



应用型本科数理类基础课程系列教材

大学物理实验

主编 唐曙光



科学出版社

应用型本科数理类基础课程系列教材

大学物理实验

主 编 唐曙光

副主编 钱仰德

参 编 唐春红 丁 鸣 吴庆春

许生慧 胡孝博 蒋志东

吴 军 涂宏庆 吴兆峰

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是根据“高等工科院校物理实验课程教学基本要求”编写的,全书分为绪论、物理实验数据处理的基本知识、物理实验中常用仪器及相关知识介绍、基础实验、综合性及近代物理实验、研究性设计性实验、演示及仿真实验等七部分,共 38 个实验。

本书可作为工科院校各专业的大学物理实验教材,也可供其他人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/唐曙光主编. —北京:科学出版社,2011

应用型本科数理类基础课程系列教材

ISBN 978-7-03-029972-7

I. ①大… II. ①唐… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 005160 号

责任编辑:窦京涛 / 责任校对:张 林

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市安泰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 1 月第一次印刷 印张:17 3/4

印数:1—6 000

字数:355 000

定价:30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本书是根据“高等工科院校物理实验课程教学基本要求”,并结合编者多年的物理实验教学经验编写而成的.内容包括绪论、物理实验数据处理的基本知识、物理实验中常用仪器及相关知识介绍、基础实验、综合性及近代物理实验、研究性设计性实验、演示及仿真实验七部分.大学物理实验是工科大学生进入大学学习的第一门实践性课程,编者希望通过本书的学习学生能够掌握实验的基本知识、基础方法,并在实验的基本技能方面得到训练;同时在科学的思维方式、求真务实的工作作风和刻苦钻研的精神方面得到培养.

本书是在物理实验中心建设过程中众多教师教学经验总结基础上编写而成.其中唐曙光编写绪论,1.1节,1.6节,2.5节,第3章实验3.2和实验3.11、第4章实验4.8、实验4.16、实验4.17,第5章实验5.4,第6章实验6.2;钱仰德编写1.2~1.5节,2.1~2.4节,2.6节,2.7节,第3章实验3.3、实验3.5~实验3.8,第4章实验4.1、实验4.3、实验4.10、实验4.11、实验4.15,第5章实验5.7;唐春红编写第6章实验6.1;丁鸣编写第3章实验3.9,第4章实验4.2、实验4.5;吴庆春编写第4章实验4.13、第5章实验5.5;许生慧编写第3章实验3.1,第4章实验4.6、实验4.7、实验4.9;胡孝博编写第3章实验3.4、实验3.10;蒋志东编写第3章实验3.12、第4章实验4.4;吴军编写第4章实验4.14,第5章实验5.1、实验5.3;涂宏庆编写第4章实验4.12、第5章实验5.6;吴兆峰编写第5章实验5.2.

本书在编写中参阅了许多兄弟院校的实验教材和有关著作,刘扬正教授仔细审阅了本书,并提出了许多宝贵的指导性意见和具体的修改建议,在此一并表示感谢.

虽然本书是编者在多年物理实验室工作和教学的基础上编写而成的,但限于编者的水平,不足之处在所难免,恳请读者批评指正.

编 者

2010年10月

目 录

前言

绪论	1
第 1 章 物理实验数据处理的基本知识	4
1.1 测量与误差及不确定度	4
1.2 有效数字及其运算法则	11
1.3 测量结果的表示	15
1.4 数据处理的基本方法	18
1.5 物理实验中常用的测量方法及其应用介绍	28
1.6 用 Excel 软件进行数据处理	30
习题	35
第 2 章 物理实验中常用仪器及相关知识介绍	37
2.1 基本量具的使用	37
2.2 常用电学测量仪表的使用	41
2.3 电桥的测量原理	47
2.4 热量和温度的测量及常用测温仪表的测量原理	52
2.5 读数显微镜的使用基础	60
2.6 常用电源及光源的介绍	61
2.7 常用计时仪器的介绍	63
第 3 章 基础实验	65
实验 3.1 用三线摆法测刚体的转动惯量	65
实验 3.2 正态分布的实验研究	72
实验 3.3 用拉伸法测金属丝的弹性(杨氏)模量	76
实验 3.4 气体摩尔热容比的测定	82
实验 3.5 模拟法描绘静电场	86
实验 3.6 用电桥法测电阻	90
实验 3.7 弦线上驻波的研究	96
实验 3.8 通用示波器的使用	99
实验 3.9 用电势差计测电源电动势	106
实验 3.10 超声波声速的测定	110
实验 3.11 光的干涉——牛顿环	114

