘探信号处理等有关领域从事信号处理的科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理实现与实践/杨顺辽 李永全 主编. —武汉:华中科技大学出版社,2011.9
ISBN 978-7-5609-7191-9

I. 数… II. ①杨… ②李… III. 数字信号处理 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 129331 号

数字信号处理实现与实践

杨顺辽 李永全 主编

策划编辑:王红梅

责任编辑:余 涛

封面设计:刘 卉

责任校对:张 琳

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:武汉佳年华科技有限公司

印 刷:华中科技大学印刷厂

开 本:787mm×960mm 1/16

印 张:17.25

字 数:441 千字

版 次:2011 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

定 价:31.80 元

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前 言

数字信号处理课程具有较强的理论性,是电类专业的核心专业基础课。理论课中的主要内容都是理论的推导,并不直接与实际应用相联系,从而导致了学生在学习本课程时,往往不理解有关处理结果的特点及其必要性,且与其他专业课之间有什么联系也没有太多的印象。而受理论课的课时限制,教师在授课过程中也没有太多的时间进行内容的扩展。

编写本书的出发点是在读者学习了有关理论知识后,让读者明白如何编程实现这些理论,并给出有关处理的结果,让读者理解有关处理对信号所造成的影响,从而明白相应处理的作用和意义。读者在提高动手能力的同时,对有关理论也有了明确、直观的认识。因此,编者略去了很多理论的推导过程,重点突出实现过程、结果分析,以及从处理结果来验证理论的分析方法。

有关 Matlab 用于数字信号处理的教材很多,但大多是直接调用 Matlab 中的函数来实现的,而这些函数对于读者来说是“不可见”的,读者即使依葫芦画瓢编程运行出了结果,也仍然不能明白有关处理的实现方法,如果脱离了 Matlab,读者还是不知该如何编程实现。由于 Matlab 具有灵活的波形显示和强大方便的向量、矩阵处理功能,本书依然采用 Matlab 编程。但是,在编程实现时,并不是直接调用有关函数,而是依据理论公式,一步步编写程序实现,然后再与直接调用函数的处理结果相比较。这样处理的好处是,读者根据理论可以容易地读懂并理解有关程序,而且当读者采用其他语言编程时,可以较容易地将程序“移植”过去。当然这样处理也有缺陷,那就是为了让程序与理论一一对应,编写出的程序并不“漂亮”,也不简练,运行效率也不是最高的。但是,为了让读者真正理解理论的原理和意义,采用这样的编程方式还是值得的,在读者理解了有关处理的实现方法后,可以再编写出简练且高效率的程序。书中有大量的程序,所有程序均编译通过,并配有详细的注释,书中除了用绘图工具绘制的图形外,几乎所有插图均由相应的程序运行生成。读者可以借鉴有关程序,对信号进行处理。

本书共分 8 章。第 1 章介绍离散时间信号与系统的时域表示和分析实现方法;第 2 章介绍离散时间信号与系统的变换域分析实现方法;第 3 章介绍周期序列的傅里叶级数和离散傅里叶变换及其快速算法和基本应用,并增加了在信号处理中具有广泛应用的二维离散傅里叶变换、一维及二维离散余弦变换和倒谱、复倒谱的内容;第 4 章介绍数字滤波器,包括 IIR 数字滤波器和 FIR 数字滤波器的设计方法,以及如何用它们来实现对信号的滤波;第 5 章介绍多采样率数字信号处理的特点;第 6 章举例说明数字信号处理的一些典型的应用,包括语音、图像、通信、地震勘探数据

等处理的基本原理及实现方法;第7章给出11个实验;第8章给出5个课程设计题目。全书列举了大量的例题,并有相应的Matlab程序,对运行结果加以详细的分析,并对理论加以验证。第1~5章都设置了若干Matlab练习题,以供读者上机练习。

本书对采样信号的恢复、快速傅里叶变换算法的推导及有限字长效应等内容没有作详细专门的介绍,当然,并不是说这些内容不重要,而是理论教材对这些内容已经进行了详细的介绍。第3章介绍二维离散傅里叶变换和离散余弦变换,以及倒谱和复倒谱分析方法与图像和语音处理有密切的联系。目前小波变换、神经网络等信号分析和处理的方法,在数字信号处理中应用较广泛,本书限于篇幅,未作介绍,有兴趣的读者可查阅有关教科书或参考资料。第4章在介绍了数字滤波器的设计后,通过一个语音信号,编程实现了用这些滤波器对该信号进行滤波处理,并总结了用软件实现滤波过程的方法,这对于让读者理解数字滤波器的作用和性能指标的意义会有所帮助。

