中京教辅

中学教育百家讲坛——一心学数学

章一心◎著

高考数学命题规律

揭开高考数学的神秘面纱

- 第一部分 数学高考命题规律探秘
- 第二部分 高考数学试卷是怎么设计出来的
- 第三部分 2010年高考试题
- 第四部分 备战高考数学需

中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

中京教辅

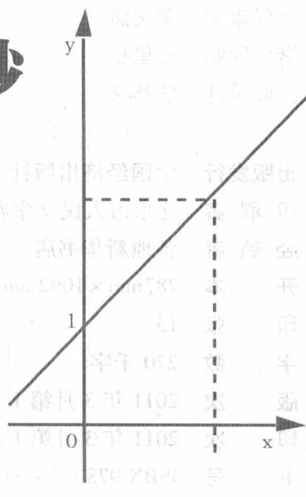
中学教育百家讲坛——一心学数学

章一心◎著

高考数学 命题规律

揭开高考数学的神秘面纱

- 第一部分 数学高考命题规律探秘
- 第二部分 高考数学试卷是怎么设计出来的
- 第三部分 2010年高考试题分析
- 第四部分 备战高考数学需要达到的境界



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE
北京

图书在版编目（CIP）数据

高考数学命题规律/章一心著

北京：中国经济出版社，2011.3

（中学教育百家讲坛．一心学数学）

ISBN 978－7－5136－0518－2

Ⅰ.①高… Ⅱ.①章… Ⅲ.①数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 264380 号

责任编辑 许秀江

责任审读 霍宏涛

责任印制 石星岳

封面设计 任燕飞

出版发行 中国经济出版社

印 刷 者 北京市人民文学印刷厂

经 销 者 各地新华书店

开　　本 787mm×1092mm　1/16

印　　张 13

字　　数 270 千字

版　　次 2011 年 3 月第 1 版

印　　次 2011 年 3 月第 1 次

书　　号 ISBN 978－7－5136－0518－2/G·1487

定　　价 32.00 元

中国经济出版社 **网址** www.economyph.com **社址** 北京市西城区百万庄北街 3 号 **邮编** 100037

本版图书如存在印装质量问题，请与本社发行中心联系调换（联系电话：010－68319116）

服务热线：010－68344225　88386794

前言

近年来,高考数学命题产生了巨大的变化。命题人对考生的要求几乎每年都要上一个档次,在要求考生掌握扎实的基本功的前提下,进一步提出要求:考生还必须具有分析问题、解决问题的能力,以及不怕困难的坚韧意志。高考试题面貌新颖,这就使得靠"题海战术",甚至"押题"的考生摸不着头脑;同时,近年来高考试题的计算量逐年加大,这就要求考生在具有"神通"的基础上,还应具有"量通",这就使得许多思维能力很强但动手能力较弱,甚至数学竞赛成绩都不错的考生也陷入了困境。

实际上,在所有考试科目中,数学永远是最难"对付"的一门功课。因为数学考试不像理综考试以及文科考试,基本以选择和填空题的形式为主,它的大题数量多且占的分数多,计算量大。这就使得考生完成大题的过程中,只要一出现障碍,就会产生很大的压力,影响其真实水平的发挥。这就是许多高水平考生仍担心数学成绩不理想的最主要原因。

考数学真的那么难吗?也不尽然。之所以"怕数学","没把握",是由于许多考生在复习数学时,通常具有以下几个误区:

第一,重视技巧,忽视概念的本质理解和深入挖掘。也许是学校长期以来不太重视课本的缘故,许多同学在高一起就不带课本去上课,取而代之的是那些《黄冈兵法》、《数学导学》之类的学校认为"高于课本"的书。这些书缺乏对数学概念和定义的深层次理解与把握。我相信,一个连定义都描述不准确、定理都不会证明的同学,即使技巧掌握得再好,也是不可能在高考中取得好成绩的。因为现在的高考题,在技巧上根本无规律可循。只有在扎实地掌握知识点的本质和知识点之间的内在联系的基础上,对各种技巧进行原理性的认识与把握,才有可能举一反三,以不变应万变,达到"无招胜有招"的高超境界。

