



- 志鸿优化系列丛书
- 丛书主编：任志鸿
- 根据最新国家课程标准和考试大纲编写

Master



高考专题复习

模块高手



NLIC2970697072

数学

⑩ 空间向量与立体几何

知识出版社

Master



高考专题复习

模块高手

10 空间向量与立体几何

数学

11月2日

丛书主编 任志鸿

本册主编 王少春 宋继坤

副主编 李乐浩 王效忠 牟林青 佟鲁宁



NLIC2970697072

知识出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考专题复习模块高手. 数学. 空间向量与立体几何/任志鸿主编. —北京:
知识出版社, 2009. 5(2010. 5 重印)

ISBN 978-7-5015-5672-4

I. 高… II. 任… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 067526 号

责任编辑:崔小荷

知识出版社出版

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街 17 号 电话 010-88390797

新华书店经销

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

山东鸿杰印务集团有限公司印刷

*

开本 890×1240 毫米 1/32 印张 8 字数 220 千字

2009 年 6 月第 1 版 2010 年 5 月修订 2010 年 5 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5015-5672-4

定价:14.50 元



《高考专题复习模块高手》

——弥补知识短板的最佳解决方案

每个学科的知识都按一定的内在规律构成一个个相互联系而又相对独立的模块,每个模块内部又细分为若干个更具体的专题。“木桶理论”告诉我们,木桶盛水的多少并不取决于箍合木桶的较长木板,而是完全受制于构成木桶的最短的木板;在高手对决中,获胜一方的武功不一定处处都比对手强,但他肯定是武功全面,没有让对手置于死地的软肋。

在高考选拔中,每个专题、每个模块、每个学科的成绩决定着高考的总成绩。也许你各学科成绩大部分不错,但总体成绩却可能会因某一学科中的薄弱模块、专题而受到影响。只要找到影响整体成绩提升的模块、专题,加以强化巩固提升,就会快捷高效地提升整体考试成绩。《高考专题复习模块高手》就是以模块为单元、以专题为复习切入点,为帮助考生快速提升整体考试成绩而精心编写的一套自学用书。

本套丛书为你精心设计了以下弥补知识短板,快速提升成绩,成为真正的模块高手、学科高手、得分高手的最佳解决方案:

1 高手策略之一

科学细分专题模块备考单元,全面透彻地解读最新高考大纲对本专题模块内容的考试要求,透彻剖析最新的高考真题,明确把握复习的方向,使复习有的放矢、少走弯路。

2 高手策略之二

概括提炼专题主干知识,分析重点,解决难点,关注热点,揭示考点,使考生系统把握专题知识内在规律,深入理解知识、有效整合知识,形成更系统、更完备的学科知识体系。

前言



3 高手策略之三

精心提炼各学科最实用的解题方法技巧,使备考复习变得更加轻松而有效;使考生形成规范的解题习惯,掌握灵活实用的解题方法技巧,让备考复习事半功倍。

4 高手策略之四

按照专题知识体系的内在逻辑结构,精心遴选能覆盖专题基础知识和基本能力的训练题和一定数量的拓展创新题,以帮助考生进行跨越式提升。

愿你成为真正的**模块高手**、**学科高手**、**得分高手**!

丛书编委会

本书由多位一线名师精心编写,旨在帮助考生快速提升解题能力,提高考试成绩。

本书内容全面,注重基础,突出创新,是考生备考的必备资料。本书由多位一线名师精心编写,旨在帮助考生快速提升解题能力,提高考试成绩。

本书内容全面,注重基础,突出创新,是考生备考的必备资料。本书由多位一线名师精心编写,旨在帮助考生快速提升解题能力,提高考试成绩。

目录



Contents

备考指导	1
第一章 平面的基本性质与三视图	4
第二章 空间两直线	22
第三章 直线与平面的平行和垂直	36
第四章 平面与平面的平行和垂直	53
第五章 空间向量的概念与运算	69
第六章 空间位置关系的向量解法	84
第七章 空间角的向量求法	97
第八章 空间距离的向量求法	111
第九章 简单多面体	124
第十章 旋转体中的几何问题	141
参考答案	155

