

岳珠峰 王富生 王佩艳 著
霍世慧 刘 洋 董永朋

飞机复合材料结构分析 与优化设计



科学出版社

内 容 简 介

本书介绍了飞机复合材料结构的关键分析技术和优化设计技术。分析技术涉及双曲度壁板、中厚板、变厚度厚蒙皮、层合板开口缝合补强、连接件、纤维缠绕复合材料、复合材料力学性能分散性、机头天线罩稳定性和机翼气动弹性的分析。优化设计技术涉及参数化设计技术、机翼综合优化设计以及雷达罩鸟撞和冰雹冲击优化设计和软件开发。

本书可作为航空、航天、力学、材料专业高年级本科生及研究生课程教材,也可供相关专业的研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

飞机复合材料结构分析与优化设计/岳珠峰等著. —北京:科学出版社,
2011

ISBN 978-7-03-032351-4

I. 飞… II. 岳… III. 复合材料-设计分析-研究 IV. V257

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 187278 号

责任编辑:余丁 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:赵博 / 封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年9月第一版 开本:B5(720×1000)

2011年9月第一次印刷 印张:25

印数:1~2 000 字数:488 000

定价: 90.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　　言

近年来,复合材料作为航空航天领域的四大结构材料之一得到了广泛应用。其不仅具有高的比强度和比模量、好的抗疲劳断裂和耐腐蚀性,而且具有材料可设计性和易于整体成形等优点,有利于实现结构和材料高度统一的优化设计。在飞行器设计方面,结构非承力部件和承力部位均大量采用复合材料,对于实现结构减重和改善气动弹性特性等具有重要意义,也可以推进未来隐身和智能飞行器的发展。随着我国大型客机和运输机型号项目的启动,复合材料结构设计和制造出现了新的技术问题,这些关键技术问题的解决有助于加速复合材料在大型客机和运输机上的应用,已显得尤为重要。

本书是在课题组承担的各类国防科技工业技术基础科研项目和国防科技民机专项项目资助下完成的,总结了课题组近年来在复合材料结构分析和优化领域探索和实践取得的一些成果,并已成功应用于飞机等型号工程复合材料结构设计。全书共分为两篇:第一篇介绍飞机复合材料结构分析的一些关键技术,如双曲度壁板分析、中厚板稳定性分析、变厚度厚蒙皮分析、层合板开口缝合补强结构分析、连接件分析、纤维缠绕复合材料结构分析、复合材料力学性能分散性分析、机头天线罩稳定性分析以及机翼气动弹性分析;第二篇针对典型的复合材料结构模型,介绍参数化设计技术、大展弦比复合材料机翼综合优化设计以及复合材料雷达罩结构的鸟撞和冰雹冲击优化设计和软件开发。

在相关预研和型号项目的完成过程中,王安强副教授、姜云鹏博士、邵小军博士、李立州博士、李磊博士、王毅博士、朱振涛硕士、朱江辉硕士、华林硕士、付春艳硕士和谯盛军硕士等也承担了一定课题任务。书中有关内容采纳或参考了以上人员的硕士或博士论文,在此表示感谢。同时,书中还引用了国内外其他专家学者的研究成果,由于疏忽或遗漏,可能没有标明出处,在此也表示由衷的歉意。

本书的完成还得到国家国防科工局、中国航空工业第一飞机设计研究院、沈阳飞机设计研究所、成都飞机设计研究所和济南特种结构研究所等单位有关领导和工程技术人员的大力支持,在此一致表示感谢。

