大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主　编　孙正云　张占新
副主编　张丽慧　张明利　王凤鸣

北京工业大学出版社

大学物理实验

主　编　孙正云　张占新
副主编　张丽慧　张明利
王凤鸣

北京工业大学出版社

内容简介

《大学物理实验》是根据教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》编写的物理实验教材。本书对传统教材的内容编排做了较大的改动，打破了按力学、热学、电学、光学、近代物理学进行实验教学的层次，建立了以基本实验、综合性实验和设计实验三个层次为内容的新体系。

全书共分为六章，主要内容包括：测量误差与数据处理基础知识、常用实验方法和基本测量方法、物理实验常用仪器，以及15个基本实验、8个综合性实验和6个设计性实验。每个实验均附有思考题。书后还附有部分常用的中华人民共和国法定计量单位以及基本和重要的物理常数。本书既可作为相关物理专业的实验教科书，也可作为其他相关专业及人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验／孙正云，张占新主编．—北京：北京工业大学出版社，2011.8

ISBN 978-7-5639-2805-7

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①孙…　②张…　Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材　Ⅳ.①04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 160326 号

大学物理实验

主　　编：孙正云　张占新
责任编辑：王铁杰
出版发行：北京工业大学出版社
（北京市朝阳区平乐园 100 号　100124）
010-67391722（传真）　bgdcbs@sina.com
出 版 人：郝　勇
经销单位：全国各地新华书店
承印单位：徐水宏远印刷有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：15.75
字　　数：369 千字
版　　次：2011 年 8 月第 1 版
印　　次：2011 年 8 月第 1 次印刷
标准书号：ISBN 978-7-5639-2805-7
定　　价：30.00 元

前 言

“大学物理实验”是理、工、农、医等相关学科的大学生进入大学后较早学习的最基本的实验课之一，是培养学生实践能力和创新能力的开端。随着实验教学改革的不断深入和时代的发展，“大学物理实验”在实验内容、实验技术和方法等方面也在不断的变化与更新，其根本目的是培养学生的科学实验能力，提高学生的科学实验素质，使学生树立实事求是、严肃认真的科学态度。学生通过本课程的学习将获得具有一定系统性的基础实验知识、基本实验方法和基本实验技能。

本实验教材是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，并在总结河北联合大学的教学经验和吸取许多兄弟院校的宝贵经验的基础上编写的。

本书按基本实验、综合性实验、设计性实验的顺序进行组织，在实际教学时可将各部分内容按由浅入深、循序渐进的原则混合安排。不确定度和数据处理是基础实验课的重要内容之一，为保持这部分内容的系统性，编者特将其集中并安排在前面。

实验教学是一项集体的事业，本书的编写凝聚了河北联合大学全体物理实验教师和技术人员的智慧。书中第一章由夏斌编写；第二章和第三章由艾晓军编写；第四章由郑仁宽、张景骄、张明利、严春亮、周志坚、张丽慧和王汝政共同编写；第五章由张占新、张丽慧、王凤鸣和艾晓军共同编写；第六章由周志坚、张景骄、孙正云、郑仁宽和严春亮共同编写。

此外，本书吸收了兄弟院校许多宝贵经验，得到了许多仪器生产厂家和北京工业大学出版社的大力支持。在此编者向他们一并表示衷心的谢意。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请读者不吝指正。

编　　者

2011 年 5 月

目　　录

第一章　测量误差与数据处理基本知识

人们在生产或科学实验中经常需要对各种物理量进行测量，以获得这些物理量的定量结果或各物理量之间的定量关系。通过对测量数据的误差分析和处理，可以科学地评价测得的物理量或物理关系接近于客观真实的程度，以求得对自然现象本质的认识。由此形成了测量误差与数据处理的基本理论。

第一节　测量与测量误差

一、测量及其分类

对物理量的测量，就是在一定条件下，借助于仪器，通过实验的方法，把被测量和作为计量单位的标准量相比较的过程。

对物理量的测量结果，可根据实际需要，有的只需写出被测量的量值，有的需要在固定坐标上绘出各量之间的关系曲线，也有的需要按一定比例给出测量的图形。对任意一种测量结果，其物理量都必须由数值和单位构成。