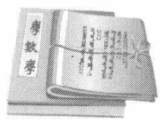
第二,盲目推崇题海战术。许多同学总有这个想法:我做的题多了,最后的试题总有跟我做过的题类似的。这实质上是一种"押题"的低效方法。实

际上,对考生构成"威胁"的灵活高考题,考生是不可能见过的。尤其是近几年,许多试题立意新颖,突出考查考生的"知识迁移"能力,如果没有对知识的本质理解和对基本概念的深入挖掘,将"死"的知识转化为"活"的分析能力,就会在考试中摸不到北。许多考生甚至会感觉连参考答案都非常"怪",因为上面所用的技巧,是他们在平时的题海战术中所不曾见过的,即使见过,印象也非常"模糊"。

第三,忽视计算能力的培养。这是多数考生的通病。许多高三同学在复习的时候,发现自己会的题就马上跳过,要每天尝试"新鲜"的题,甚至在做"新鲜"题时,一旦将问题转化为自己可以解决的基本问题时,就不再往下做了;也有同学在平时拿到作业或模拟卷时,不做前面的题,只做后面的难题,或者只做简单题,不做难题。这样"挑"着做考卷,危害是相当大的。因为任何一套考卷在计算量和思维上的总工作量是基本一致的,如果只做其中的一部分,那么就无法接受出卷人对自己的系统的、整体的考验,训练效果自然事倍功半。最重要的是,这样会使自己的计算能力严重下降。要知道考试时,即使再简单的问题,只要算错了,还是没有分数。经过统计,发现如果考生把自己会做的试题都转化为分数了,那么每个考生的数学平均分都能提高10分以上!这个惊人的结果说明了计算能力的重要性。

本书就是针对考生的上述各种误区而编写的。针对近年高考试题的最新特点,本书对近年高考试题作了深入的分析与细腻的研究,指出了命题人命制考题的方法,同时提出了一些对应的解题套路;针对目前的训练基本功的习题书已经不适合当前高考实际的现状,本书提出了如何选择习题、如何有效地完成习题与训练、如何提高实际考试技能的方法,希望对考生有所帮助。

目 录
CONTENTS



第一部分

PART 1

数学高考命题规律探秘

第一章　高考数学命题的着眼点

任何考试，特别是选拔性考试，为了达到选拔的目的，都有着明确的着眼点，高考数学也不例外．2005 年以来，高考数学试题的难度、创造性都有了本质的突破，其指导思想与考试目的主要如下：

1．**符合新课改精神**．2005 年以后的高考数学试题结构发生了重大的变化，仅以大题为例，就主要表现在：将考查函数的应用题改为考查概率理论的应用题；将考查二次函数为主的函数大题改为研究和讨论二次函数为主的导数大题；而其他大题，例如三角函数大题、解析几何大题均加入了大量关于向量的考点，而且立体几何大题从 2005 年前只要求使用纯几何解法，改为任意选择使用纯几何解法或三维向量法；导数作为研究函数单调性、极值、最值的工具，广泛被应用在解析几何大题、数列大题之中……为什么一套 150 分的试卷，内容改变如此之巨大？其主要原因就是为了满足课程改革的需要：新课程在高中数学中增加了概率论、导数、向量等重要内容，因此，高考作为高中课程的指挥棒，就必须涉及和考查这些知识．