本书可作为航空航天复合材料结构设计、力学、材料专业高年级本科生及研究生课程教材,也可供相关专业的研究人员和工程技术人员参考。

由于作者水平有限,书中不妥之处在所难免,希望读者不吝批评指正。

目 录

前言

绪论	1
参考文献	3

第一篇 复合材料结构分析

第1章 复合材料力学性能分析	7
1.1 复合材料的应力-应变关系	7
1.1.1 一般各向异性材料的应力-应变关系	7
1.1.2 正交各向异性材料的应力-应变关系	8
1.2 复合材料的工程弹性常数	9
1.2.1 工程弹性常数表示的应变-应力关系	9
1.2.2 正交各向异性材料工程弹性常数的限制条件	10
1.3 复合材料的应力/应变和刚度/柔度矩阵的坐标转换	11
1.3.1 一般各向异性材料的应力/应变和刚度/柔度矩阵的坐标转换	11
1.3.2 正交各向异性材料的应力/应变和刚度/柔度矩阵的坐标转换	13
1.3.3 平面应力状态下应力/应变和刚度/柔度矩阵的坐标转换	16
1.4 复合材料层合板的刚度	17
1.4.1 经典层合板的基本假设	17
1.4.2 层合板的应力-应变关系	18
1.4.3 对称层合板的刚度	19
1.4.4 二维均衡层合板的刚度	20
1.4.5 三维均衡层合板的刚度	21
1.5 复合材料层合板的强度估算	23
1.5.1 单层板的强度	23
1.5.2 层合板的强度	25
1.5.3 有限元分析中常用的层合板失效判据	26
参考文献	32
第2章 双曲度复合材料壁板分析	34
2.1 研究现状	34
2.2 材料子程序修正	35

2.2.1 材料子程序修正可行性分析	35
2.2.2 材料子程序应力修正方法及修正系数选取	35
2.2.3 双曲度复合材料板应力修正	36
2.3 新型复合材料高精度单元	40
2.3.1 基础理论	40
2.3.2 用户单元子程序	47
2.3.3 应用实例	51
2.4 本章小结	57
参考文献	58
第3章 复合材料中厚板稳定性分析	59
3.1 研究现状	59
3.2 稳定性分析方法	60
3.2.1 特征值分析方法	60
3.2.2 弧长法	65
3.3 复合材料中厚层合板稳定性研究	65
3.3.1 单向压缩	66
3.3.2 纯剪	68
3.4 中厚蒙皮多墙翼面结构稳定性分析	69
3.4.1 整体结构模型	70
3.4.2 有限元分析模型及其边界条件	70
3.4.3 计算结果与分析	70
3.5 本章小结	74
参考文献	74
第4章 变厚度厚层合板结构分析	76
4.1 概述	76
4.1.1 变厚度厚层合板结构分析面临的主要问题	76
4.1.2 变厚度厚层合板分析中遇到的困难	77
4.1.3 本章主要解决的问题	77
4.2 变厚度厚层合板结构分析	77
4.2.1 变厚度厚层合板结构有限元分析	77
4.2.2 变厚度厚层合板过渡段结构分析	82
4.2.3 变厚度厚层合板二维与三维有限元方法比较	85
4.3 压缩试验和损伤模拟研究	88
4.3.1 结构及试验	88
4.3.2 试验与数值模拟比较	89

4.3.3 损伤模拟	91
4.4 本章小结	92
参考文献	93
第5章 复合材料层合板开口补强结构分析	94
5.1 国内外研究现状	94
5.2 复合材料层合板开口问题理论基础	95
5.2.1 开口层合板理论基础	95
5.2.2 考虑自由边界效应的边界层理论解	97
5.2.3 开口问题应力分析程序求解	111
5.3 复合材料层合板开口缝合补强问题研究	121
5.3.1 开口缝合补强试验研究	122
5.3.2 开口缝合补强有限元分析	126
5.4 复合材料层合板开口翻边补强试验和数值研究	133
5.4.1 开口翻边补强试验研究	133
5.4.2 开口翻边补强有限元分析	134
5.4.3 开口翻边补强损伤模拟	136
5.5 本章小结	140
参考文献	140
第6章 复合材料连接分析	142
6.1 研究现状	142
6.1.1 应力分析中的有限元建模	143
6.1.2 失效判定准则	144
6.1.3 累积损伤过程中的材料性能退化	144
6.2 机械连接计算方法	145
6.2.1 计算模型合理性的验证	145
6.2.2 线性与非线性对计算结果的影响分析	147
6.2.3 失效准则对连接强度的影响	148
6.3 复合材料螺栓连接细节分析	153
6.3.1 配合间隙对螺栓连接强度的影响	154
6.3.2 切向摩擦因数和开孔形状的影响分析	156
6.3.3 连接件材料和预紧力对复合材料连接的影响	159
6.4 单剪螺栓连接复合材料叠层板孔周边应力场分布	162
6.4.1 螺栓-孔周应力场分布	163
6.4.2 螺栓-孔配合间隙对孔周应力分布的影响	164
6.4.3 接触面摩擦因数对孔边应力的影响	166