1. *直接测量和间接测量*

根据取得测量结果的方法不同，可将测量分为两类。用量具或仪表直接读出测量值的，称为直接测量，相应的物理量称为直接测得量。例如用刻度尺测长度、用电流表测电流都是直接测量。另外，还有很多物理量，它们不是用仪器直接测量的，而是先直接测量一些其他相关量，再用物理公式计算出结果，这种测量方法称为间接测量，其相应的物理量称为间接测得量。例如在测电阻时，可用电压表测出电阻两端的电压值 U，用电流表测出电阻上通过的电流值 I，再用公式 $R=U/I$ 计算出电阻 R 值。

由此可见，直接测量是间接测量的基础。但必须指出，一个物理量需要直接测量还是需要间接测量，通常与仪器的选用有关，例如测液体密度（比重），可选用比重计进行直接测量，也可以选用天平和量筒进行间接测量。

2. *等精度测量和不等精度测量*

根据测量条件的不同，也可将测量分为两类。如果对某一物理量重复地测量了多次，而且每次测量都是在相同条件下（同一仪器、同一方法、同一环境、同一观察者）进行的，这时没有根据指出某一次测量比另一次更准确，只能认为每次测量都是在相同精度下测得的，这种测量称为等精度测量。如果在多次测量中，测量条件有了变化，那么在条件改变下的测量就是不等精度测量。

等精度测量和不等精度测量的数据处理方法是不同的，在大学物理实验中的重复测量都认为是在相同条件下的等精度测量。

二、测量误差及其表示方法

任一物理量，在一定条件下都存在一个客观值，这个客观值称为该物理量的真实值。而用实验手段测量出来的值则称为该物理量的测量值。

由于仪器准确度、测量方法、环境影响等条件的限制，任何实验测量总是得不到真实值的，测量值与真实值总是存在差异，这种差异称为测量误差，简称误差。误差有两种表示方法。

1. 绝对误差

根据误差的定义，如以 A 表示某一物理量的真实值，以 x 表示该量的测得值，则绝对误差为

$$\delta=x-A$$

绝对误差 δ 可正可负，是一个代数值。它只表示测得值偏离真实值的程度，还不能全面表示测量的准确程度。

2. 相对误差

为了更进一步地评价测量结果的精确程度，不仅要看绝对误差的大小，还要看被测量本身的大小。于是又定义出相对误差的概念，相对误差为

$$\varepsilon=\frac{\delta}{A}\times 100\%$$

相对误差 ε 小时，则表明测量的准确度高。例如，对两个电阻 R_1 和 R_2 的测量，如它们的绝对误差都是 $\delta=0.1\ \Omega$，而 $R_1=10.0\ \Omega$，$R_2=100.0\ \Omega$，则相对误差分别为

$$\varepsilon_1=\frac{0.1\ \Omega}{10.0\ \Omega}\times 100\%=1\%，\varepsilon_2=\frac{0.1\ \Omega}{100.0\ \Omega}\times 100\%=0.1\%$$

显然对第二个电阻测量的准确程度高。

三、误差的分类

根据误差产生的原因和误差自身特点的不同，可将误差分为系统误差和随机误差两类。

1. 系统误差

在同一条件下多次测量同一物理量时，误差的大小和符号始终保持恒定，或在条件改变时，误差的大小和符号按一定规律变化，这种误差叫系统误差。

系统误差是由于在测量过程中，存在某些确定的或按一定规律变化的不合理因素而引起的，这种因素使测量结果向真实值按一定规律偏移或向某一方向偏移某一固定的量。

2. 随机误差

在测量过程中，除存在某些确定因素影响外，还必然存在一些随机因素的影响。在同一条件下多次测量同一物理量时，由于一些随机因素的影响，而出现时大时小、时正时负的误差叫随机误差。