实验 3.12 用焦利氏秤测量液体的表面张力系数	118
第 4 章 综合性及近代物理实验	122
实验 4.1 良导体热导率的测定	122
实验 4.2 磁阻效应实验	126
实验 4.3 电子束的电偏转和磁偏转研究	130
实验 4.4 电子束在径向电场和轴向磁场中的运动(磁控条件)	137
实验 4.5 用霍尔元件测螺线管磁场	143
实验 4.6 分光计的调整和使用	147
实验 4.7 衍射光栅实验	153
实验 4.8 迈克耳孙干涉仪的使用	155
实验 4.9 密立根油滴实验	159
实验 4.10 弗兰克-赫兹实验	163
实验 4.11 金属电子逸出功的测定	169
实验 4.12 铁磁材料磁滞回线的测量	176
实验 4.13 光电效应实验	183
实验 4.14 液晶的电光特性研究	189
实验 4.15 用数字示波器研究 RC 电路的暂态过程	199
实验 4.16 全息摄影实验	203
实验 4.17 多普勒效应的实验研究	206
第 5 章 研究性设计性实验	211
实验 5.1 氢光谱的研究	211
实验 5.2 塞曼效应	221
实验 5.3 核磁共振实验	226
实验 5.4 钠光谱双线的测定与分析	234
实验 5.5 用拍频法测定光速	237
实验 5.6 真空的获得与测量	242
实验 5.7 磁路定理的研究	245
第 6 章 演示及仿真实验	249
实验 6.1 物理演示实验介绍	249
实验 6.2 计算机仿真实验介绍	258
习题答案	266
附录	267
附表一 基本物理常量	267
附表二 国际单位制(SI)	268
附表三 国际单位制所用的词头	269

附表四	20℃时常用固体和液体的密度·····	269
附表五	常用金属的弹性(杨氏)模量·····	270
附表六	在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数·····	270
附表七	液体的黏滞系数·····	270
附表八	部分材料的密度与导热系数·····	271
附表九	某些金属和合金的电阻率及其温度系数·····	271
附表十	几种常用热电偶的温差电动势系数·····	272
附表十一	在标准大气压下不同温度的水的密度·····	273
附表十二	常用光源的谱线波长·····	273

绪 论

物理学是一门实验性的学科,物理学的基本定律都是来源于物理实验的总结或得到物理实验的检验才得以成立的.历史的发展表明,物理学的发展是在实验和理论两方面相结合、相互推动、共同发展的结果.因此在学习大学物理实验时,要正确处理好理论课与实验课的关系,要善于动脑、乐于动手,使两者共同发展.

一、大学物理实验的目的和重要性

大学物理实验是工科大学生进入大学学习后遇到的第一门实践性课程,物理实验课的具体目的是:通过学习,学生要掌握实验的基本知识、基础方法,并在实验的基本技能方面得到训练;注重科学的思维方式、求真务实的工作作风、刻苦钻研的精神的培养.

物理实验的内容和知识点涉及测量的不确定度、力学、热学、声学、电磁学、光学、相对论、量子论、传感技术、计算机技术和现代测控技术的各个方面,具有很强的扩展性和外延性,这是任何其他实验性课程所不能替代的,对应用型工程技术人才的培养是非常重要的.