第6章介绍数字信号处理在语音处理、图像处理、通信、地震勘探数据等处理中的一些基本应用。通过对这些内容的了解,读者可以明白数字信号处理的重要性和应用的广泛性。

第7章设计的11个实验,涉及了数字信号处理中的大部分重要内容,如相关、采样、频谱分析、滤波器的设计及滤波过程的实现等。许多重要的内容在多个实验中均有涉及,如采样、傅里叶变换等。这些实验内容的完成,将有助于读者对数字信号处理有一个较完整、全面的认识,当然也能在一定程度上提高读者的动手能力。

本书的第1~4章由杨顺辽编写,第5~7章由杨顺辽、李永全编写,第8章由李永全编写。长江大学电信学院的许多老师对本书的编写给予大力的帮助,同时参考了许多其他书籍资料,在此一并表示衷心的感谢。

由于时间较为紧张,再加上编者的水平有限,对于本书出现的不足之处,恳请读者不吝批评指正,我们将不胜感激。

编 者

2011年2月

目 录

1 离散时间信号与系统的时域分析	(1)
1.1 离散时间信号的产生与时域表示	(2)
1.1.1 序列的时域表示	(2)
1.1.2 典型序列	(4)
1.1.3 时域采样	(8)
1.1.4 任意序列的表示	(10)
1.2 序列的运算	(11)
1.2.1 基本运算	(11)
1.2.2 序列的能量和功率	(13)
1.2.3 序列的卷积运算	(14)
1.2.4 序列的相关运算	(15)
1.3 离散时间系统	(19)
1.3.1 离散时间系统的差分方程表示	(21)
1.3.2 离散时间系统的单位脉冲响应表示	(23)
1.3.3 用单位脉冲响应表示离散时间系统的因果性和稳定性	(25)
1.4 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(26)
本章小结	(28)
Matlab 练习	(28)
2 离散时间信号与系统的变换域分析	(30)
2.1 Z 变换及其性质	(30)
2.1.1 Z 变换的定义	(30)
2.1.2 逆 Z 变换的求解	(32)
2.1.3 Z 变换的性质	(34)
2.1.4 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	(35)
2.2 序列的傅里叶变换	(36)
2.2.1 序列傅里叶变换的定义	(36)
2.2.2 序列傅里叶变换的性质	(37)
2.3 离散时间系统的变换域分析	(38)
2.3.1 系统函数和系统的频率响应	(38)

2.3.2 一些常用的系统	(49)
2.4 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(54)
本章小结	(56)
Matlab 练习	(57)
3 离散傅里叶变换及其快速算法	(59)
3.1 周期序列傅里叶级数	(59)
3.2 离散傅里叶变换及其逆变换	(62)
3.3 频域采样理论	(72)
3.4 快速傅里叶变换	(75)
3.5 快速傅里叶变换的应用	(81)
3.5.1 连续信号的频谱分析	(81)
3.5.2 线性卷积计算	(85)
3.5.3 线性相关计算	(87)
3.6 二维离散傅里叶变换	(88)
3.7 其他常用的一些变换	(93)
3.7.1 离散余弦变换(DCT)	(93)
3.7.2 希尔伯特(Hilbert)变换	(97)
3.7.3 线性调频 Z 变换	(99)
3.8 倒谱和复倒谱	(102)
3.9 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(107)
本章小结	(109)
Matlab 练习	(110)
4 数字滤波器	(111)
4.1 IIR 数字滤波器的设计	(113)
4.1.1 模拟低通滤波器的设计	(113)
4.1.2 脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器	(120)
4.1.3 双线性变换法设计 IIR 数字滤波器	(122)
4.1.4 IIR 其他各型数字滤波器的设计	(125)
4.2 FIR 数字滤波器的设计	(131)
4.2.1 各种窗函数的特点	(132)
4.2.2 窗函数法设计 FIR 数字滤波器	(136)
4.2.3 频率采样法设计 FIR 数字滤波器	(145)
4.2.4 切比雪夫最佳逼近法设计 FIR 数字滤波器	(150)
4.3 数字滤波器设计与分析工具 FDAtool	(154)
4.4 数字滤波的软件实现	(156)