第二节　系统误差

一、系统误差的来源

系统误差来源于一些确定的不合理因素，包括：

①仪器本身的缺陷（如天平不等臂）或安装调试不当；

②实验原理或实验方法的不完善（如计算公式的近似或忽略一些其他因素的影响）；

③外界环境（如温度、大气压、电磁场）变化；

④测量者的固有习惯、不正确的测量方法和测量技术。

二、系统误差的发现

因系统误差总是使测量结果向一个方向偏离，因此原则上是能够发现系统误差的。人们经过长期实践和理论研究总结出了一些发现系统误差的方法。

1. 实验对比法

实验对比法就是改变实验的部分条件，乃至全部安排来测量被测量。对比改变前后的测得值是否有明显的不同，从中分析有无系统误差及产生根源。

实验对比法有多种，它包括：

①实验方法的对比，即用不同实验方法测量同一个量，看结果是否一致；

②仪器的对比，如用不同电流表接入同一电路进行测量对比；

③改变测量步骤进行对比，如测某物理量与温度的关系，可以通过先升温测量再降温测量的方法来看读数点是否一致；

④改变实验条件或换人测量等方法进行对比，如将物体分别放在天平的左盘和右盘称量，可发现由天平不等臂引起的误差。

2. 理论分析法

理论分析法包括分析实验所依据的理论公式所要求的条件与本实验实际情况有无差异，分析仪器所要求的使用条件是否得到满足等。理论分析法是发现、确定系统误差最基本的方法。

3. 数据分析法

数据分析法的理论根据是，随机误差服从一定的统计规律，而系统误差不服从这种规律。当在相同条件下得到大量数据时，可采用数据分析法判断误差是否为系统误差。比如按顺序记录的测量数据在时间和空间上是随机的，则为随机误差；而测量数据的偏差是单向的或是周期性变化的，则说明存在固定的或变化的系统误差。

以上只是从普遍意义上介绍了几种发现系统误差的方法，在实际工作中还可针对具体情况采用个别考察办法。

三、系统误差的修正和限制

对系统误差的处理可分为两种情况来考虑。对于能掌握的系统误差，可取其负值为修正值加到测量结果上，使测量结果得到修正；或者在计算公式上加上修正项去消除某项系统误差；或者用更高一级的标准仪器校准一般仪器，得到修正值或修正曲线等。对于在实际工作中有时难以找出确切的系统误差，这就要求在测量中想方设法抵消它的影响。从测量方法上抵消系统误差的常用方法有：

(1)替代法。在测量装置上对被测量进行测量后，再用已知标准量替换被测量进行同样的测量，并使仪器指示不变，则已知标准量就等于被测量。例如，天平两臂长分别为 L_1 和 L_2，当未知量 x 与砝码 T 平衡时，若天平等臂则有 $x=T$，若天平不严格等臂再取 $x=T$ 就会出现系统误差。现移去 x 以标准砝码 P 取而代之，当天平重新平衡时，则有 $x=P$，这就消除了由于 $L_1 \neq L_2$ 所带来的系统误差。

(2)抵消法。这种方法也叫异号法。在对被测量进行两次测量时，使系统误差一次出现正值，另一次为负值，取两次测量结果的平均值作为最后结果，以达到消除系统误差的目的。如磁电式仪表在有较强恒定磁场环境中工作时，可将仪表转 180°取两次读数，用两个读数的平均值作为最终结果，则可消除外界恒定磁场带来的系统误差。

(3)交换法。将被测量与标准量的位置互换进行两次测量，取两次测量的平均值作为测量结果，以达到消除系统误差的目的。再以天平不等臂为例，将被测量 x 放在左侧，标准量砝码放在右侧，天平平衡时砝码为 T 值，则有 $x=\frac{L_2}{L_1}T$；将被测量与砝码位置互换，天平再次平衡时，所需砝码值为 T'，则有 $x=\frac{L_1}{L_2}T'$，从而可得 $x=\sqrt{TT'}$。这样就消除了因天平不等臂所带来的误差。

(4)半周期偶数观测法。它能消除按周期性规律变化的系统误差。具体方法是按系统误差变化的半个周期间隔取值。每周期内取两个观测值，然后取平均值作为结果。例如，分光计刻度盘偏心带来的角度测量误差是以 360°为周期，就采取相隔 180°的一对游标，每次测量读两个数，并取此二值的平均数作为测量结果，则可消除系统误差的影响。

(5)对称观测法。若有随时间线性变化的系统误差，可将观测程序对某时刻对称地再做一次。例如，一只灵敏电流计零点随时间有线性漂移，在测量读数前记录一次零点值，测量读数后再记录一次零点值，取两次零点值的平均值来修正测量值。由于很多随时间变化的误差在短时间内均可看成是线性变化，因此对称观测法是一种能够消除随时间变化的系统误差的好方法。