二、大学物理实验课程的特点

学习大学物理实验应掌握“三基”,即物理实验的基本知识、基本方法和基本技能;培养“四种能力”,即动手能力、分析能力、表达能力和综合运用设计能力.

(1) 物理实验基础知识包括测量与不确定度的基本概念、基本的数据分析与处理方法、测量结果不确定度的评定、实验结果的正确表述等.

(2) 物理实验基本方法包括科学思维方法和实验研究方法.在物理实验的学习过程中,不仅要强调科学、严谨的逻辑思维,还要学会进行人文的形象思维,两种思维方式的相互促进,才能充分发掘人脑的潜在功能.严谨的逻辑思维、辩证思维,可以保证思维的正确性,是正确思维的基础;而开放的形象思维方式、发散思维和联想思维,才能保证思维的活力,是思维原创性的主要源泉.

在物理实验的学习中应注意科学实验分析方法和测量方法的掌握和积累,如最基本的数量级的分析与判断法、比较法、替代法、放大法、转换法和模拟法等.要学会根据实验目的、对测量的范围和测量精度的要求,以及实验设备和环境等具体情况确定实验的思路和方法来达到预期的目的.

(3) 物理实验基本技能包括实验现象和规律的观测能力、实验仪器或装置简

单故障的发现和排除能力,各种测量技术中技巧的掌握和积累等;常规物理实验仪器的调节和使用,常用物理实验测量和相关联的实验技术的掌握.例如,检测技术、传感器技术、光电技术、量热技术、电子技术、显微技术、光谱技术、真空技术、计算机技术、虚拟技术和网络技术等.查问文献资料、分析、归纳和总结的能力,发现问题和解决问题的能力,自我学习和提高的能力,组织协调能力等.

三、学习大学物理实验应注意的事项

1. 实验前要认真进行预习

我们在每个实验开始前都必须认真进行预习,根据实验内容阅读实验指导书,查找相关资料理解实验原理,掌握实验的各个环节和实验方法,设计实验步骤.对实验上要使用的仪器设备要做初步的了解.在此基础上写预习报告.预习报告上应该写明实验名称、实验目的、实验原理(扼要)、实验步骤和供做实验时记录数据的表格.

2. 物理实验中的仪器操作和实验现象的观测与记录

进入实验室后,每个实验人员都必须严格遵守实验室的纪律.在预习的基础上,参考仪器的使用说明熟悉仪器的操作,注意仪器使用的要点和注意事项,根据事先的计划布置实验仪器和设备并仔细检查线路是否连接正确、各旋钮按键是否调节到位,经确认无误后方可通电调试.对实验的内容进行熟悉和练习,发现问题及时处理.实验中要密切注意观察实验时所发生的一切现象,实验时最重要的任务是观测和记录.观测和记录的内容包括:实验的时间、地点、实验仪器及编号、实验测量的数据和有关的实验条件、参数和出现的现象.对于这些内容,必须如实记录,不得人为编造,还要注意不要漏记错记.实验中,记录数据必须注意有效数字的位数;必须用钢笔、签字笔或圆珠笔将数据记录在预习报告的数据表格中,不要使用铅笔;如记录的数据有错误,可用一斜线划掉后,把正确的数据写在其旁,但不允许涂改数据.实验结束后原始实验数据送实验指导老师审核签字确认.整理好仪器设备后经老师同意方可离开实验室.

3. 物理实验后要认真撰写实验报告

在实验后要及时地完成实验报告.一份完整的实验报告应包括以下几个方面:

- (1) 实验名称;
- (2) 实验目的;
- (3) 简要的实验原理,包括基本关系式,必要的电路、光路图等;
- (4) 仪器设备,包括型号、规格、参数等;
- (5) 实验步骤,扼要地写出实验进行的主要过程;
- (6) 实验数据表格;
- (7) 数据处理与误差分析;

(8) 实验结果或结论;

(9) 问题讨论,包括对实验中的现象解释,对实验方法的改进与建议,作业题,实验后的体会等.

