

□ 应用统计学丛书

Structural Equation Modeling:
A Bayesian Approach

结构方程模型：
贝叶斯方法

李锡钦 著
蔡敬衡 潘俊豪 周影辉 译



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

Structural Equation Modeling:
A Bayesian Approach

结构方程模型： 贝叶斯方法

李锡钦 著
蔡敬衡 潘俊豪 周影辉 译

JIEGOU FANGCHENG MOXING

图字：01 - 2010 - 3257 号

Structural Equation Modeling: A Bayesian Approach

by Sik-Yum Lee

Copyright © 2007 by John Wiley & Sons Limited.

All Rights Reserved. Authorized translation from the English language edition published by John Wiley & Sons Limited. Responsibility for the accuracy of the translation rests solely with Higher Education Press and is not the responsibility of John Wiley & Sons Limited. No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of the original copyright holder, John Wiley & Sons Limited.

图书在版编目(CIP)数据

结构方程模型：贝叶斯方法 / 李锡钦著；蔡敬衡，潘俊豪，周影辉译。—北京：高等教育出版社，2011.8

书名原文：Structural Equation Modeling: A Bayesian Approach

ISBN 978 - 7 - 04 - 031968 - 2

I . ①结… II . ①李… ②蔡… ③潘… ④周… III . ①贝叶斯方法
IV . ①O212.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 126022 号

策划编辑 赵天夫 责任编辑 李华英 封面设计 王凌波

责任校对 殷然 责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 涿州市京南印刷厂
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16
印 张 25.25
字 数 500 千字
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2011 年 8 月第 1 版
印 次 2011 年 8 月第 1 次印刷
定 价 79.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物 料 号 31968 - 00

译者序

结构方程模型是研究可观测变量与潜在变量，以及潜在变量之间关系的重要工具。由于在应用科学的研究中经常需要处理潜在变量，因此结构方程模型在近几十年发展非常迅速，并广泛地应用于行为学、教育学、医学等实践性较强的科学的研究中。在最近的十年内，结构方程模型取得了突破性的发展，模型框架不断拓宽，模型除了能够处理常见的连续数据，还能处理有序分类数据、缺失数据、异质数据、分层数据等复杂的数据类型。得益于统计计算方法的发展，基于马尔可夫链蒙特卡罗 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 方法的贝叶斯分析也进入到结构方程的领域。然而，国内很少专著或教材介绍关于结构方程模型新的发展及其分析方法。香港中文大学统计系李锡钦讲座教授的专著《Structural Equation Modeling: A Bayesian Approach》不仅全面地介绍了结构方程模型的各种推广，而且详细地阐述了分析模型的贝叶斯方法，包括如何实现 Gibbs 抽样、Metropolis-Hastings 算法、如何推导所需的条件分布等。另外还介绍了著名的免费贝叶斯分析软件 WinBUGS 在结构方程模型分析中的应用。该专著内容丰富，同时兼顾理论与实践。书中包含了大量的实际例子，涵盖行为学、教育学和医学等学科，读者可以从中体会到结构方程模型广泛的应用能力。该专著不仅是有关结构方程模型的优秀读物，也是学习贝叶斯方法，以及学习使用 WinBUGS 软件的重要参考书。该专著在 2007 年由 Wiley 出版社出版以来得到了国内外从事结构方程模型的理论研究者和实际应用者的高度评价，并且在 2008 年获得 Ziegel 奖项。因此，我们希望本书的中译本能够弥补国内没有介绍结构方程模型新发展专著的不足，也希望该书的出版能为国内结构方程模型的理论研究者和

实际应用者提供参考以及新的研究思路，掀起研究结构方程模型的热潮，把结构方程模型应用到更多的学科领域中，以促进该方法的普及和应用。

本书的翻译工作是集体协作的结晶，其中蔡敬衡负责第 2, 6, 7, 8, 13 章，潘俊豪负责第 3, 9, 10, 11, 14 章，周影辉负责第 1, 4, 5, 12 章。蔡敬衡负责全书的统稿以及组织协调工作，并和潘俊豪一起负责校对工作。在本书的翻译过程中译者得到很多的热情帮助。在此，要特别感谢我们的两位博士生导师：原书作者李锡钦教授以及香港中文大学统计系宋心远副教授，感谢他们把我们带进精彩的结构方程领域，并且对本书翻译工作的关心和支持！衷心地感谢高等教育出版社对我们的信任，让我们有翻译这本优秀著作的机会。感谢高等教育出版社的编辑们对本译著的出版所付出的辛勤劳动，特别感谢赵天夫编辑和李华英编辑在整个翻译过程中给予我们的支持以及帮助！最后要感谢家人对我们工作的理解和支持。