参考答案

155

知识方法快速索引

第一章 平面的基本性质与三视图

1. 直观图问题 7
2. 三视图问题 8
3. 三点共线问题 9
4. 三线共点问题 10
5. 点线共面问题 10
6. 立体几何中的截面问题 11

第二章 空间两直线

1. 线线平行的证明问题 25
2. 线线垂直的证明问题 26
3. 异面直线的判定与证明 27
4. 异面直线夹角的传统求法 27
5. 异面直线距离的传统求法 28

第三章 直线与平面的平行和垂直

1. 线面平行的判定问题 39
2. 线面平行的证明问题 40
3. 线面垂直的判定问题 41
4. 线面垂直的证明问题 42
5. 线面角的传统求法 43
6. 三垂线定理及其逆定理的应用 44



Contents

第四章 平面与平面的平行和垂直

1. 面面平行问题	56
2. 面面垂直问题	57
3. 二面角的传统求法	58

第五章 空间向量的概念与运算

1. 空间点的坐标的确定	73
2. 空间向量的线性运算	74
3. 空间向量的数量积	75
4. 平面法向量的确定	76

第六章 空间位置关系的向量解法

1. 线线平行与垂直	86
2. 线面平行与垂直	87
3. 面面平行与垂直	89

第七章 空间角的向量求法

1. 异面直线夹角的向量求法	99
2. 线面角的向量求法	100
3. 二面角的向量求法	101

第八章 空间距离的向量求法

1. 点到平面的距离的向量求法	112
2. 异面直线的距离的向量求法	114
3. 异面直线上任意两点间的距离求法	116



Contents

第九章 简单多面体 直垂与斜平面平面几何 章四第

9.1. 简单几何体的结构特征问题	127
9.2. 多面体的表面积计算	128
9.3. 多面体的体积求法	129

第十章 旋转体中的几何问题 平面几何的向量问题 章五第

10.1. 侧面展开图的简单应用	144
10.2. 球面距离的求法	145
10.3. 球的体积与表面积问题	146

第十一章 空间向量的基本定理 空间向量的基本定理 章六第

11.1. 空间向量的基本定理	1
11.2. 空间向量的基本定理	2
11.3. 空间向量的基本定理	3

第十二章 空间向量的应用 空间向量的应用 章七第

12.1. 空间向量的应用	1
12.2. 空间向量的应用	2
12.3. 空间向量的应用	3

第十三章 空间向量的应用 空间向量的应用 章八第

13.1. 空间向量的应用	1
13.2. 空间向量的应用	2
13.3. 空间向量的应用	3



备考指导

一、考点网络

空间向量	向量的概念:零向量、单位向量、相等向量、共线向量、共面向量	向量的运算	向量的线性运算:运算性质、法则、几何意义
			向量的坐标运算:夹角公式、距离公式、平行与垂直的充要条件
	向量基本定理:共线向量基本定理、共面向量基本定理、空间向量基本定理		
	向量法的应用:证明点共线、线共点、线面平行与垂直、求空间距离与角		
空间几何体	构成几何体的基本元素:点、直线、平面	柱、锥、台、球的结构特征及其性质研究	柱、锥、台、球的表面积与体积计算
空间向量与立体几何	平面的基本性质	平面的概念	
		平面的基本性质及其推论	
	空间两直线的位置关系	平面与直线位置关系的三种语言表示	
		平行直线:公理4——平行线的传递性	
		相交直线:等角定理	
	异面直线	异面直线的距离求法	
异面直线所成角求法			
空间直线和平面的位置关系	异面直线的判定与证明		
	线在面内:判定方法		
	线面平行:判定定理与性质定理		
空间两个平面的位置关系	线面相交	斜交:线面角的求法	
	斜交:垂直的判定与性质的应用		
空间两个平面的位置关系	面面平行:判定定理与性质定理		
	面面相交	斜交:二面角的求法	
		斜交:垂直的判定与性质的应用	