特别要注意两点:

(1) 实验的原理和步骤等切忌全盘抄书,要按自己的理解,用自己的语言简明、扼要地撰写;

(2) 实验的数据记录务必真实,严禁造假.

第 1 章 物理实验数据处理的基本知识

1.1 测量与误差及不确定度

1.1.1 测量与误差

1. 测量

在进行物理实验时我们离不开对一些物理量进行测量,无论是研究物理现象、验证物理原理,还是研究物质特性等,都要进行相关物理量的测量.测量就是将被测量与一个选作单位的同类量进行比较,其倍数即为该被测量的测量值;其结果由数值和单位两部分组成.

测量可分为直接测量和间接测量.能直接从测量仪器或量具上读出待测量的大小,为直接测量.例如,用米尺测量物体的长度,用天平测量物体的质量,用秒表计时等都是直接测量.如果待测量是由若干个可直接测量的物理量经过一定的函数关系运算后获得的,则为间接测量.例如,测量物体的密度时可先测出物体的体积和质量,再用公式计算出物体的密度.

2. 误差

每一个实验者都希望测量的结果能很好地符合客观实际.但在实际测量中,由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员等种种因素不可避免地存在着差异,不可能使测量值与客观存在的真值完全相同,使得测量结果的量值与真值之间总存在一定的差值.此差值称为该测量值的测量误差.

真值(X)——被测量在其所处的确定条件下,客观具有的量值.

误差(Δx)——测量值(x)与真值(X)之差,又称绝对误差,即

$$\Delta x = x - X$$

相对误差(E_r)——绝对误差(Δx)与真值 X 的比值

$$E_r = \frac{\Delta x}{X} \times 100\%$$

误差按其特征和表现形式可以分为三类:系统误差、随机误差和粗大误差.

1) 系统误差

在同一条件下多次测量同一被测量时,其误差的大小和方向保持恒定,或在条件改变时,误差的大小和方向按一定规律变化,这种误差称为系统误差.其特点是

它的确定规律性. 系统误差来源于以下几方面: ①由于实验原理和实验方法不完善带来的误差, 如计算公式的近似性所引起的误差; ②由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差; ③由于环境条件变化所引起的误差; ④由于观测者生理或心理特点造成的误差等.

系统误差的确定性反映在: 测量条件一经确定误差也随之确定; 重复测量时误差的绝对值和符号均保持不变. 因此, 在相同实验条件下, 多次重复测量不可能发现系统误差. 对观测者来说, 系统误差的规律及其产生原因可能知道, 也可能不知道. 已被确切掌握了其大小、规律和符号的系统误差, 称为可定系统误差; 对大小、规律和符号不能确切掌握的系统误差称为未定系统误差. 前者一般可以在测量过程中采取措施予以消除或在测量结果中进行修正; 而后者一般难以做出修正, 只能估计出它的取值范围.

2) 随机误差

在同一条件下多次测量同一个被测量时, 每次测量出现的误差时大时小, 时正时负, 没有确定的规律, 但在同一条件下多次测量就总体来说又服从一定的统计规律. 这种误差称为随机误差, 它的特点是单次测量具有随机性, 而在同一条件下多次测量总体服从统计规律. 随机误差的这种特点使我们能够在确定条件下, 通过多次重复测量来发现它, 而且可以从相应的统计分布规律来讨论它对测量结果的影响.

3) 粗大误差

测量时, 由于观测者不正确地使用仪器、粗心大意地观察、错误或记错数据而引起的不正确的结果, 这种情况出现的误差称为粗大误差. 它实际上是一种测量错误, 这种数据在测量中应尽量判明而剔除.