另一方面，2005 年以后的高考试题淡化了考生对数学问题的特殊处理技巧，加强了对考生解决数学问题的通性通法的考查，这也与新的课程标准密切相关．目前，教育部正在酝酿和研究新的课程标准，打算将原来所强调的“三基”，即基本知识，基本方法和基本技能加强为“四基”，即要求学生在牢固掌握基本知识、基本技能和基本方法外，进一步牢固掌握基本问题的基本素质，即要求学生在夯实“三基”的基础上，加强对解决数学问题的通性通法的把握，因此，高考数学也相应地体现了“强调通性通法，淡化特殊技巧”的特点．例如，2008 年广东卷第 21 题，试题不仅涉及了二阶常系数递推数列的通项公式，还要求考生通过对任意字母进行推理论证的方法，通过严格的证明来研究求这种数列的通项公式的求法，这对考生使用通性通法解决常见的数学问题的能力进行了深度的考查，彻底体现了新课标“四基”的要求．

2．**充分满足选拔专业人才的需要**．在 2005 年以后的高考数学的命题，越来越重视学生思维过程，思维层次，思维容量的考查，强化了能力的考查，淡化了知识的考查．而许多试题考查的内容与相应的数学背景，则由原来的古典数学转变为现在的现代数学的相关内容，如计算数学、级数判敛、确界证明等．例如，2006 年陕西卷第 22 题，试题所对应的数学背景就是工科研究生数学科目《数值分析》中的利用“不动点迭代法”，构造数

列求方程的数值解．现今是计算机大发展的年代，计算机软件的开发，需要算法的支撑．而这个题目就是根据计算机算法提出来的，提供了一个通过构造数列，结合计算机的使用，计算三次方程实根，使该实根的近似值达到所要求精度的算法，这充分反映了大学教育对学生能力的要求．而为了推理证明它，需要使用导数、数列的极限等高中数学所涉及的一些知识．所以，让学生们利用高中所涉及的这些原理和知识来推理证明这个在大学甚至研究生阶段才能接触的命题，就成了出题者出此题的初衷．

3．**满足更好地完成选拔任务的需要**．高考试题从诞生之日起，就肩负着选拔优秀学生进入高等院校学习，区分不同层次的考生进入不同层次的大专院校的任务．高考改革的任务也在于此，只是高考改革的目的在于更好地选择真正适应大学学习的考生．因此，高考命题人对应地从过去对考生单纯地在难度上进行考查的基础上，还加强了对考生解决数学问题的速度进行区分和考查，来实现选拔综合能力过硬的考生的目的．因此，从计算量大小的角度来看，2005 年以来的高考试题的计算量比过去有了很大程度的提高，这主要是命题人要尝试着达到这样的效果：让数学思维和计算能力都很强的考生做完全卷，使他们的得分在 135 以上，考取一流大学；让数学思维能力强和计算能力中，有一方面强而另一方面不强的考生无法完成全卷，但可以完成所有的考查基础知识的试题和一部分难度很高的压轴题，使他们的得分在 125 至 135 之间，使他们最终考取重点大学；让思维和计算能力都一般，但基础知识扎实的考生无法完成整套试题中的压轴难题，但能完成其他考查基础知识的基础题，使他们的得分在 105 至 120 之间，使他们最终考取普通的本科院校；而让基础知识较差，在高考中则处于较为忙乱状态的考生，没有充分的时间认真思考，使他们最终的得分在 75 至 100 之间，使他们最终考取普通本科以下的院校．

近年来，高考数学正是基于上述着眼点进行改革，才出现了目前高考数学试题在稳中求变，重视基础知识和基本技能考查的基础上，呈现“新”、“活”、“烦”、“难”等特点，这就需要广大考生转变思维，与时俱进，在高三复习时做到“精心择题”，“精益备考”，“精确答题”，才能取得高考数学的好成绩．

第二章　难度区分与命题陷阱

数学高考为了对考生加以区分，从而达到选拔优秀考生的作用，命题人在紧扣考试大纲的前提下，对要考查的知识点编写成难度不同的试题，利用试题的难度，对考生的能力加以区分．同时，由于命题人要保证能达到一定的平均分，就又设置了不同区分度的试题．下面结合具体例子简单地对试题进行难度分类，并以此说明命题人如何根据教材所给的基本方法与基本模型，控制试题的难度．