4.4.1 IIR 数字滤波器的滤波	(158)
4.4.2 FIR 数字滤波器的滤波	(161)
4.5 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(164)
本章小结	(167)
Matlab 练习	(167)
5 多采样率数字信号处理基础	(170)
5.1 序列的整数 D 抽取	(171)
5.1.1 序列抽取的时域表示	(171)
5.1.2 序列抽取的频谱	(174)
5.2 序列的整数 I 插值	(176)
5.3 序列的分数采样率转换	(180)
5.4 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(183)
本章小结	(184)
Matlab 练习	(185)
6 数字信号处理的应用	(186)
6.1 语音处理	(186)
6.1.1 语音基音周期的检测	(187)
6.1.2 语音的倒谱和复倒谱分析	(190)
6.2 图像处理	(192)
6.2.1 图像的增强处理	(192)
6.2.2 图像的边缘检测	(197)
6.2.3 图像的去模糊处理	(201)
6.3 正交频分复用(OFDM)	(203)
6.3.1 OFDM 原理	(204)
6.3.2 OFDM 信号产生和接收的仿真	(205)
6.4 地震勘探数据的反卷积处理	(211)
6.5 本章主要 Matlab 函数或 m 文件说明	(215)
本章小结	(216)
7 数字信号处理实验	(217)
7.1 实验一 周期和非周期序列的相关运算	(217)
7.2 实验二 系统零极点对频率响应的影响	(219)
7.3 实验三 周期序列傅里叶级数展开	(221)
7.4 实验四 频域采样点数对序列的影响	(223)
7.5 实验五 采样频率对信号频谱的影响	(224)

7.6 实验六 快速傅里叶变换对信号的频谱分析	(226)
7.7 实验七 快速傅里叶变换计算线性卷积	(228)
7.8 实验八 IIR 数字滤波器的设计	(229)
7.9 实验九 IIR 数字滤波器对信号的滤波	(231)
7.10 实验十 FIR 数字滤波器的设计	(233)
7.11 实验十一 FIR 数字滤波器对信号的滤波	(235)
本章小结	(237)
8 数字信号处理课程设计	(238)
8.1 课程设计概述	(238)
8.2 课程设计流程	(239)
8.3 课程设计实例	(240)
8.3.1 课程设计题目	(240)
8.3.2 课程设计目的	(240)
8.3.3 课程设计基本要求	(240)
8.3.4 课程设计内容	(241)
8.3.5 课程设计实现	(241)
8.4 课程设计题目	(244)
8.4.1 课程设计题目一	(244)
8.4.2 课程设计题目二	(245)
8.4.3 课程设计题目三	(247)
8.4.4 课程设计题目四	(248)
8.4.5 课程设计题目五	(250)
本章小结	(251)
附录 A 常用 Matlab 函数	(252)
附录 B Matlab 信号处理工具箱函数表	(255)
附录 C 专业词汇汉英对照	(262)
参考文献	(266)

离散时间信号与系统的时域分析

本章重点内容:序列的时域表示方法;常用的典型序列;时域采样定理;任意序列的单位脉冲表示;卷积和相关运算;系统的差分方程表示和单位脉冲响应表示;用单位脉冲响应表示的系统的因果和稳定条件。

数字信号处理所要研究的对象是离散时间信号,处理这类信号的系统称为离散时间系统。离散时间信号的基本形式是定义在等间隔离散时间上的信号幅度值,所以离散时间信号可以表示为数字序列,序列的自变量为从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整数,表示离散时间点。数字信号处理是指通过离散时间系统对离散时间信号进行处理,将一个离散时间信号变换成另一个离散时间信号,变换所得的新的离散时间信号比原信号具有更多的我们所期望的特性,或者包含了从原始信号中提取我们所需要的某种特性的过程。或者说,数字信号处理是以处理目的为最终目标,采取能够实现这一目标的处理方法或处理系统来实现这一目标的过程。显然,处理目的是数字信号处理的依据,没有明确的目的,数字信号处理就没有意义。目的不同,数字信号处理的方法也无好坏优劣之分,一些方法在这种处理中很有效,但在其他处理过程中可能完全无用。本书介绍的数字信号处理的一些基本的、通用的处理方法,都是为了达到具有一定实用意义的处理目的,将某些方法综合运用或采用新的方法来处理。