1.1.2 误差的处理

1.1.2.1 随机误差的处理

1. 随机误差的统计规律

理论和实践都证明, 当测量次数足够多时, 一组等精度测量数据其随机误差服从一定的统计规律, 最常见的一种统计规律呈正态分布(高斯分布). 若横坐标为误差 Δx , 纵坐标为误差出现的概率密度函数 $f(\Delta x)$, 则正态分布曲线如图 1-1-1 所示. 其数学表达式为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}$$

其中

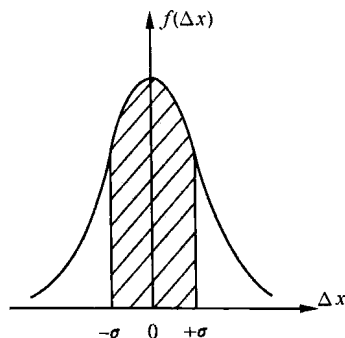


图 1-1-1 正态分布曲线

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty)$$

式中, σ 为总体标准误差.

图中阴影部分的面积就是随机误差在 $(-\sigma, \sigma)$ 范围内的概率, 即测量值落在 $(X-\sigma, X+\sigma)$ 区间中的概率 $P=68.3\%$.

2. 随机误差的估算

在实际测量中, 测量的次数总是有限的, 而且被测量的真值是未知的.

设在一组测量值中, n 次测量的测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 由统计原理可知, 其真值的最佳估计值 x_0 是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值, 即

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2$$

有最小值

$$\frac{df(x)}{dx_0} = - \sum_{i=1}^n 2(x_i - x_0) = 0$$

则

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

即算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值.

我们将各次测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差就称为该次测量的残差

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

因为我们只知道 v_i 而不知道 Δx_i , 所以在实际测量中我们只能用残差代替误差计算, 此时总体标准误差的估计值为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-1-1)$$

式中, S 为总体标准误差 σ 的估计值, 称为实验标准偏差. 式(1-1-1)称为贝塞尔公式, 它表示一测量列中各测量值所对应的标准偏差.

从统计意义上讲, $\bar{x}$ 应比每一个测量值 x_i 都更接近于真值, 经理论推导得到平均值的实验标准偏差 $S(\bar{x})$ 为

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1-1-2)$$

1.1.2.2 系统误差的处理

1. 系统误差的发现

发现系统误差是消除和修正系统误差的前提,应从系统误差的来源着手分析.

(1) 理论分析法. 测量过程中因理论公式的近似性等原因所造成的系统误差常常可以从理论上做出判断并估计其量值,如伏安法测电阻.

(2) 实验对比法. 对被测量的测量值采用实验方法对比、测量方法对比、仪器对比、测量条件对比来研究其结果的变化规律,从而发现可能存在的系统误差.

(3) 数据分析法,分析多次测量的数据分布规律来发现系统误差.

2. 系统误差的减小和修正

(1) 通过理论公式引入修正值.

(2) 消除系统误差产生的因素.

(3) 改进测量原理和测量方法.

1.1.3 测量结果的不确定度

测量不但要得到被测量的最佳估计值,而且对其可靠性也应做出评定. 不确定度是与测量结果相联系的一种参数,用于表征测量值的可能的分散情况. 也就是因测量误差存在而对被测量结果不能肯定的程度. 任何一个测量都存在着不确定度,因此一个测量结果不仅要标明其测量值的大小,还要标出测量不确定度,以表示测量结果的可信赖程度. 不确定度小,测量结果可信赖程度高;不确定度大,测量结果可信赖程度低.

测量不确定度一般由若干分量组成. 原则上可以分为两类.

1. 不确定度 A 类分量

不确定度 A 类分量是指可以采用统计方法计算的不确定度. 在物理实验教学中我们约定 A 类不确定度取实验标准偏差,因此可以像计算标准偏差那样,用贝塞尔公式计算被测量的 A 类不确定度 u_A 即

$$u_A = S(\bar{x}) \quad (1-1-3)$$

2. 不确定度 B 类分量

不确定度 B 类分量是指用非统计方法求出或评定出的不确定度,评定 B 类不确定度常用估计方法,要估计适当,需要确定分布规律,同时要参照标准,更需要估计者的实践经验、学识水平. 因而可能不同的估计者有不同的结论.