一、低档题

高考低档题主要考查考试说明中要求级别为 a 类要求的知识点．主要考查考生对基本概念的认识能力．考查的内容主要集中在集合，常见的绝对值、分式、一元二次不等式的解法、复数、函数定义域等知识点．例如：

例 1：(2009，全国 I) 设集合 $A=\{4,5,7,9\}$，$B=\{3,4,7,8,9\}$，全集 $U=A\cup B$，则集合 $C_{\mu}(A\cap B)$ 中的元素共有(　　)

A. 3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

例 2：(09，全国 I) 不等式 $\left|\frac{x+1}{x-1}\right|<1$ 的解集为(　　)

A. $\{x\mid 0<x<1\}\cup\{x\mid x>1\}$　　B. $\{x\mid 0<x<1\}$

C. $\{x\mid -1<x<0\}$　　D. $\{x\mid x<0\}$

例 3：(08，全国 I) 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$ 的定义域为(　　)

A. $\{x\mid x\geq 0\}$　　B. $\{x\mid x\geq 1\}$

C. $\{x\mid x\geq 1\}\cup\{0\}$　　D. $\{x\mid 0\leq x\leq 1\}$

例 4：(2009，北京) 在复平面内，复数 $z=i(1+2i)$ 对应的点位于(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

从上述例子可以看出：命题人在这类低档题主要考查内容的设置上，主要突出集合关系的辨别与不等式的解法．因为从试题的解法来看，无论是集合的化简，或不等式的求解，或定义域探求，都需要求解常见形式的不等式，然后再将不同的不等式的解以交集或并集的形式进行合并，最后得到答案；由于考试大纲规定了复数的考查要求仅仅是了解复数的基本概念，以及代数四则运算法则，命题人在复数内容的考查上，只考查复数的代数四则运算，复数的实部、虚部以及与复平面的关系等概念．

总的来说，只要考生知道相关概念的内容，并重复地做几道配套练习，就能轻松地拿下这些试题．因此，这类试题的区分度很低，各种水平的考生基本上都能得分．命题人命制这类试题的目的在于平衡试卷的难度，保证试卷的平均分．一般每次考试，这类低档试题数量为2至3道．

二、中低档题

这类问题也主要考查考试大纲中要求为 a 级的知识点，只是试题难度稍高于低档试题，或较为简单的要求为 b 的知识点．这类问题考查的面比较宽，因为高中数学各个章节中，要求为 a 的内容很多，这些内容都可能考查．例如：

例5：(2009，陕西)函数 $f(x)=\sqrt{2x-4}(x\geq 4)$ 的反函数为(　　)

A. $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x^2+2(x\geq 0)$　　B. $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x^2+2(x\geq 2)$

C. $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x^2+4(x\geq 0)$　　D. $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x^2+4(x\geq 2)$

例6：(2009，福建)等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_3=6$，$a_1=4$，则公差 d 等于(　　)

A. 1　　B. $\frac{5}{3}$　　C. 2　　D. 3

例7：(2009，全国Ⅰ) $(x-y)^{10}$ 的展开式中，x^7y^3 的系数与 x^3y^7 的系数之和等于______.

例8：(2009，湖南)对于非零向量时 a 和 b，“$a+b=0$”是“$a//b$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

例9：(2009，湖南)将函数 $y=\sin x$ 的图象向左平移 $\varphi(0\leq\varphi<2\pi)$ 个单位后，得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，则 φ 等于(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{5\pi}{6}$　　C. $\frac{7\pi}{6}$　　D. $\frac{11\pi}{6}$

例10：(2009，山东)已知 α,β 表示两个不同的平面，m 为平面 α 内的一条直线，则“$\alpha\perp\beta$”是“$m\perp\beta$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