在实际应用中,得到的往往是连续时间信号,如温度、声音、图像等。对于连续时间信号要采用数字信号的处理方法来处理,首先必须对其采样,即把连续时间信号“变为”离散时间信号,然后再通过离散时间系统进行处理,最后将其转换为等效的连续时间信号。在一定的条件下,连续时间信号被采样后,仍然能够包含原连续时间信号中的所有信息,而且可以无失真地由采样信号恢复出原连续时间信号。

为了理解数字信号处理的原理并设计离散时间系统,本章将介绍离散时间信号和离散时间系统的时域特性。

1.1 离散时间信号的产生与时域表示

离散时间信号通常也称为离散时间序列,简称为序列,在后续的内容中,没有对它们作特意的区分,即序列就是离散时间信号,离散时间信号也叫序列。

1.1.1 序列的时域表示

在数字信号处理中,信号用数字序列来表示,该序列称为一组样本。一个序列的一个样本值用 $x(n)$ 表示,其中自变量 n 取整数,当 n 为非整数时没有定义。序列用 $\{x(n)\}$ 表示,为了表示简单,一般也用 $x(n)$ 来表示一个序列,本书中采用这一简化的表示方法。注意,表示序列一个样本值的 $x(n)$ 与表示一个序列的 $x(n)$ 在表示形式上完全相同,但其意义则完全不同,序列的一个样本值 $x(n)$ 的意义为该序列中自变量为 n 的一个值,而序列 $x(n)$ 表示这是一个序列,有若干个值,自变量用 n 来表示。

如果一个序列用一组样本值来表示,即一一列出每个样本的取值,则在时间序号 $n=0$ 处的样本下面用一个箭头 $\uparrow$ 表示,其右边的样本值对应于 n 为正值的部分,而它左边的值对应于 n 为负值的部分。

比如,有如下一个序列

$$x(n) = \{3, -2, 1.5, -0.5, 0, 0.8, 1.9, -3.4\}$$

则表示当 $n=0$ 时, $x(0) = -0.5$; $n=-1$ 时, $x(-1) = 1.5$; $n=1$ 时, $x(1) = 0$, 等。在 Matlab 中,序列一般从 1 开始取值,如下语句:

$$x = [3 \ -2 \ 1.5 \ -0.5 \ 0 \ 0.8 \ 1.9 \ -3.4];$$

在 Matlab 中就表示一个序列, $x(1)$ 为 3。如要表示 1 以下的样点值,就必须控制坐标,在后面会通过举例加以说明,但 Matlab 中变量值只能大于 0。

显然,若采用上述方法表示序列,则当样点值较多时就会比较烦琐。往往得到的序列是对连续信号采样的结果,如果连续信号有封闭的公式来表示,则序列也可以用相应的数学公式加以表示。例如,对连续信号 $x_a(t)$ 以相等的时间间隔 T_s 采样,可得到序列 $x(n)$ 为

$$x(n) = x_a(t) \Big|_{t=nT_s} = x_a(nT_s), \quad n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1-1)$$

式中:两个相邻样本之间的时间间隔 T_s 称为采样间隔或采样周期。 T_s 的倒数称为采样频率,记为 f_s ,即

$$f_s = 1/T_s \quad (1-2)$$

采样频率的单位为 Hz。比如,在 Matlab 中实现对正弦信号 $x_a(t) = 2\sin(10\pi t)$ 以 $T_s = 0.01$ s,即 $f_s = 100$ Hz 的等间隔采样 200 个样点的值,其语句如下:

`Ts=0.01;`

`%采样间隔`

```

n=1:200; %采样点数
x=2*sin(10*pi*n*T_s); %对正弦信号采样 200 个点

```

有时,为了能直观地看出序列的结构特点,往往采用图示的表示方法,即将序列以图形的方式加以表示。

例 1-1-1 绘出序列 $x(n)=\{3,-2,1.5,-0.5,0,0.8,1.9,-3.4\}$ 的波形。

解 在 Matlab 中绘制波形,程序如下:

```

x=[3 -2 1.5 -0.5 0 0.8 1.9 -3.4]; %序列 x
n=-3:4; %横坐标
stem(n,x,'filled','k'); %绘制波形
xlabel('n');ylabel('x(n)');axis([-5 5 -4 4]); %坐标轴设置