在物理实验教学中我们约定 B 类不确定度是将测量仪器的误差限折合成近似的标准偏差. 仪器的误差限一般在仪器的说明书中注明,即给出了一个保证不致被超出的范围,指在正确使用仪器的条件下,测量值和被测物理量的真值之间可能

产生的最大误差. 如给出的误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 的范围在 $[-a, +a]$ 之内, 估计误差概率分布是均匀分布, 根据均匀分布理论, 其不确定度 B 类分量 u_B 为

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1-1-4)$$

如果认为误差更可能接近这个范围中心, 则可估计误差概率分布是三角分布, 其不确定度 B 类分量为

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

如果认为误差概率分布在这个范围内更接近正态分布, 则不确定度 B 类分量为

$$u_B = \frac{a}{3}$$

在教学中为简化起见, 我们约定, 误差概率分布按均匀分布考虑, B 类不确定度用式(1-1-4)来计算.

在教学中我们约定, 正确使用仪器时的仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 可按如下原则来确定:

(1) 可估读的测量仪器—— $\Delta_{\text{仪}}$ 按最小刻度的 $1/2$ 估算. 例如

米尺(最小刻度 1mm)—— $\Delta_{\text{仪}} = 0.5\text{mm}$

物理天平(感量 0.1g)—— $\Delta_{\text{仪}} = 0.05\text{g}$

(2) 不可估读的测量仪器—— $\Delta_{\text{仪}}$ 按最小分度值估算. 例如

游标卡尺(20、50 分度)—— $\Delta_{\text{仪}} = \text{最小分度值}(0.05\text{mm}, 0.02\text{mm})$

各类数字式仪表—— $\Delta_{\text{仪}} = \text{仪器最小分辨读数}$

分光计(上机厂、杭光)—— $\Delta_{\text{仪}} = \text{最小分度值}(30'', 1')$

(3) 有仪器说明书的—— $\Delta_{\text{仪}}$ 按仪器说明书的规定估算. 例如

螺旋测微器(0~50mm)—— $\Delta_{\text{仪}} = 0.004\text{mm}$

电磁仪表(指针式电流表、电压表)—— $\Delta_{\text{仪}} = AK\%$ (A 为量程, K 为仪表准确度等级)

直流电阻箱—— $\Delta_{\text{仪}} = RK\%$ (R 为示值, K 为仪表准确度等级)

(4) 其他特定的仪器—— $\Delta_{\text{仪}}$ 由实验室给出.

3. 合成不确定度

当两类不确定度各分量 $u_{A1}, u_{A2}, \dots, u_{Am}, u_{B1}, u_{B2}, \dots, u_{Bn}$ 彼此独立时, 则合成不确定度 u_C 为

$$u_C = \sqrt{\sum_{i=1}^m (u_{Ai})^2 + \sum_{i=1}^n (u_{Bi})^2} \quad (1-1-5)$$

$$\text{相对不确定度} = \frac{\text{不确定度}}{\text{测量平均值}}$$

$$E_r = \frac{u_c}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-1-6)$$

1.1.4 直接测量的不确定度

1. 单次测量的不确定度计算

因单次测量,不存在不确定度 A 类分量,因此,单次测量的合成不确定度就等于不确定度 B 类分量,此时的不确定度可能小于多次测量的不确定度,这并非单次测量比多次测量准确,只是其置信概率要小于多次测量.

2. 多次测量的不确定度

对 A 类不确定度主要讨论多次等精度测量条件下,读数分散对应的不确定度,并且用贝塞尔公式计算 A 类不确定度,对 B 类不确定度,主要讨论仪器不准所对应的不确定度,然后求两类不确定度的“方和根”得到合成不确定度.

例 1-1-1 用螺旋微器测量小钢球的直径,五次测量值分别为 5.499mm、5.500mm、5.499mm、5.498mm、5.498mm,试求其合成不确定度.