二、高考预测

纵观近几年的高考试题,有关直线与平面内容的考查,主要分为两大类:一类是空间线、面关系的判定与推理论证;一类是有关角度与距离的计算.在几何量的计算中,需要以判断、推理为依据,而判断推理时又常常需要借助几何量的计算来进行.在高考试卷中,这部分内容约占总分的15%左右,一般为2~3个题,题型为选择题或填空题.而立体几何解答题在很大程度上扮演着直线与平面内容载体的角色,考查直线与平面内容的解答题多为中档题,主要考查考生掌握立体几何的基础知识、逻辑推理能力、计算能力和空间想象能力.

通过上述分析,我们不难预测今后高考对立体几何的考查有如下几个显著特点:

1. 利用选择题考查立体几何中的有关概念及直线与平面、平面与平面的位置关系.
2. 试题多以多面体为载体,重点考查空间距离和角的计算,考查线线、线面和面面平行与垂直关系的推理论证,考查点面距离或几何体的体积计算,进而全面地、准确地考查考生的空间想象能力、思维能力以及分析问题和解决问题的能力.
3. 利用开放型试题考查考生的转化与化归能力、创新与探索能力.
4. 空间向量运算是解决立体几何的一把金钥匙,它为我们解决立体几何问题提供了一种新的思路与方法.
5. 三视图与直观图将继续成为认识空间几何体的结构特征的重点.

三、复习指导

在高考复习过程中,要着重注意以下五个方面的内容:

1. 从命题形式来看,涉及立体几何内容的命题形式最为多变.除保留传统的“四选一”的选择题型外,还尝试开发了“多选填空”“构造填空”等题型,并且这种命题形式正在不断完善和翻新;解答题则设计成几个小问题,此类考题往往以多面体为依托,第一小问考查线线、线面、面面的位置关系,后面几问考查面积、体积等度量关系,其解题思路也都是“作——证——求”,强调作图、证明和计算相结合.

2. 从内容上来看,主要是:①考查直线和平面的各种位置关系的判定和性质,这类试题一般难度不大,多为选择题和填空题;②简单的几何体的侧面积和表面积问题,解此类问题除特殊几何体的现成的公式外,还可将侧面展开,转化为求平面图形的面积问题;③体积问题,要注意解题技巧,如等积变换、割补思想的应用.

3. 从方法上来看,着重考查公理化方法,如解答题注重理论推导和计算相结

第一章 平面的基本性质与三视图

空间几何体是空间点、线、面的载体,平面的性质是空间元素的各种位置关系判断与论证的基础.空间几何体的直观图的画法和由三视图判断其空间图形都是人们学习立体几何的基础.通过本章对空间几何体的直观图、三视图的学习,要逐步培养起空间立体感和空间想象能力,学会运用数形结合和相互转化的数学思想来研究空间点、线、面的各种位置关系和有关度量问题.

高/考/导/引

1. 知识目标

理解平面的概念,明确斜二测画法的规则;掌握平面的基本性质及相关数学语言的表示;能画出简单空间几何体的三视图和直观图.

2. 能力目标

会用斜二测画法画出空间直线与平面的各种位置关系;会用平面的基本性质证明点共线、线共点、点线共面的三个典型问题.会用反证法证明有关异面或共面问题;能识别三视图所表示的空间图形.

3. 命题趋势

平面的基本性质、公理的推论,都是每年必考的知识点,主要被用于证明一条直线在一个平面内、点共线或点在直线上、平面相交、平面存在且唯一等问题.常出现在大题中,选择题、填空题也经常应用这些性质及其推论.三视图将成为新课标地区高考的新亮点.