这类难度的试题的命题范围很广，除了低档题中已出现的复数、集合、不等式等内容，高中数学每一章的内容几乎都可能成为命题人的命题范围，如函数，数列，二项式定理、三角函数、立体几何等都会成为这类试题的考查内容．这类试题难度稍高于低档题，

或有简单的知识点之间的交叉．不过这类试题不会给中等以上水平的考生造成麻烦．因为从高一开始，许多高中生就开始接触类似的题目。到高考时，考生已经练过无数次类似的试题，因此，这类试题的区分度也很小，从一定程度上来讲，这类试题也起到了保证平均分的作用．

三、中档题

这类试题主要考查考试大纲中列为 b 类要求的知识点．它们所考的试题一般就不是考生已经见过的类似试题了，需要考生处理条件，再使用定义或公式得到答案．它主要考查考生对一些定义与概念的本质认识．该类试题主要为判断题，计算量不大．也就是说，只要准确地对考试大纲所要求的知识点进行认识与把握，就能得到答案．例如：

例 11：(2005，全国 II) 函数 $y=\sqrt[3]{x^2}-1(x\leq 0)$ 的反函数是(　　)

A. $y=\sqrt{(x+1)^3}(x\geq -1)$　　B. $y=-\sqrt{(x+1)^3}(x\geq -1)$

C. $y=\sqrt{(x+1)^3}(x\geq 0)$　　D. $y=-\sqrt{(x+1)^3}(x\geq 0)$

从表面上看，本题与刚才中低档题中的求反函数的试题没什么区别，但难度却大了许多，许多能顺利完成那道题的考生，换了这道题，就"顺"不起来了．因为利用类似的方法：由 $y=\sqrt[3]{x^2}-1$，得：$x=\sqrt[3]{y^2}-1$，$\sqrt[3]{y^2}=x+1\Rightarrow y^2=(x+1)^3$，要求出 x，就需要对上述式子两边开方，那么开方后取正的平方根还是负的平方根？许多概念不清晰的考生，甚至都没想到这个问题，就出现错误了．事实上，由于 $y=\sqrt[3]{x^2}-1(x\leq 0)$ 的定义域为 $x\leq 0$，则：$y\leq 0$，得：$y=-\sqrt{(x+1)^3}$，于是：$f^{-1}(x)=-\sqrt{(x+1)^3}$．由于答案中的 B 和 D 选项都是这个解析式，于是还需要考虑该反函数的定义域，于是由 $x\leq 0$ 时，$y=\sqrt[3]{x^2}-1$ 为减函数，$y\geq y(0)=-1$，即 $f^{-1}(x)$ 的定义域为：$x\geq -1$，选 B.

该题看上去像一道低难度试题，但由于命题人对考生的要求增加了，该题就成了中档题．因为命题人在函数的基础上加了定义域，这就要求考生在知道如何求反函数的基础上，还需要清晰地知道函数与其反函数之间定义域与值域之间的关系，并且在开方计算中，时刻清楚一个数的平方根有两个，只有同时清楚这两点的考生，才能顺利拿下该题．又如：

例 12：(2009 陕西) 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geq 1,\\ x-y\geq -1,\\ 2x-y\leq 2,\end{cases}$ 目标函数 $z=ax+2y$ 仅在点 $(1,0)$ 处取得最小值，则 a 的取值范围是(　　)

A. $(-1,2)$　　B. $(-4,2)$　　C. $(-4,0)$　　D. $(-2,4)$

相信本题会给许多中等水平甚至中上水平的考生造成一定的麻烦，会出现命中率不高，消耗时间长等问题．因为平时许多考生在这方面所训练的试题主要类似于如下的中低档试题：

例 13：(2008，天津)设变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\geq 0, \\ x+y\leq 1, \\ x+2y\geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=5x+y$ 的最大值为(　　)

A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

也就是说，考生所练的试题都是给定平面区域与目标函数，求目标函数的最值的问题．

而命题人则将上述中低档试题的条件与结论互换，即给出目标函数的最值或取得最值的点，让我们来求平面区域或目标函数中的参数．因此，要顺利解决这种“逆问题”，就需要考生更为扎实的求解“正问题”的基本功．