总之，消除或减小系统误差的基本原则是找出产生误差的原因并消除它的影响，如果做不到就采取修正的办法，或者在测量中设法抵消它的影响。

第三节　随机误差的数学处理

在测量时，即使精心排除产生系统误差的因素之后，由于人的感官灵敏程度和仪器的精度所限，或由于周围环境的干扰等一些难以控制的随机因素的影响，也还会产生随

机误差。由于随机误差的产生不能预料、不能控制，因此也就没有办法将其消除，只能按其所服从的统计规律进行合适的数学处理。

一、随机误差的统计规律

假设某一物理量的真实值为 A，对其多次重复测量值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，则各次测量的随机误差可表示为

$$\delta_i = x_i - A \quad (i=1,2,\cdots,n)$$

大量的实验证明，只要测量次数足够多，随机误差 δ_i 服从正态分布（或称高斯分布）。它具有以下性质：

①对称性。绝对值相等的正、负误差出现的概率接近相等。

②有界性。绝对值很大的误差出现的概率为零，并且误差的绝对值不会超过某一界线。

③单峰性。绝对值小的误差出现的概率大，绝对值大的误差出现的概率小。

④抵偿性。当测量次数足够多时，由于绝对值相等的正、负误差出现的概率相等，因而随机误差的代数和趋于零。

抵偿性是随机误差最本质的统计特性。一般地讲，凡是具有抵偿性的误差，原则上都可以按随机误差处理。

二、随机误差的估算方法

由随机误差的分布特点可知，当测量次数足够多时，可得到如图 1-3-1 所示的误差正态分布曲线。横轴表示误差 δ，纵轴表示误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$。此函数的意义是表示在单位误差间隔内出现误差 δ 的概率。曲线下的总面积表示各种误差出现概率的总和，应恒等于 1。即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta)\,\mathrm{d}\delta = 1$$

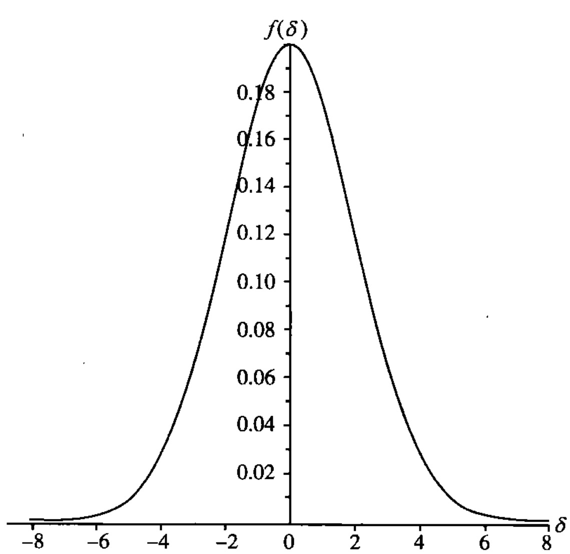

图 1-3-1　误差正态分布曲线

在一定测量条件下，概率密度分布曲线就被唯一确定下来。测量条件不同，其概率密度分布曲线也就不同。对于某一组测量来讲，如果各测得值的随机误差小，则说明此

组测量值的离散性小。因为曲线下的总面积为1,所以该曲线就高而窄。反之,如果另外一组各测得值的随机误差大,则此组测量值的离散性大,其概率曲线就平坦,如图1-3-2所示。因此,用概率密度分布曲线的形状可以定性地说明测量的可靠性程度。为了定量地表示测量的可靠程度,应该用一个参数来表示它,这个数能够反映任一次测量值 x_i 的可靠性的概率值。所以,要用曲线上的一个特征点来表示曲线的形状,最典型的特征点是曲线的拐点在横轴上的坐标值 $\pm\sigma$,此值小则曲线窄,说明这组测得值离散性小,因此可用 σ 值来描述测得值的可靠性程度。σ 是一个取决于具体测量条件的常数,故称 σ 为标准误差。