考点梳理

考点 1 空间几何体的三视图

1. 平行投影的投影线互相平行, 包含正投影和斜投影; 中心投影的投影线交于一点.

2. 三视图

(1) 几何体的三视图是指: 正视图、俯视图、侧视图. 它们分别是从前方的正前方、正上方、正左方看到的物体轮廓线的正投影围成的平面图形.

(2) 画法要求

① 能看见的轮廓线和棱用实线表示, 不能看见的轮廓线和棱用虚线表示, 即虚实要分明.

② 在画三视图时, 务必做到正(视图)侧(视图)高平齐, 正(视图)俯(视图)长对正, 俯(视图)侧(视图)宽相等. 三视图的排列顺序是: 正在左, 侧在右, 俯在正下方.

考点 2 直观图的画法

1. 水平放置的平面图形的直观图的斜二测画法步骤是:

(1) 在已知图形中取互相垂直的 x 轴与 y 轴, 两轴相交于 O 点, 画直观图时, 把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴, 两轴相交于 O' 且使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$, 用它们确定的平面表示水平面.

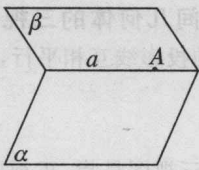
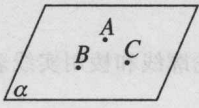
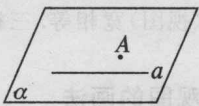
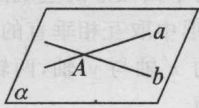
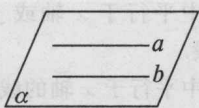
(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段, 在直观图中, 分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段.

(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段, 在直观图中保持原长度不变, 平行于 y 轴的线段, 长度为原来的一半.

2. 画立体图形的直观图, 在画轴时, 要多画一条与平面 $x'O'y'$ 垂直的轴 $O'z'$, 且平行于 $O'z'$ 的线段, 长度不变.

考点 3 平面的基本性质与作用

基本性质	作用	图形	数学符号
公理 1: 如果一条直线上的两点在一个平面内, 那么这条直线上所有点都在这个平面内	判定直线是否在平面内的依据		$A \in a, B \in a,$ $A \in a, B \in a \Rightarrow$ $a \subset \alpha$

基本性质	作用	图形	数学符号
公理 2: 如果两个平面有一个公共点, 那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线	判定两个平面相交于一条直线及确定交线位置的依据		$A \in \alpha, A \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = a, A \in a$
公理 3: 经过不在同一条直线上的三点, 有且只有一个平面	确定平面的位置以及判定两个平面重合的依据		A, B, C 不共线, 则过 A, B, C 可作一平面 α 或平面 ABC
推论 1: 经过一条直线和这条直线外一点, 有且只有一个平面	确定平面的条件或判定两个平面重合的依据		$A \notin a$, 则过点 A 和直线 a 可作一平面 α
推论 2: 经过两条相交直线, 有且只有一个平面	确定平面的条件或判定两个平面重合的依据		$a \cap b = A$, 则过 a, b 可作一平面 α
推论 3: 经过两条平行线, 有且只有一个平面	确定平面的条件或判定两个平面重合的依据		$a \parallel b$, 则过 a, b 可作一平面 α

点悟: (1) 空间几何体的直观图有重要作用, 画得立体感越强, 做题时, 立体关系就越便于观察. 结合前面所述的三视图, 则可形成知识链: 实物图 \leftrightarrow 三视图 \leftrightarrow 直观图.

(2) 平面的基本特征是: 绝对平、没有大小、没有边界、没有厚薄、可以无限延伸.

(3) 平面的作图规则: 在立体几何中, 一般用平行四边形来表示平面, 但有时也用三角形、圆等其他平面图形来表示. 在立体几何的直观图中, 被遮住的部分画成虚线或不画. 作辅助线, 可见部分也画成实线, 这一点是立体几何与平面几何中所作辅助线的最大区别.