6.4.4 小结	166
6.5 复合材料机械连接可靠性灵敏度分析	167
6.5.1 基于重要抽样马尔可夫链模拟的可靠性灵敏度分析的半解析法	167
6.5.2 有限元模型	169
6.5.3 可靠性灵敏度分析	170
6.6 本章小结	171
参考文献	171
第7章 纤维缠绕复合材料结构分析	174
7.1 纤维缠绕复合材料的研究现状	174
7.2 纤维缠绕复合材料细观力学分析方法	175
7.2.1 复合材料编织结构等效方法	175
7.2.2 有限多相单元法	177
7.3 纤维缠绕复合材料有限元计算法	178
7.3.1 纤维起伏交叉区域	178
7.3.2 缠绕单元体积模型的建立	179
7.3.3 单元体积模型具体尺寸	179
7.3.4 弹性模量的等效过程	181
7.3.5 有限元算法的应用	183
7.4 纤维缠绕复合材料均匀化算法	183
7.4.1 缠绕复合材料单胞模型	184
7.4.2 1/4 单胞模型的等效均匀化	185
7.4.3 整体单胞上的均匀化	189
7.4.4 缠绕复合材料弹性性能计算及试验结果	192
7.5 缠绕复合材料的压缩、冲压、复合加载试验和数值分析	194
7.5.1 压缩试验	194
7.5.2 内压试验	201
7.5.3 复合加载试验	205
7.5.4 基于复合材料壳体单元的缠绕结构损伤数值模拟	209
参考文献	213
第8章 复合材料力学性能的分散性分析	215
8.1 静态力学性能试验	215
8.1.1 纵向拉伸力学性能试验	215
8.1.2 横向拉伸力学性能试验	216
8.1.3 纵向压缩力学性能试验	217
8.1.4 横向压缩力学性能试验	219

8.1.5 纵横剪切力学性能试验	219
8.2 试验结果及数据表格	220
8.3 基本性能参数的分散性分析	228
8.3.1 试验数据的统计分析	228
8.3.2 基本性能参数的分散性模型	229
8.4 挤压强度的分散性分析	234
8.4.1 试验设计	234
8.4.2 连接分散性模型分析	236
8.5 本章小结	238
参考文献	238
第9章 天线罩及其改进模型的稳定性分析	240
9.1 计算模型	240
9.1.1 模型的建立	240
9.1.2 材料模型	243
9.1.3 边界条件	244
9.1.4 载荷情况	244
9.2 静强度分析	248
9.3 稳定性分析	253
9.3.1 初步稳定性分析	253
9.3.2 改进措施	254
9.3.3 结构布局考核	260
9.4 本章小结	263
参考文献	263
第10章 复合材料机翼气动弹性分析	265
10.1 引言	265
10.2 静气动弹性分析	266
10.2.1 静气动弹性分析在 Nastran 中的实现	267
10.2.2 Fluent 与 Nastran 联合进行静气动弹性分析	270
10.3 颤振分析	281
10.3.1 引言	281
10.3.2 采用 Nastran 计算和分析	282
10.3.3 Fluent 软件与自编程序联合进行颤振分析	283
10.4 间隙非线性颤振分析	286
10.4.1 非定常空气动力的有理函数 Roger 近似	287
10.4.2 气动弹性系统的状态空间表达式	289

10.4.3	间隙非线性颤振分析	290
10.5	本章小结	292
	参考文献	292

第二篇 复合材料结构优化设计

第 11 章	参数化设计技术	297
11.1	引言	297
11.2	参数化设计概述	297
11.2.1	参数化设计方法	297
11.2.2	参数化设计的步骤	298
11.2.3	结构参数的选择和确定	298
11.2.4	PCL 语言及会话文件	299
11.3	复合材料加筋层合板的参数化设计	300
11.3.1	算例描述	300
11.3.2	参数化命令流输入文件	301
11.3.3	参数化设计	307
11.4	复合材料机翼盒段的参数化设计	308
11.4.1	算例描述	308
11.4.2	参数化流程和命令流输入文件	309
11.4.3	静力计算结果	323
11.5	本章小结	324
	参考文献	325
第 12 章	复合材料机翼结构综合优化设计	326
12.1	复合材料机翼结构的稳定性分析	326
12.1.1	桁条间蒙皮的局部屈曲	326
12.1.2	桁条的局部屈曲	328
12.1.3	加筋壁板的整体屈曲	330
12.2	机翼的气动/结构一体化优化设计	333
12.2.1	引言	333
12.2.2	优化算例	333
12.3	大展弦比复合材料机翼结构综合优化设计应用实例	338
12.3.1	整体优化设计	338
12.3.2	细节优化设计	344
	参考文献	352