```

程序运行结果如图 1-1 所示。

例 1-1-2 绘出正弦信号 $x_a(t)=2\sin(10\pi t)$ 以 $T_s=0.01$ s,即 $f_s=100$ Hz 的等间隔采样所得序列的波形。

解 程序如下:

```

T_s=0.01; %采样间隔
n=0:20; %采样点数
x=2*sin(10*pi*n*T_s); %对正弦信号采样 21 个点
stem(n,x,'k');hold on; %绘制序列波形
plot(n,x,'k--'); %绘制连续信号波形
xlabel('n');ylabel('x(n)'); %坐标轴设置
legend('采样序列','连续信号');

```

程序运行结果如图 1-2 所示。由图 1-1 和图 1-2 可以看出,用图示法表示一个序列比较直观,易显示出其时域特性(如图 1-2 所示的正弦变化规律)。

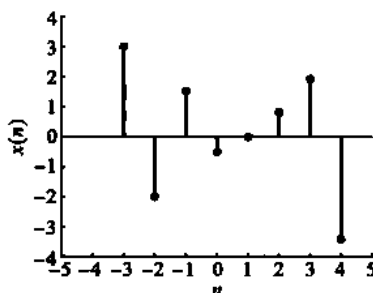


图 1-1 例 1-1-1 的波形

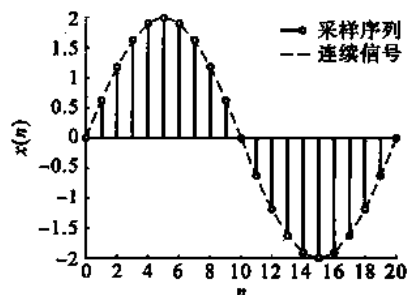


图 1-2 例 1-1-2 的波形

序列 $x(n)$ 的每个样本值可以取任意的实数或复数,如果对于所有的 n , $x(n)$ 均为实数,则 $x(n)$ 称为实序列。若有一个或多个 n 所对应的值为复数,则 $x(n)$ 称为复序列。如果将复序列用实部和虚部来表示,则

$$x(n) = x_{re}(n) + jx_{im}(n) \quad (1-3)$$

式中: $x_{re}(n)$ 和 $x_{im}(n)$ 分别为 $x(n)$ 的实部和虚部, $x_{re}(n)$ 和 $x_{im}(n)$ 均为实序列。 $x(n)$ 的复共轭序列用 $x^*(n)$ 表示, 有

$$x^*(n) = x_{re}(n) - jx_{im}(n) \quad (1-4)$$

例 1-1-3 绘出复序列 $x(n) = 2\sin(10\pi n) + j\cos(20\pi n)$ 实部和虚部序列的波形。

解 程序如下:

```

Ts=0.01; %采样间隔
n=0:20; %采样点数
x=2*sin(10*pi*n*Ts)+j*cos(20*pi*n*Ts); %对正弦信号采样 21 个点
stem(n,real(x),'k');hold on; %绘制序列波形
plot(n,real(x),'k-'); %绘制连续信号波形
xlabel('n');ylabel('real[x(n)]'); %坐标轴设置
figure;stem(n,imag(x),'k');hold on; %绘制序列波形
plot(n,imag(x),'k-'); %绘制连续信号波形
xlabel('n');ylabel('imag[x(n)]'); %坐标轴设置