由于受译者水平所限，对此学术前沿专著的理解和翻译难免有不当之处，敬请同行专家、学者以及广大读者给予批评指正。

蔡敬衡 潘俊豪 周影辉
2011 年 2 月于中山大学康乐园

作者简介

李锡钦 (Sik-Yum Lee) 为香港中文大学 (The Chinese University of Hong Kong) 统计系讲座教授。李教授毕业于美国加州大学洛杉矶分校 (University of California, Los Angeles, USA), 获生物统计博士学位。他曾获泛华统计协会 (International Chinese Statistical Association) 颁发的杰出服务奖, 早期曾担任香港统计协会 (Hong Kong Statistical Society) 主席, 并获选为国际统计协会 (International Statistical Institute) 会员和美国统计协会 (American Statistical Association) 院士。李教授是学术期刊《Psychometrika》和《Computational Statistics and Data Analysis》的副主编, 《British Journal of Mathematical and Statistical Psychology》、《Structural Equation Modeling》和《中华医药杂志》编辑委员会成员。其研究兴趣为结构方程模型、潜在变量模型、贝叶斯方法以及统计诊断。他是《Handbook on Structural Equation Models》一书的主编, 并且发表超过 140 篇学术论文。

序言

实际研究通常包括可观测变量和潜在变量。可观测变量可以通过单一测量工具测量，例如收入或血压的收缩压。潜在变量不可以直接测量。一个潜在变量通常是通过几个可观测变量衡量它的特性。在行为学、生物学、教育学、医学、心理学和社会科学中都很容易找到潜在变量的例子。例如在医学中，肥胖是一个由体质、腰围和臀围衡量的潜在变量；脂肪是一个由高密度脂蛋白、低密度脂蛋白和甘油三酸酯衡量的潜在变量；血压是一个由收缩压和舒张压衡量的潜在变量。结构方程模型 (Structural Equation Models, SEMs) 基本上是关于可观测变量和潜在变量的回归模型。例如，有影响力的 LISREL 模型由两个简单的回归方程构成：联系可观测变量和潜在变量的测量方程，联系内生潜在变量与其他潜在变量的结构方程。归功于众多心理学家的贡献，包括但不限于 Karl Jöreskog 和 Peter Bentler，以及他们的 LISREL 和 EQS6 程序，在过去的四分之一世纪，结构方程模型不仅在行为学、教育学、社会科学，还在生物学和医学中得到广泛的应用。

Bollen (1989) 这本优秀的关于标准结构方程模型的书出版已经超过 15 年。尽管标准结构方程模型的使用非常广泛，而且非线性结构方程模型、两水平结构方程模型、混合结构方程模型，还有处理更复杂数据结构——例如二分有序变量、有序分类变量、二分无序变量、缺失数据——的结构方程模型这些新的模型发展迅速，但是此领域的参考书或教材很少，而且上述提到的发展很少应用到实际研究中。这种意料之外的现象成为撰写本书的动机：为各个学科的研究人员提供一本参考书，为统计学、生物统计学和心理学的研究生提供一本教材。

我的主要目的是介绍贝叶斯方法以建立分析结构方程模型的有效和严谨的统计方法，并且把这些方法应用到实际问题中。鉴于潜在变量的重要性以及回归模型的普遍性，我希望借助本书提升结构方程模型的地位，使它成为统计学、心理学的主流，并且能够促进更多的应用。