第 13 章 复合材料雷达罩鸟撞和冰雹冲击优化及软件开发	353
13.1 引言	353
13.2 雷达罩鸟撞和冰雹冲击动力学分析方法	353
13.2.1 接触碰撞理论和算法	353
13.2.2 单元定义及分析	354
13.2.3 材料失效准则判据	355
13.2.4 碰撞接触定义	357
13.3 复合材料蜂窝雷达罩鸟撞和冰雹冲击优化平台	358
13.3.1 SODS 1.0 优化平台中各模块的详细设计	358
13.3.2 SODS 1.0 优化平台使用简介	369
13.4 复合材料蜂窝雷达罩鸟撞优化设计实例	378
13.4.1 优化算例描述	379
13.4.2 优化算例测试过程	380
13.4.3 结果分析	384
13.5 本章小结	386
参考文献	386

绪 论

复合材料在航空航天领域的成功应用仅有几十年的历史,但因其在比强度、比刚度、可设计性和便于大面积整体成形等方面的优点在航空航天领域的应用日益广泛。目前,复合材料结构已经与铝合金、钛合金和合金钢一起成为航空航天领域的四大结构材料。

复合材料于 20 世纪 60 年代中期研制成功,随后被广泛应用于飞机结构中。几十年来,复合材料在飞机结构上的应用走过了一条由小到大、由次到主、由局部到整体、由结构到功能的发展道路。复合材料在飞机结构上的应用情况大致可分为三个阶段:第一阶段应用于舱门、口盖、整流罩和方向舵等受力很小或不承力的结构中;第二阶段应用于垂尾、平尾和前机身等次承力结构中;第三阶段应用于机翼、机身等主承力结构中。从复合材料在飞机结构中的发展可以看出,复合材料已经逐渐成为覆盖面积最广的材料,其在飞机中的应用比例已成为衡量飞机先进性的重要指标。以米格(Mig)战斗机为例^[1],1977 年首飞的 Mig 29 其复合材料结构重量只占到整个战斗机的 7%;1994 年首飞的 Mig 1.42 其复合材料结构重量达到了 16%;而在 2000 年首飞的 Mig 1.44 中应用范围得到了进一步的扩大,复合材料结构重量提高到 30%。

进入 20 世纪 90 年代后,为满足新一代战斗机对高机动性、超音速巡航和隐身等的要求,战斗机无一例外地大量采用复合材料,用量一般在 25% 以上。在武装直升机、无人作战机上,复合材料的用量可达 50% 以上,甚至出现全复合材料飞机。军用飞机如此,民用飞机也是如此,新研制的 A380 复合材料用量达到 25%,而 B787 更是高达 50%。

我国从 20 世纪 60 年代末开始研究复合材料及其在飞机结构上的应用,70 年代中期研制成功了第一个复合材料飞机结构件。2000 年, Y7 复合材料垂尾通过了适航审定,这标志着复合材料在民用飞机上的应用取得了可喜的成果^[2]。目前,我国已建立了航空航天复合材料的基本体系,形成了可以满足航空航天需求的生产能力和协作配套网络,所需材料基本实现国产化。另外,我国目前在研的大型运输机和大型客机都准备大量使用复合材料,复合材料在我国飞机结构中的应用将会提升到一个新台阶。

与传统金属材料不同,复合材料是由多组分材料构成,具有明显的方向性,最常用的层合板一般属于正交各向异性材料,有九个独立的弹性参数,造成复合材料计算的复杂性^[3]。在设计方面,复合材料的刚度和强度不仅与纤维和基体的材

料有关,而且与纤维的体积含量以及界面结合程度有关。改变层合板每个单层的铺层角度、铺层顺序,可以得到不同的层合板刚度和强度性能,同时利用复合材料各向异性的特征,可以设计任意面内和面外刚度。随着先进复合材料的发展,编织缠绕、泡沫夹芯、蜂窝夹芯等复合材料的出现给复合材料的设计提供了更大的发展空间。其中,纤维缠绕复合材料因其成本低、质量稳定、易于实现机械化、自动化等优点在固体火箭发动机壳体、雷达罩、直升机飞机叶片、管道和各种压力容器中得到广泛应用,其力学特性如结构响应、损伤特性和失效模式等得到广泛关注。