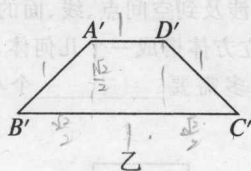
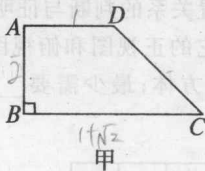
(4) 要准确运用点、线、面的语言表述, 实现文字语言、符号语言、图形语言的相互转化和使用.

方法攻略

本章涉及问题可分为五个类型,几何体的直观图问题、三视图问题,平面图形中的点共线问题、线共点问题和点线共面问题,其中直观图和三视图多采用逆向思维法,将其还原成原图形来解决,而对点共线、线共点、点线共面研究多采用平面的基本性质——公理法给出解释或论证.

1. 直观图问题

【例 1】(2009 山东潍坊模拟)如图所示,一个水平放置的平面图形 $ABCD$ 的斜二测直观图是一个底角为 45° 、腰和上底长均为 1 的等腰梯形 $A'B'C'D'$,则平面图形 $ABCD$ 的面积是 ()



A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $1 + \sqrt{2}$

D. $2 + \sqrt{2}$

解析:在直观图中作 $A'E' \perp B'C'$ 于 E' 点, $D'F' \perp B'C'$ 于 F' 点,

$$\therefore A'B' = 1, \angle B' = 45^\circ,$$

$$\therefore A'E' = A'B' \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore B'E' = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ 同理 } C'F' = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore B'C' = 1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}.$$

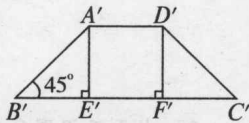
$$\therefore S_{\text{梯形}A'B'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot (A'D' + B'C') \cdot A'E' = \frac{1}{2} (1 + 1 + \sqrt{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} =$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{又 } S_{\text{梯形}ABCD} = 2\sqrt{2} S_{\text{梯形}A'B'C'D'}, \therefore S_{\text{梯形}ABCD} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2}. \text{ 故选 D 项.}$$

答案: D

点拨:对于斜二测画法和直观图,除了了解其画法规则外,还应了解原图形面积 S 与直观图面积 S' 之间的关系 $S' = \frac{\sqrt{2}}{4} S$ 或 $S = 2\sqrt{2} S'$,它经常用来进行有关



的面积计算.

即时训练

① 已知 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形,那么原 $\triangle ABC$ 的面积为..... (B)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

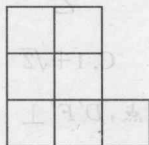
C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$

D. $\sqrt{6}a^2$

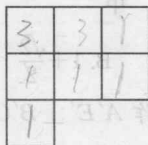
2. 三视图问题

三视图是高考考查的重点,一是给出空间图形选择其三视图,二是给出三视图判断其空间图形,此外还可以涉及到空间图形的面积、体积、距离和角的计算与求值问题,也可涉及到空间点、线、面的位置关系的判断与证明.

【例2】用小立方体搭成一个几何体,使它的正视图和俯视图如图所示. 搭建这样的几何体,最多需要 17 个小立方体;最少需要 11 个小立方体.

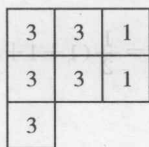


正视图

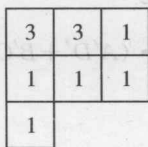


俯视图

解: 由于正视图每列的层数即是俯视图中该列的最大数字,因此,用的方块数最多的情况是每个方框都用该列的最大数字,即如图①所示. 此种情况共用小立方体 17 个. 而搭建这样的几何体用方块数最少的情况是每列只要有一个最大数字,其他方框内的数字可减少到最少的 1,即如图②所示. 这样的摆法只需小立方体 11 个.



①



②

答案: 17 11

点悟: 对三视图的考查,高考中有可能由三视图去画空间几何体,因此观察三视图,想象几何体是至关重要的,这类题目只要把握三视图和几何体之间的关系是不难解决的.