本书的主题是结构方程模型的贝叶斯分析。第 1 章给出简单的介绍。第 2 章简单讨论了若干标准模型。第 3 章介绍模型协方差结构分析中传统的极大似然法 (Maximum Likelihood, ML) 和广义最小二乘法 (Generalized Least Square, GLS) 的基本渐近理论。介绍这些非贝叶斯方法的内容的理由是提供与大多数商业软件给出的统计结果相关的严谨技术背景。例如，我会介绍估计相合性和渐近正态性的详细证明，以及拟合优度检验统计量的渐近卡方分布。据我所知，现有的结构方程模型书籍并没有包括这些技术内容。第 4 章详细地介绍贝叶斯估计。第 5 章通过贝叶斯因子进行贝叶斯模型比较。此核心的两章介绍的内容可以应用到标准结构方程模型以及标准结构方程模型的推广模型中。第 6 章至第 13 章介绍含有有序分类变量的结构方程模型、含二分有序变量的结构方程模型、非线性结构方程模型、两水平非线性结构方程模型、多组结构方程模型、混合结构方程模型、含缺失值的结构方程模型、含指数分布族的结构方程模型中贝叶斯方法的应用。通过分析各领域的实际数据例子演示贝叶斯方法，这些分析是由我们量身定做的程序或者标准软件 WinBUGS 进行。每章的内容都是独立的。然而，为了一般性以及增强应用性，某些章节讨论了这些模型的组合。这些章节的内容会依赖之前章节的内容。

阅读本书需要预先了解统计学基本概念。特别地，条件分布的概念对了解后验分布以及基于抽样的计算方法的核心概念是必需的。本书并不要求读者预先具有因子分析或结构方程模型的知识，但是这些知识会加强对贝叶斯方法的理解。阅读第 3 章需要了解依概率收敛和依分布收敛的基本知识。然而，其他章节与第 3 章完全独立。对传统极大似然法和广义最小二乘法的渐近理论没有兴趣的读者可以跳过第 3 章。我非常高兴能够通过我的电子邮箱 sylee@sta.cuhk.edu.hk 收到关于本书的任何意见。

我非常感谢以下机构以及个人提供他们的数据集，包括：世界价值观研究组织，世界价值观研究项目 (World Value Study Group, World Values Survey, 1981—1984 and 1990—1993) 允许我使用美国密歇根大学校际政治及社会研究联盟 (Interuniversity Consortium for Political and Social Research, ICPSR) 数据集；香港中文大学的教育学院和香港教育研究所提供学校素质教育跃进 (Accelerated Schools for Quality Education, ASQE) 项目的数据集；陈重娥 (Juliana C. N. Chan) 提供病人不遵从性 (Patients' Non-adherence) 数据集；D. E. Morisky, J. A. Stein 和他们的同事提供艾滋病 (AIDS) 数据集。我非常感谢英国医学研究

理事会生物统计研究所 (英国剑桥), 伦敦帝国学院圣玛丽医学院的流行病学和公共健康系 (英国伦敦) 提供了强大的 WinBUGS 软件. 没有上述机构和个人的慷慨帮助, 这本书可能不会存在. 香港特别行政区研究资助局和香港中文大学为我的研究和撰写本书提供了资金支持.