复合材料的结构设计充分发挥了材料的应用价值和潜力,成为研究的重点。同时,复合材料性能参数的分散性比金属大,这不仅与复合材料的多组分结构有关,而且与加工过程中铺层角度的精度、界面的结合程度等有关系^[4~6]。另外,复合材料的连接设计、对湿热环境敏感、过渡段的细节设计等问题都很复杂,在具体设计中,必须通过大量的试验、计算和优化设计才能达到合理可用的方案。

在制造工艺方面,传统的金属材料零部件加工通常采用机械加工、压延、锻和焊接等工艺方法,而目前常用的复合材料结构一般采用浸渍有基体树脂的增强纤维预浸带,根据设计要求逐步铺贴在按所需制件形状预先加工好的模具上,再经热压工艺将基体树脂固化成形。成功的复合材料结构设计能够充分利用这一特点大大减少机械加工和装配工作量,大幅度减重和降低制造成本。

随着复合材料结构在军用和民用飞机中的应用,其设计和制造技术中所产生的问题越来越多^[7~9]。例如,复合材料中厚板作为主承力构件已在飞机型号中得到广泛应用,在中厚蒙皮的静强度和稳定性计算中不能忽视层间应力对强度的影响,采用经典层合板理论所得到的结果偏于不安全。同时,现代机翼一般采用大展弦比结构,蒙皮通常是变厚度的,过渡区易形成应力集中,斜削过渡区更容易发生纤维断裂、疲劳裂纹萌生等现象。另外,复合材料在飞机上的使用大大减少了连接件的数量,降低了机体的维修成本,但是复合材料连接处的应力集中系数远大于金属,是纤维易断区和疲劳裂纹源的频发部位,若处理不好将直接影响飞机的使用寿命和安全。

飞机局部设计中由于安装机载设备和管线的需要,飞机构件不可避免地要开一些孔。孔洞引起构件局部应力集中,降低结构疲劳强度,使飞机构件承载能力下降,对于目前在飞机中广泛使用的复合材料来说孔洞的影响尤为严重。复合材料是由各种高强纤维与其他材料通过黏结剂相互胶结在一起构成的层状各向异性材料。纤维之间依靠黏结剂相互连接,纤维黏结的可靠程度决定着纤维是否能够有效地承担荷载,然而开口使得纤维在开口处被切断,削弱了纤维的锚固,大大增加了纤维在开口处被拔出的可能性,降低了结构的承载能力。另外,复合材料是一种层状各向异性材料,自由边界上的层间应力和层间剪力往往很大。这些应

力会引起边界上的脱层,进而引发边界附近大面积的脱层。开口使复合材料结构产生新的边界,使得复合材料板有更多分层损伤的可能,从而降低结构的安全性。因此,对复合材料层合板开口形式需要进行详细的设计分析并采取有效的加强措施。

飞机结构的气动弹性特性同样值得关注^[10~12]。现代飞机的大展弦比设计追求高速度、高机动性,结构中大量采用复合材料以减轻结构重量、改善结构性能。而大展弦比机翼的大型、轻质、柔性等结构特点,使得介于空气动力载荷、弹性结构响应之间的耦合作用变得越来越严重,气动弹性问题得到进一步的加剧。气动弹性问题的研究包括静气动弹性与动气动弹性。静气动弹性只涉及空气动力和弹性力的交互作用,如柔性飞机的载荷分布和操纵安定品质以及发散等;动气动弹性问题则涉及空气动力、弹性力和惯性力间的相互作用,如柔性飞机对大气紊流的响应和抖振响应,以及颤振、嗡鸣等。

复合材料因其可设计性给气动剪裁带来实现的基础,在满足结构强度、刚度和稳定性等要求的同时,充分利用刚度方向的可设计性和弯-扭耦合效应达到提高飞机气动性能和减小机翼结构重量的目的^[13~15]。同时,机翼的结构设计已经从最初的尺寸优化发展到拓扑优化和多学科的综合优化设计。在飞机结构设计过程中,其结构静强度、稳定性、气动弹性、鸟撞及雹击等一系列问题中两个或多个问题相互耦合给飞机的结构优化设计提出一定的要求,迫切需要一种多学科的综合优化设计技术。