```

程序运行结果如图 1-3 所示。

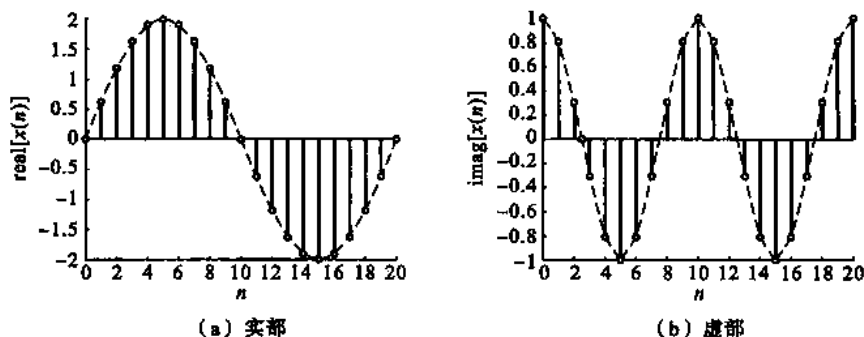


图 1-3 例 1-1-3 的波形

1.1.2 典型序列

下面介绍几种典型序列,这些典型序列在离散时间信号的分析及离散时间系统的分析和设计中具有重要作用。例如,可以把任意一个离散时间序列用这些基本序列表示出来。另外一个基本应用是采用系统对某些基本序列的响应来描述离散时间系统的特性,这也是离散时间信号处理的基础,极为关键。如果任意一个离散时间信号可以用这些基本序列表示出来,那么利用这种对系统的描述方法,就可以方便地计算出该系统对任意信号的响应。最常见的是单位冲激序列、单位阶跃序列、矩形序列、正弦序列、指数序列等。

1. 单位冲激序列

单位冲激序列是最简单、也是用得最多的序列之一,记为 $\delta(n)$,其定义如下:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

该序列仅有一个样点的值为非 0,即在 $n=0$ 时才为 1,其他点的值全为 0。该序列是离散时间系统描述的基础,图 1-4 所示为单位冲激序列。

平移 k 个样本的单位冲激序列表示为

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1, & n=k \\ 0, & n \neq k \end{cases} \quad (1-6)$$

图 1-5 所示为 $\delta(n-3)$ 的波形。绘制图 1-4 和图 1-5 所示波形的程序如下:

```
x=[0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0];
n=-5:5;
stem(n,x,'k');
xlabel('n');ylabel('δ(n)');axis([-5 5 -0.5 1.5]); %坐标轴设置
x=[0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0];
n=-5:8;
stem(n,x,'k');
xlabel('n');ylabel('δ(n-3)');axis([-5 8 -0.5 1.5]); %坐标轴设置
```

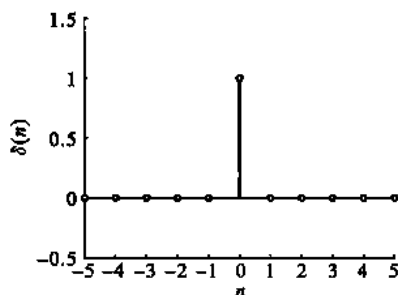


图 1-4 $\delta(n)$ 的波形

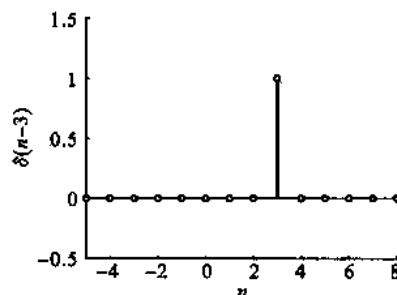


图 1-5 $\delta(n-3)$ 的波形

2. 单位阶跃序列

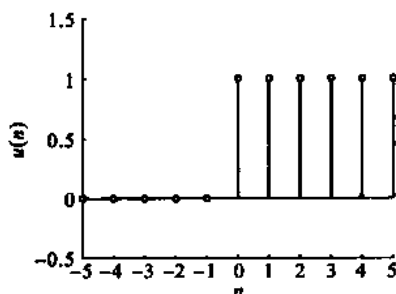
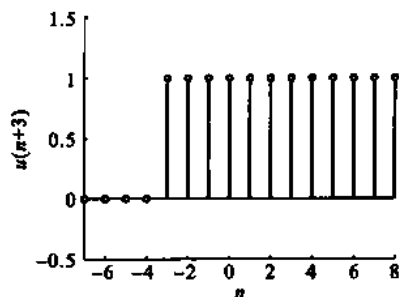
第二个典型序列为单位阶跃序列,记为 $u(n)$,定义如下:

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

即 $u(n)$ 只有在 n 为非负数时才为 1,其他点的值均为 0。平移 k 个样本的单位阶跃序列表示为

$$u(n-k) = \begin{cases} 1, & n \geq k \\ 0, & n < k \end{cases} \quad (1-8)$$

图 1-6 和图 1-7 所示分别为 $u(n)$ 和 $u(n+3)$ 的波形(程序与单位冲激序列的程

图 1-6 $u(n)$ 的波形图 1-7 $u(n+3)$ 的波形

序类似,读者可自行设计)。

显然,单位冲激序列 $\delta(n)$ 与 $u(n)$ 间的关系为

$$u(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n-k), \quad \delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-9)$$