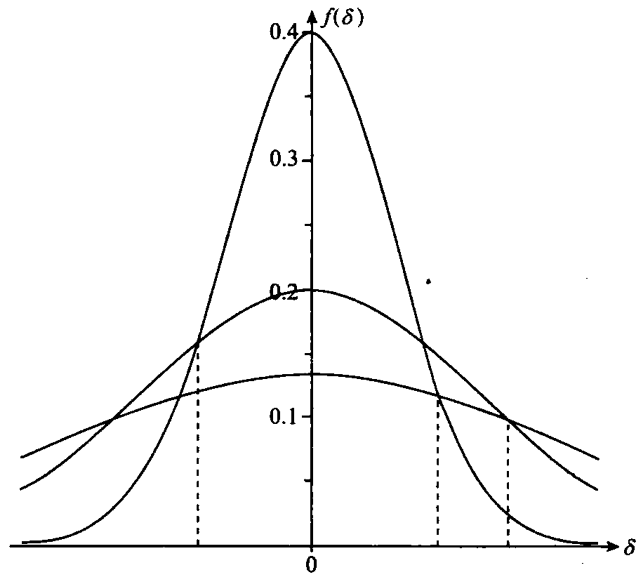

图 1-3-2　f 与 δ 的离散性关系

根据统计理论可以证明,概率密度分布函数为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1-3-1}$$

令此函数的二阶导数为零,便可解出 σ 正好是概率密度分布曲线拐点的横坐标值。还可以看出,当 $\delta=0$ 时,由式(1-3-1)得

$$f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \tag{1-3-2}$$

由式(1-3-2)也能说明,若标准误差 σ 很小,则必有 $f(0)$ 很大,曲线中间凸起较大,因曲线与横轴所围面积为1,所以曲线两侧下降较快,相应的绝对值小的随机误差出现较多,即测量值的离散性小,测量的可靠程度高,因此,用 σ 值作为测量的标准误差。它的数学表达式为

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum(x_i-A)^2}{n}} \tag{1-3-3}$$

通过计算,$\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta=0.682\ 689\approx68.3\%$,即从 $-\sigma$ 到 σ 之间曲线下的面积占总面积的68.3%。这就是说,如果测量次数 n 足够大,则在所测得的全部数据中,将有占测量总次数68.3%的数据的误差落在区间 $(-\sigma,+\sigma)$ 内;或者说,在所测得的数据中,任一数

据 x_i 的误差落在区间$(-\sigma,+\sigma)$内的概率为 68.3%。当然在$(-\sigma,+\sigma)$内包含真实值的概率也为 68.3%，这就提供了一个用概率来表达测量误差的方法。区间$(-\sigma,+\sigma)$称为置信区间，在给定置信区间内包含真实值的概率为置信概率。经计算，如扩大置信区间为$(-2\sigma,2\sigma)$，则置信概率为95.4%；在区间$(-3\sigma,3\sigma)$内，置信概率为 99.7%。

三、算术平均值和标准偏差

在真实值已知的情况下，误差是一个明确的概念，可由定义式求得误差。在真实值未知的情况下，不能用定义式求得误差 δ，也不能由式(1-3-3)计算标准误差。由于随机误差的存在，对被测量进行有限的 i 次等精度重复测量时，得到的将是大小略有起伏的一组数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，这时应当首先研究如何用这组数据估算真实值的最佳近似值。

1. 算术平均值

对一组测量数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，各次测量值的算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

可以证明，算术平均值是真实值的最佳近似值。

由误差定义可得

$$\delta_i=x_i-A$$

对此数组求和取平均，且假设测量次数 $n\to\infty$，得

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum\delta_i}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum x_i}{n}-A$$

由随机误差的特点可知

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum\delta_i}{n}=0$$

所以

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum x_i}{n}=A$$

由此式可见，当 $n\to\infty$时，算术平均值无限接近真实值，所以有理由认为算术平均值是真实值的最佳近似值。

2. 标准偏差

真实值实际上是无法测得的，而且测量次数不可能无穷多，因此前面对误差的讨论只有理论上的意义。由于算术平均值是真实值的最佳近似值，实际中总是用算术平均值代替真实值，为了与误差加以区别，称 $v_i=x_i-\bar{x}$ 为偏差，实际中也只能求得标准误差 δ 的最佳估计值。

对一组测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，各次测量值的误差为 $\delta_i=x_i-A$，将这些误差求和取平均值，得到

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-A)=\bar{x}-A$$

或写成

$$\bar{x}=A+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i$$

将 $\bar{x}$ 代入上述偏差公式，得

$$v_i=x_i-A-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i=\delta_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i$$

对上式平方求和得

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}v_i^2 &= \sum_{i=1}^{n}(\delta_i^2 - 2\times\delta_i\times\sum_{i=1}^{n}\delta_i + \sum_{i=1}^{n}\delta_i^2)\\ &= \sum_{i=1}^{n}\delta_i^2 - 2\times\frac{1}{n}\times(\sum_{i=1}^{n}\delta_i) + n\times[\frac{1}{n^2}(\sum_{i=1}^{n}\delta_i)^2]\\ &= \sum_{i=1}^{n}\delta_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}\delta_i)^2\end{aligned}$$