多年来,课题组在飞机结构中复合材料的应用方面做了大量的工作。本书是作者及其所在课题组研究工作的总结,针对复合材料在实际工程中面临的问题开展飞机复合材料结构件设计及其综合优化的研究。

参 考 文 献

- [1] 杨乃宾,章怡宁.复合材料飞机结构设计.北京:航空工业出版社,2002.
- [2] 中国航空研究院.复合材料结构设计手册.北京:航空工业出版社,2001.
- [3] 陈绍杰.复合材料设计手册.北京:航空工业出版社,1990.
- [4] ASTM D 695M-91. Standard test method for compressive properties of rigid plastics, Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, VOL15.03, 1997: 235~247.
- [5] ASTM D5379. Standard test method for shear properties of composite materials by the V-notched beam method, Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, VOL15.03, 1997: 235~247.
- [6] Graham L L, Gurleyb K, Master F. NonGaussian simulation of local material properties based on a moving window technique. Probabilistic Engineering Mechanics, 2003, 18: 223~234.

- [7] 钱伟长,黄黔,冯伟.复合材料对称层合板单向拉伸与面内剪切下的三维应力分析.应用数学与力学,1994,15:95~103.
- [8] He K, Ganesan R, Hoa S V. Modified shear-lag model for analysis of a composite laminate with drop-off plies. Composites Science and Technology, 2003, 63: 1453~1462.
- [9] 沈惠申.复合材料层合厚板后屈曲.上海交通大学学报,1998,32:78~83.
- [10] 陈桂林,等.气动弹性设计基础.北京:北京航空航天大学出版社,2004.
- [11] Bisplinghoff R L. Aeroelasticity. Massachusetts: Addison-Wesley, 1955.
- [12] Pendleton E. A flight research program for active aeroelastic wing technology. AIAA 96-1574-CP, 1996.
- [13] Huttner F, Grosspietsch M. Solving very large-scale structural optimization problem. AIAA 2007-45-11, 2007.
- [14] Zhang W H, Fleury C. A modification of convex approximation methods for structural optimization. Computer and Structures, 1997, 64: 89~95.
- [15] Bruyneel M. A general and effective approach for the optimal design of fiber reinforced composite structures. Composites Science and Technology, 2006, 66: 1303~1314.

第一篇 复合材料结构分析

第1章 复合材料力学性能分析

复合材料因其特殊的结构形式和力学特性,在航空航天等领域得到了广泛的应用。复合材料属于各向异性材料,与传统金属材料在力学性能分析方面有很大不同,同时复合材料的多组分结构特征造成了在结构分析方面的复杂性^[1]。本章简单介绍了在复合材料的工程分析中经常会用到的一些力学知识。

1.1 复合材料的应力-应变关系

1.1.1 一般各向异性材料的应力-应变关系

图1.1显示的是一个材料积分点在直角坐标系中的应力状态,垂直于作用面的应力分量为正应力,平行于作用面的应力分量为剪应力。应力符号的双下标中,第一个下标表示作用面的外法线方向,第二个下标表示应力分量的方向。其中六个剪应力满足剪应力互等定理, $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$,所以独立的应力分量有六个,分别为 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 σ_{yz} 、 σ_{zx} 、 σ_{xy} 。

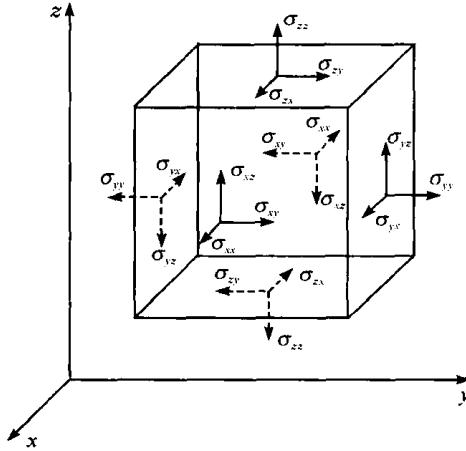


图1.1 各向异性体上一点的应力状态

广义胡克定律反映了各向异性弹性体中的应力与应变的线性关系,构成各向异性弹性力学的本构方程。在小变形的情况下,对于均匀弹性体,应变-应力关系用广义胡克定律可以表示为^[2]