即 $u(n)$ 是 $\delta(n)$ 的累加,而 $\delta(n)$ 是 $u(n)$ 的差分。

3. 矩形序列

矩形序列 $R_N(n)$ 的定义如下:

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-10)$$

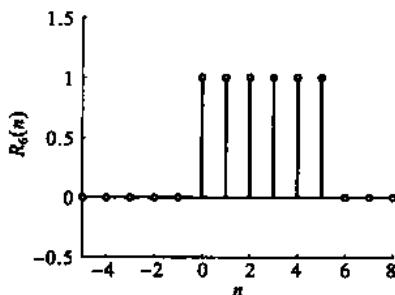
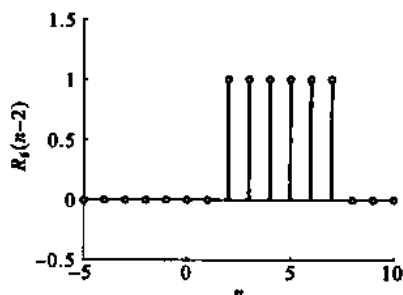
式中, N 为矩形序列的长度。平移 k 个样本的矩形序列表示为

$$R_N(n-k) = \begin{cases} 1, & k \leq n \leq N+k-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-11)$$

显然,根据定义可得 $R_N(n)$ 与 $u(n)$ 和 $\delta(n)$ 的关系为

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N), \quad R_N(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(n-k) \quad (1-12)$$

图 1-8 和图 1-9 所示分别为 $R_6(n)$ 和 $R_6(n-2)$ 的波形。

图 1-8 $R_6(n)$ 的波形图 1-9 $R_6(n-2)$ 的波形

4. 正弦序列和指数序列

正弦序列在实际应用中也经常遇到,其定义如下:

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \varphi), \quad -\infty < n < +\infty \quad (1-13)$$

式中: A 为振幅; ω_0 为角频率; φ 为相位。 A 、 ω_0 、 φ 三者均为实数, 图 1-3 所示即为正弦序列。

指数序列是以取实数或复数的 n 次幂作为第 n 个样本值的序列, 其定义如下:

$$x(n) = A a^n, \quad -\infty < n < +\infty \quad (1-14)$$

式中: A 和 a 为实数或复数。在数字信号处理中用得最多的指数序列是

$$x(n) = |A| [e^{(\sigma + j\omega_0)}]^n, \quad -\infty < n < +\infty \quad (1-15)$$

根据欧拉公式, 上式可变为

$$x(n) = |A| e^{\sigma n} \cos(\omega_0 n) + j |A| e^{\sigma n} \sin(\omega_0 n) \quad (1-16)$$

当 $n > 0$ 时, 上式的实部和虚部具有恒定 ($\sigma = 0$ 时)、增长 ($\sigma > 0$ 时) 和衰减 ($\sigma < 0$ 时) 振幅的实正弦序列。如下程序可用于绘制序列 $x(n) = [e^{(-0.1 + j0.2\pi)}]^n$ 的实部和虚部的波形。

```
n=0:40;
x=exp((-0.1+j*pi*0.2)*n);stem(n,real(x),'k');
xlabel('n');ylabel('实部');axis([0 40 -1 1]); %坐标轴设置
stem(n,imag(x),'k');xlabel('n');ylabel('虚部');axis([0 40 -1 1]); %坐标轴设置
```

程序运行结果如图 1-10 所示。

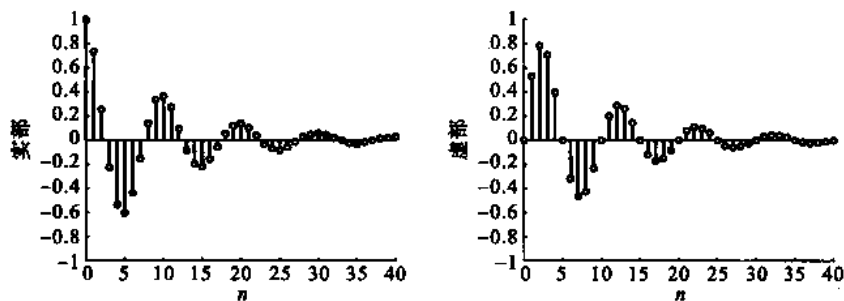


图 1-10 复指数序列 $x[n] = [e^{(-0.1 + j0.2\pi)}]^n$ 的实部和虚部

当 A 和 a 都是实数时, 式 (1-14) 为实指数序列。对于 $n \geq 0$, 当 $|a| < 1$ 时, 序列值随着 n 的增加而减小; 当 $|a| > 1$ 时, 序列值随着 n 的增加而增加。