因为在测量中正负误差出现的概率接近相等，故$(\sum_{i=1}^{n}\delta_i)^2$展开后，交叉项$\delta_1\cdot\delta_2$，$\delta_1\cdot\delta_3$……为正为负的数目接近相等，彼此相消，故得

$$(\sum_{i=1}^{n}\delta_i)^2 \approx \sum_{i=1}^{n}\delta_i^2$$

因而

$$\sum_{i=1}^{n}v_i^2 \approx \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2$$

即

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}v_i^2}{n-1}} \approx \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}{n}}$$

等式右边若取 $n\to\infty$ 时的极限，即是标准误差 σ 的定义式。因而等式左边的表达式可以认为是从一组数据中计算出来的标准误差的最佳估计值，称为标准偏差，记作 σ_x，即

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-3-4}$$

一般来讲，利用标准偏差代替标准误差表示每一个测量值 x_i 的置信区间，只要测量次数不太少，置信概率也在 68.3%附近，这就是说标准偏差仍具有标准误差的含义。

3. 算术平均值的标准偏差

标准偏差 σ_x 表示一组取得 $\bar{x}$ 的数据的离散性，如果在完全相同的条件下再重复测量一组数据，由于随机误差的影响，不一定能得到完全相同的 $\bar{x}$，这说明算术平均值本身也具有离散性，为了评定算术平均值的离散性，需引入算术平均值的标准偏差$\sigma_{\bar{x}}$，可以证明

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-3-5}$$

算术平均值的标准偏差表示算术平均值的误差($\bar{x}-A$)落在$-\sigma_{\bar{x}}\sim+\sigma_{\bar{x}}$ 之间的概率为 68.3%，或者说在 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$ 范围内含真实值的概率为 68.3%的误差，$\pm\sigma_{\bar{x}}$ 并不表示 $\bar{x}$ 的误差，$\bar{x}$ 的误差为多大并不知道，即使$\sigma_{\bar{x}}$ 很大，误差也可能很小。

4. 测量次数很少时置信区间的确定

在测量次数不太少时，用 $\bar{x}$ 作为真实值 A 的最佳估计值，用标准偏差$\sigma_{\bar{x}}$ 作为标准误差 σ 的最佳估计值。当测量次数较少时，由于测量到的误差会偏离正态分布，因而 $\bar{x}$ 和$\sigma_{\bar{x}}$ 均会严重偏离 A 和 σ。如果仍用±0 作为置信区间，置信概率会小于 68.3%。如果需要保持 68.3%的置信率，则要重新调整置信区间。

1908 年，戈塞特根据误差理论提出，令 $t\equiv(x-A)/\sigma_{\bar{x}}$，$t$ 作为一个统计量将遵从另一种分布，称作 t 分布，其概率密度函数式比较复杂，可以暂不去管它，由 t 分布可提供的一

个系数因子，称作 t 因子，用这个 t 因子乘以σ_x 作为置信区间，仍能保证在这个区间内有 68.3%的置信概率。表 1-3-1 是几个常见的 t 因子数。

表 1-3-1 t 因子表(表中 n 表示测量次数)

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
$t_{0.683}$	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1

从表中可见，t 因子随测量次数的增加而趋向于 1，即 t 分布当 $n\to\infty$时趋向正态分布。

第四节 物理实验中不确定度表示

一、近代测量不确定度的发展历史

1977 年 5 月，国际电离辐射咨询委员会(CCEMRI，国际计量委员会下的专业技术研究机构)在讨论 X、γ 射线的测量结果如何表达在校准证书上时，产生了几种意见未能统一。如何正确、统一地表达校准结果或者测量结果，在计量学中是一个十分重要的问题，涉及对测量结果可靠程度的定量评定以及使用。1977 年 7 月，CCEMRI 指出解决这一问题的迫切性。由于这不只是电离辐射领域的问题，于是考虑到国际计量委员会(CIPM)是世界计量学界的最高权威组织，理所当然地应由其做出决定。1978 年，CIPM 向国际计量局(BIPM)提出，组织一个专门的工作组来着手和各国联系协调解决这一问题。在征求了 32 个国家级的计量研究院及 5 个国际组织的意见之后，由于所提出来的评定与表示不确定度的方法很不一致。于是 BIPM 召集了一次会议，其目的是为了对不确定度的评定与表示规定一个统一和一般可接受的方法，有 11 个国家的计量院的专家出席，起草的建议书称为《不确定度的表述》，编号是 INC-1(1980)，并于 1981 年由 CIPM 批准。