本书的出版得到很多人的帮助. 在此我很高兴地向他们一一致谢, 感谢他们为本书 —— 也是我在结构方程模型的大部分工作 —— 的诞生所提供的帮助和影响. 我的导师 R. I. Jennrich 教导我计算方法并且以他对学术严谨的态度深深地激励我. P. M. Bentler 把我引领到结构方程模型这个精彩的领域; 他对我在此领域的早期研究有着深远的影响. 我很高兴能够与香港中文大学统计系的同事共事. 特别地, 潘伟贤 (W. Y. Poon) 在研究和行政工作上给予我无私的帮助; 王永雄 (W. H. Wong) 在统计系逗留的三年时间内向我介绍数据增广和马尔可夫链蒙特卡罗方法的思想; 宋心远 (X. Y. Song) 对很多章节提供了有建设性的建议并且编写了分析模拟例子和实际例子的所有程序. 我很幸运能有很多出色的学生和研究助理: 王树佳 (S. J. Wang)、史建清 (J. Q. Shi)、张文扬 (W. Zhang)、朱宏图 (H. T. Zhu)、宋心远 (X. Y. Song)、傅珏生 (J. S. Fu)、徐亮 (L. Xu)、卢斌 (B. Lu)、夏业茂 (Y. M. Xia)、唐年胜 (N. S. Tang)、李勇 (Y. Li)、陈飞 (F. Chen)、蔡敬衡 (J. H. Cai)、潘俊豪 (J. H. Pan)、周影辉 (Y. H. Zhou). 他们当中大部分人阅读了本书的初稿并且提出有用的建议. 大部分 WinBUGS 的结果是由卢斌 (B. Lu) 得到. 很多人解决了文字输入和画路径图这项烦琐的工作, 我在此要感谢梁敬康 (K. H. Leung) 和谭丽端 (E. L. S. Tam), 感谢他们的出色工作以及他们对我手写体的耐性. 我非常感谢 Jonh Wiley 编辑部的人员, 特别是 Kelly Board, Lucy Bryan, Wendy Hunter, Simon Lightfoot, Kathryn Sharples, Vidya Vijayan 和他们的设计团队对我工作的不断帮助、鼓励和支持. 最后并且最重要, 我深深地感谢 Mable Lee 和 Timothy Lee 对我一如既往的理解、支持、鼓励和爱, 这使我能够从可观测变量和潜在变量的压力中得到释放.

李锡钦 (SIK-YUM LEE)

香港中文大学统计系

香港沙田

目录

译者序

作者简介

序言

第 1 章 引言	1
1.1 标准的结构方程模型	1
1.2 协方差结构分析	2
1.3 为何需要一本新书?	3
1.4 本书的目的	4
1.5 数据集和记号	5
附录 1.1	6
参考文献	9
第 2 章 基本结构方程模型	13
2.1 引言	13
2.2 探索性因子分析	15
2.3 验证性因子分析模型与高阶因子分析模型	17

2.4 LISREL 模型	20
2.5 Bentler-Weeks 模型	23
2.6 讨论	24
参考文献	25
第 3 章 协方差结构分析	27
3.1 引言	27
3.2 定义、记号以及初步结果	28
3.3 协方差结构的广义最小二乘分析	31
3.4 协方差结构的极大似然分析	35
3.5 渐近分布自由方法	37
3.6 迭代过程	39
附录 3.1 矩阵微分	45
附录 3.2 概率论中的若干基础结果	48
附录 3.3 若干结果的证明	49
参考文献	54
第 4 章 结构方程模型的贝叶斯估计	57
4.1 引言	57
4.2 结构方程模型贝叶斯分析的基本原理和概念	59
4.3 验证性因子分析模型的贝叶斯估计	69
4.4 标准结构方程模型的贝叶斯估计	81
4.5 通过 WinBUGS 进行贝叶斯估计	83
附录 4.1 Metropolis-Hastings 算法	90
附录 4.2 EPSR 值	90
附录 4.3 条件分布的推导	91
参考文献	92
第 5 章 模型比较和模型检验	97
5.1 引言	97
5.2 贝叶斯因子	99
5.3 路径抽样	101
5.4 应用: 含协变量的结构方程模型的贝叶斯分析	104
5.5 其他方法	111

5.6 讨论	113
附录 5.1 (5.10) 式的另一个证明	115
附录 5.2 从 $[\theta, \Omega \mathbf{Y}, t]$ 中抽样所需的条件分布	115
附录 5.3 用于模型评价的后验预测 p 值	118
参考文献	119
第 6 章 含连续和有序分类变量的结构方程模型	123
6.1 引言	123
6.2 基本模型	125
6.3 贝叶斯估计和拟合优度检验	127
6.4 贝叶斯模型比较	137
6.5 应用 1: 探索性因子分析因子数目的贝叶斯选择	139
6.6 应用 2: 生活质量数据集的贝叶斯分析	144
参考文献	152
第 7 章 含二分有序变量的结构方程模型	155
7.1 引言	155
7.2 贝叶斯分析	156
7.3 多元 Probit 验证性因子分析模型分析	164
7.4 讨论	168
附录 7.1 与可观测变量相关的问题	169
参考文献	169
第 8 章 非线性结构方程模型	171
8.1 引言	171
8.2 非线性结构方程模型的贝叶斯分析	173
8.3 含混合连续和有序分类变量的非线性结构方程模型的贝叶斯分析	189
8.4 含非线性协变量和潜在变量的结构方程模型的贝叶斯分析	193
8.5 贝叶斯模型比较	204
参考文献	209
第 9 章 两水平非线性结构方程模型	213
9.1 引言	213