显然，对于“正问题”这类已知平面区域与目标函数，求目标函数最值的问题，求解的基本套路为：

①**约束条件的变形**．例如将约束条件 $\begin{cases} x-y\geq 0, \\ x+y\leq 1, \\ x+2y\geq 1 \end{cases}$ 变形为：$\begin{cases} y\leq x, \\ y\leq 1-x, \\ y\geq -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 的形式，即在约束条件所给出的每条二元一次不等式，变换为类似直线“斜截式”的形式．

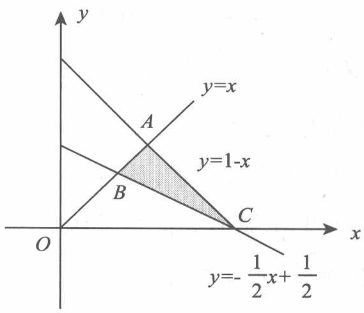


图 2－1

②**确定约束条件所代表的区域**．在同一平面直角坐标系中画出约束条件中的直线，利用平面区域的基本原理取交集，找到约束条件所代表的区域．例如①中的约束条件所代表的区域是在直线 $y=x$ 和直线 $y=1-x$ 下方，且在直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ 上方的三角形 ABC 内部的区域，如图 2－1 所示：

③**将目标函数变形成几何条件**．最常见的变形方法是将目标函数变形已知斜率的直线系．例如，目标函数 $z=5x+y$ 变形为：$y=-5x+z$，它是一条斜率为 -5 截距为 z 的动直线，要使 z 最大，只需要使该直线的截距最大．

④在求出的平面区域内画出③中的动直线，确定目标函数达到最值时所经过的区域内的点．考查过区域内的点，且斜率为 -5 的直线系，如图 2－2 所示．显然，当直线过点

C 时，截距最大．

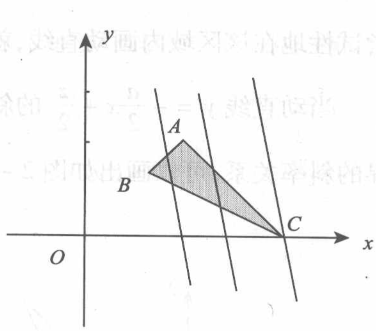


图 2－2

⑤将求出的目标函数达最值时所经过的点的坐标代入目标函数，求得目标函数的值域或最值．由于点 C 是直线 $y=1-x$ 和直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 的交点，坐标为 $C(1,0)$，因此，z 的最大值为：$5\times1+0=5$．

这个套路的每一步都很普通，但掌握这个套路的考生，却不一定都能顺利拿下它的“逆问题”．为什么？原因就在于许多考生没有总结这个套路的易错点．如果忽略动直线 $y=-5x+z$ 与平面区域中直线 AC 的斜率之间的关系，将动直线画成如例图 2－3 所示的图形，就会得到错误的结论：当直线过点 A 时，截距最大．

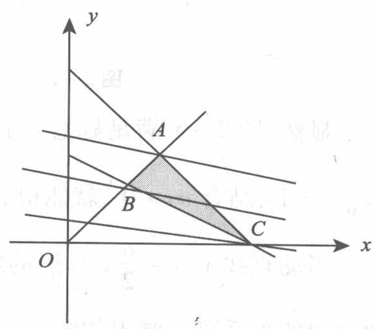


图 2－3

为什么会产生这种错误？就是因为上图没有正确地表示出 $y=-5x+z$ 与 AC 的方程：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 的位置关系．实际上，由于直线 $y=-5x+z$ 斜率的绝对值5大于直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 斜率的绝对值 $\frac{1}{2}$，因此，直线 $y=-5x+z$ 应当比直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 要“陡峭”一些，而在上图 2－3 中，直线 $y=-5x+z$ 反而比直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ “平缓”，与实际情况存在着较大的偏差，就造成了错误的判断．