INC-1(1980)只是一份十分简单的纲要性文件，对于如何在具体工作中实施这些要点缺乏一个实用的、较详细的指导性文件。考虑到国际标准化组织(ISO)能更好地反映工商业界以及不同学科的广泛需求，于是在 1986 年 CIPM 把这一任务委托给 ISO，要求在 INC-1(1980)的基础上起草一份能广泛应用的导则，以进一步促进国际上表述测量结果采用相同的方法。

1993 年，ISO 出版发行了《测量不确定度的表示导则》的第一版，并以 BIPM、IEC(国际电工委员会)、IFCC(国际临床化学联合会)、ISO、IUPAC(国际理论化学和应用化学联合会)、IUPAP(国际理论物理和应用物理联合会)、OIML(国际法制计量组织)的名义在全世界推广应用。该导则 1995 年又进行了修订，规范了不确定度的概念、评定方法、报告方式等，形成了国际上测量不确定度的指导性文件。

在 1999 年我国发布了 JJF1059—1999《测量不确定度评定与表示》，该标准基本上等

同采纳了 ISO 的《测量不确定度的表示导则》内容，作为我国处理的有关测量误差和测量不确定度问题的技术规范。

二、测量不确定度和标准不确定度

表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数，称为测量不确定度。

测量不确定度从词义上理解，意味着对测量结果可信性、有效性的怀疑程度，是定量说明测量结果的质量的一个参数。测量不确定度就是说明被测量值分散性的参数，它不说明测量结果是否接近真值。

用标准偏差表示的测量不确定度叫做标准测量不确定度。

1. 测量不确定度的 A 类、B 类评定

由于测量结果的不确定度往往由许多原因引起，对每个不确定度来源评定的标准偏差，成为不确定度分量，用符号 u_i 来表示。对这些标准不确定度分量有两类评定方法，即 A 类评定和 B 类评定。

(1)标准测量不确定度的 A 类评定。

用对于观测列进行统计分析的方法来评定标准测量不确定度，称为测量不确定度的 A 类评定，有时也称为 A 类标准测量不确定度。用符号 u_A 来表示。这里的统计方法是指根据随机抽取的测量样本中所获得观测列（实验的测量数据），来推断关于总体性质的方法。例如：在等精度条件下的任何一个测量结果，都可以看做是无限多次测量结果（总体）的一个样本，用有限次数的测量结果所获的信息（诸如平均值 $\bar{x}$、标准偏差 σ_x）来推断总体的平均值以及总体的标准偏差 σ，就是所谓的统计分析方法之一。A 类不确定度用实验标准偏差表示，采用贝塞尔公式计算。

x_i 的 A 类标准不确定度 $u_A(x_i)=\sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$ (1-4-1)

$\bar{x}$ 的 A 类标准不确定度 $u_A(\bar{x})=\dfrac{u_A(x_i)}{\sqrt{n}}=\sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$ (1-4-2)

(2)标准测量不确定度的 B 类评定。

用不同于对观测列进行统计分析的方法来评定测量标准不确定度，称为测量不确定度的 B 类评定，有时也称为 B 类标准测量不确定度。用符号 u_B 来表示。它用根据经验或资料及假设的概率分布估计的标准偏差表征。

例如：对于均匀分布（矩形分布），设其概率密度分布函数为 $f(x)$，如图 1-4-1 所示，其在 $-a$ 到 a 区间内为一常数，设该常数为 K，则 $y=f(x)=K$，因在 $-a$ 到 a 区间内的概率应该为 100%，所以图中矩形面积应该为 1，即 $K\times(2a)=1$，所以 $K=\dfrac{1}{2a}$，即 $y=f(x)=\dfrac{1}{2a}$，则被测量的方差为

$$D_x=\int_{-a}^{a}x^2f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}x^2\mathrm{d}x=\frac{a^2}{3}$$

被测量的标准偏差为 $\sigma=\sqrt{D_x}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$ (1-4-3)