例 1-1-4 绘出序列 $x(n) = 0.01 \times (1.3)^n$ 和 $x(n) = 20 \times (0.8)^n$ 的波形。

解 程序如下:

```
n=0:30;
x=0.01*1.3.^n; %计算 x(n), 注意变量 n 作为指数时的计算方式
stem(n,x,'k');
xlabel('n');ylabel('幅度');axis([0 30 0 25]); %坐标轴设置
figure
```

```

y=20*0.8.^n; %计算 x(n),注意变量 n 作为指数时的计算方式
stem(n,y,'k');
xlabel('n');ylabel('幅度');axis([0 30 0 25]); %坐标轴设置

```

程序运行结果分别如图 1-11 和图 1-12 所示。图 1-11 中, $a=1.3$, 随着 n 的增加序列值增加; 图 1-12 中, $a=0.8$, 随着 n 的增加序列值减小。

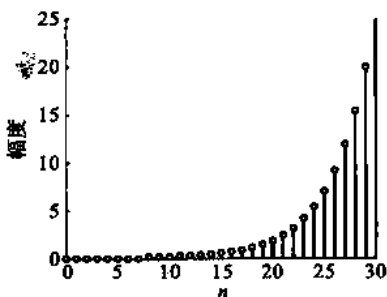


图 1-11 $x(n)=0.01 \times (1.3)^n$ 的波形

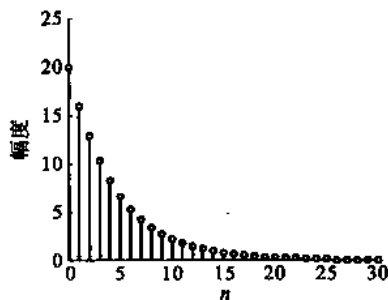


图 1-12 $x(n)=20 \times (0.8)^n$ 的波形

1.1.3 时域采样

产生序列的一个重要途径是对连续信号进行采样, 理想采样过程是连续信号 $x_a(t)$ 与冲激函数串 $M(t)$ 的乘积的过程, 即

$$M(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_s) \quad (1-17)$$

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t)M(t) \quad (1-18)$$

式中: T_s 为采样间隔。因此, 理想采样过程可以看做是脉冲调制过程, 调制信号是连续信号 $x_a(t)$, 载波信号是冲激函数串 $M(t)$ 。显然

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_a(t) \delta(t - kT_s) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_a(kT_s) \delta(t - kT_s) \quad (1-19)$$

所以, $\hat{x}_a(t)$ 实际上是 $x_a(t)$ 在离散时间 kT_s 上取值的集合, 即 $\hat{x}_a(kT_s)$ 。

对信号采样最关心的是, 信号经过采样后是否会丢失信息, 或者说能否不失真地恢复原来的模拟信号。下面从频域出发, 根据理想采样信号的频谱 $\hat{X}_a(j\Omega)$ 与原来模拟信号的频谱 $X(j\Omega)$ 之间的关系, 来讨论采样不失真的条件。

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(j\Omega - kj\Omega_s) \quad (1-20)$$

式(1-20)表明, 一个模拟信号经过理想采样后, 其频谱将以采样频率 $\Omega_s = 2\pi/T_s$ 为间隔周期延拓, 其频谱的幅度与原模拟信号频谱的幅度相差一个常数因子 $1/T_s$ 。只要各延拓分量与原频谱分量之间不发生频率上的交叠, 则可以完全恢复原来的模拟信号。根据式(1-20)可知, 要保证各延拓分量与原频谱分量之间不发生频率上的交叠, 则必须满足 $\Omega_s \geq 2\Omega$ 。这就是奈奎斯特采样定理: 要想连续信号采样后能够不