如果考生非常明确上述套路的每个步骤，并且在平时练习中非常注意上述易错点，那么 2009 年陕西的这个中等难度的高考试题就能顺利地被拿下：

画出 $\begin{cases}x+y\ge1,\\x-y\ge-1,\\2x-y\le2\end{cases}$ 所代表的平面区域，如图 2－4所示，显然，图中点 A 为 $(1,0)$．

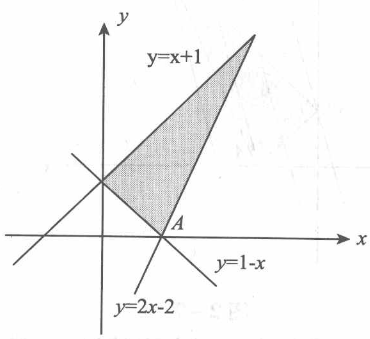


图 2－4

将 $z=ax+2y$ 变形为：$y=-\frac{a}{2}x+\frac{z}{2}$，它代表斜率为 $-\frac{a}{2}$ 的动直线，仅在点 A 处得到最小截距，即此时该直线与 y 轴的交点最低，因此，

尝试性地在该区域内画动直线，就能很清楚地得到如下结论：

当动直线 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{z}{2}$ 的斜率小于0时，根据动直线的斜率与该三角形平面区域边界的斜率关系，可以画出如图2－5,2－6的两种图形：

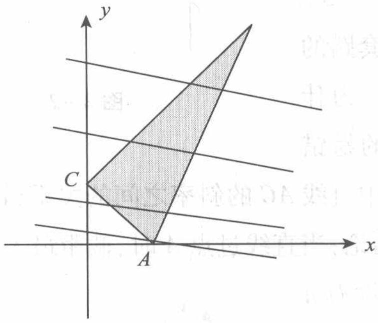


图2－5

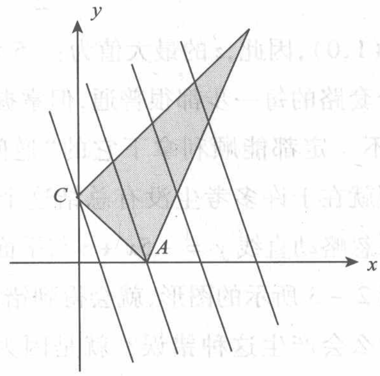


图2－6

显然，图2－5满足题意．此时，对比动直线与直线 AC 的斜率，显然有：$\left|-\frac{a}{2}\right|<|k_{AC}|=1$，结合 $a>0$，就能得到 $a<2$；

当动直线 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{z}{2}$ 的斜率大于0时，$a<0$，根据动直线斜率与直线BC,AB斜率之间的关系可以画出如图2－7,2－8,2－9的三种图形：

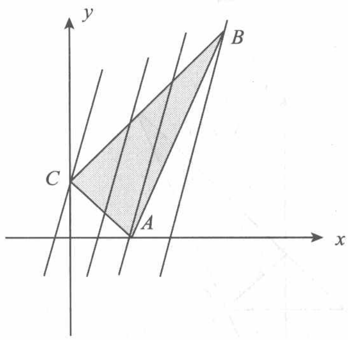


图2－7

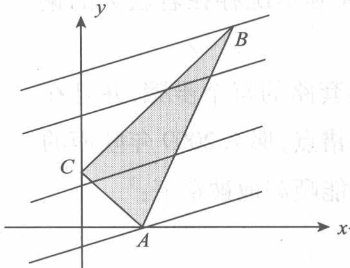


图2－8

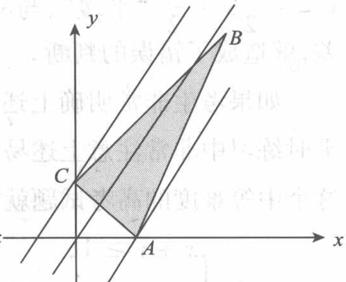


图2－9

进行类似于上面的讨论，就能得到 a 的范围为$(-4,2)$.