解 $u_A = S(\bar{d}) = 0.00037 \text{ mm}$,螺旋测微器的误差限为 0.004mm,所以

$$u_B = \frac{0.004}{\sqrt{3}} \text{ mm} = 0.0023 \text{ mm}$$

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.00037^2 + 0.0023^2} \text{ mm} = 0.003 \text{ mm}$$

1.1.5 间接测量结果的合成不确定度

间接测量的最佳估计值和合成不确定度是由直接测量结果通过函数式计算出来的,设间接测量的函数式为

$$N = F(x, y, z, \dots)$$

其中

$$x = \bar{x} \pm u_c(\bar{x}), \quad y = \bar{y} \pm u_c(\bar{y}), \quad z = \bar{z} \pm u_c(\bar{z}), \quad \dots$$

则间接测量量 N 的最佳估计值为

$$\bar{N} = F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

间接测量量 N 的不确定度为

$$u_c(\bar{N}) = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 u_c^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 u_c^2(\bar{y}) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 u_c^2(\bar{z}) + \dots} \quad (1-1-7)$$

当间接测量的函数式为积商形式(或含和差的积商形式),为使运算简便起见,

可以先将函数式两边同时取自然对数,然后再求全微分,即

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln F}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln F}{\partial z} dz$$

同样改微分号为不确定度符号,求其“方和根”

$$E_r = \frac{u_c(\bar{N})}{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 u_c^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 u_c^2(\bar{y}) + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 u_c^2(\bar{z}) + \dots} \quad (1-1-8)$$

而合成不确定度

$$u_c(\bar{N}) = E_r \cdot \bar{N} \quad (1-1-9)$$

以上两种方法求合成不确定度,其中式(2-1-7)对加减形式的函数比较合适,而式(1-1-8)对乘除形式的函数比较适合,用两种方法计算的结果是相同的。

例 1-1-2 用螺旋测微器测量某圆柱体的体积,其直径最佳估计值 $\bar{d} = 1.0080\text{cm}$, $\bar{d}$ 的合成不确定度 $u_c(\bar{d}) = 5.88\text{cm}$,高度的最佳估计值 $\bar{h} = 1.0110\text{cm}$, $\bar{h}$ 的合成不确定度 $u_c(\bar{h}) = 3.47\text{cm}$,求体积的合成不确定度。

解 由 $V = \frac{1}{4} \pi d^2 h$, 得

$$\bar{V} = \frac{1}{4} \pi \bar{d}^2 \bar{h}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial d} = \frac{2}{d}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial h} = \frac{1}{h}$$

把有关数据代入上式,则合成不确定度

$$\begin{aligned} u_c(\bar{V}) &= \bar{V} \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \bar{V}}{\partial d}\right)^2 u_c^2(\bar{d}) + \left(\frac{\partial \ln \bar{V}}{\partial h}\right)^2 u_c^2(\bar{h})} \\ &= \bar{V} \sqrt{\left(\frac{2}{\bar{d}} u_c(\bar{d})\right)^2 + \left(\frac{1}{\bar{h}} u_c(\bar{h})\right)^2} = 0.001\text{cm}^3 \end{aligned}$$

常用函数的合成不确定度公式见表 1-1-1。

表 1-1-1 常用函数的不确定度传递公式表

函数式	不确定度传递公式
$N = x + y$	$u_N = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$
$N = x - y$	$u_N = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$
$N = ax + by + cz$	$u_N = \sqrt{a^2 u_x^2 + b^2 u_y^2 + c^2 u_z^2}$
$N = x \cdot y$	$u_N/N = \sqrt{(u_x/x)^2 + (u_y/y)^2}$
$N = x/y$	$u_N/N = \sqrt{(u_x/x)^2 + (u_y/y)^2}$
$N = x^a y^b z^c$	$u_N/N = \sqrt{a^2 (u_x/x)^2 + b^2 (u_y/y)^2 + c^2 (u_z/z)^2}$
$N = \sin x$	$u_N = \cos x u_x$
$N = \ln x$	$u_N = u_x/x$