从上述对比可知，命题人在命制该题时，就是抓住了考生在平时练习时不太注意动直线与平面区域边界直线的斜率关系的“漏洞”，在易错点上面做了文章．同时，在考生画出平面区域与动直线后，命题人马上又接着考查考生数形结合的能力，要求考生迅速地把直线的“陡峭”和“平缓”的几何特点转化为代数上的不等式，再得出答案．这一切都

需要考生全面的复习与扎实的功底.

又例如:**例 14**:(2009,四川)如图 2-10,在半径为 3 的球面上有 A、B、C 三点,$\angle ABC = 90°$,$BA = BC$,球心 O 到平面 ABC 的距离是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$,则 B,C 两点的球面距离是(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. π　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. 2π

相信许多考生看到这道题马上就开始头疼,因为球面是一个曲面,球面上的点之间的关系就显得很抽象,而且球面距离的概念也比较难把握,于是只好走一步算一步,糊里糊涂地就过去了.利用考生对概念的模糊理解,在题中给出一大堆条件来制造混乱命制中档试题,是命题人常见的命题套路.

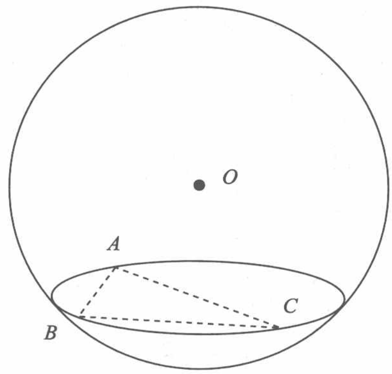


图 2-10

球面上两点的球面距离是高考选择填空题中的常见题型,由于球面距离的定义本身就不同于其他所学的距离的定义:在几何中,距离一般指的是两点之间的直线的、最短的距离;而球面距离则是一种曲面距离,它是指在球面上过两个定点的大圆的劣弧长.对这个定义模糊的、非本质的认识就使考生在高考高度紧张的时候出现错误:经常有考生错将"小圆"弧长当做球面距离,甚至有的考生则将球面距离错求成了直线距离,等等.因此,深入理解球面距离就是考生在复习备考时所需要思考的问题.实际上,对球面距离可以这么简单地理解:将球看成是一个只有表皮的空心的球,那么球面上任意两点 A 和 B 之间的"距离"就不能是这两点之间的直线距离了.因为点 A 只能从球的表面经过,最终到达点 B,由于球面是"不平坦"的,A 和 B 之间的球面距离只能是曲线长度.然而,在球面上,从 A 到 B 也有许多曲线可走,于是点 A 和点 B 之间相距最短的曲线长度就是点 A 和点 B 的球面距离.从 A 到 B,如果走越弯曲的曲线,那么该路程就会越远,因此,A 和 B 的最短"距离"应当是最"平坦"的曲线,由于半径越大的圆越"平坦",那就是大圆.因此,点 A 到 B 最平坦的曲线长度就是球中半径最长的圆的弧长,这就定义了 A 和 B 之间的大圆弧长就是 A 和 B 之间的球面距离.

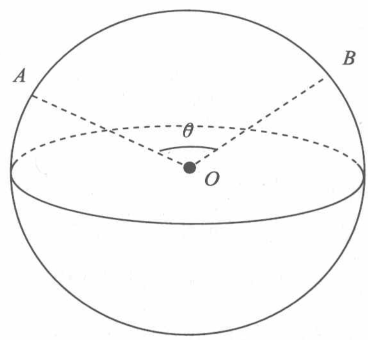


图 2-11

从上述分析可知:球面距离虽然复杂,但其本质却非常简单:就是大圆的扇形弧长!