9.2 含混合类型变量的两水平非线性结构方程模型	214
9.3 贝叶斯估计	217
9.4 拟合优度和模型比较	224
9.5 应用实例: 菲律宾性工作者研究	226
9.6 含跨水平效应的两水平非线性结构方程模型	233
9.7 两水平非线性结构方程的 WinBUGS 分析	241
附录 9.1 条件分布: 两水平非线性结构方程模型	244
附录 9.2 MH 算法: 两水平非线性结构方程模型	247
附录 9.3 含混合连续和有序分类变量的两水平非线性结构方程模型 后验预测 p 值的计算	249
附录 9.4 与可观测变量相关的问题	249
附录 9.5 条件分布: 含跨水平效应的结构方程模型	250
附录 9.6 MH 算法: 含跨水平效应的结构方程模型	252
参考文献	253
第 10 章 结构方程模型的多组分析	257
10.1 引言	257
10.2 多组非线性结构方程模型	258
10.3 多组非线性结构方程模型的贝叶斯分析	260
10.4 数值方法实例	264
参考文献	277
第 11 章 有限混合结构方程模型	279
11.1 引言	279
11.2 有限混合结构方程模型	281
11.3 贝叶斯估计和分类	282
11.4 例子和模拟研究	288
11.5 混合结构方程模型的贝叶斯模型比较	301
附录 11.1 排列抽样	307
附录 11.2 寻找识别约束	307
参考文献	308
第 12 章 含缺失数据的结构方程模型	311
12.1 引言	311

12.2 含随机缺失数据的结构方程模型的一般性框架	312
12.3 含连续和有序分类变量以及缺失数据的非线性结构方程模型	315
12.4 含缺失数据的混合结构方程模型	324
12.5 含不可忽略缺失数据的非线性结构方程模型	329
12.6 通过 WinBUGS 分析含缺失数据的结构方程模型	339
附录 12.1 MH 算法的实现	342
参考文献	342
第 13 章 含指数分布族的结构方程模型	345
13.1 引言	345
13.2 含指数分布族的结构方程模型	346
13.3 贝叶斯方法	349
13.4 模拟研究	353
13.5 实例: 病人遵从性研究	355
13.6 利用 WinBUGS 对模拟数据进行贝叶斯分析	360
13.7 讨论	365
附录 13.1 MH 算法的实现	367
附录 13.2	368
参考文献	369
第 14 章 总结	371
参考文献	374
索引	377

第 1 章 引言

1.1 标准的结构方程模型

在行为学、教育学、医学和社会学中的实际理论通常包含了两类变量：可观测变量和潜在变量。可观测变量是能直接测量的变量，例如收入、测验成绩、血压的收缩压和舒张压、体重或心率等。所有的测量记录都是从可观测数据得到。很多时候，研究者都必须处理潜在变量，而这类变量不能通过单一的可观测变量直接测量。例如智力、人格、数理能力、焦虑、购买行为、血压和健康状况。实际上，潜在变量的特征能够通过若干可观测变量的线性组合来部分测量。例如，中学生的数理能力可以通过他们数学、物理和化学的测试成绩反映；病人的血压可以通过收缩压和舒张压测量。多数的实际研究的重点是建立一个合适的模型来评价一系列关于潜在变量和可观测变量对其他变量影响的多重假设，并考虑测量误差。结构方程模型 (Structural Equation Models, SEMs) 是公认的应用于上述目的最重要的统计方法。结构方程模型可以应用于许多领域。例如，它可应用于市场研究，以确定供给和需求，以及顾客的态度和行为之间的相互关系；可应用于环境科学，以研究健康如何受到空气和水污染的影响；可应用于教育学，以测量智力发展，以及它与人格和学习环境的关系；还可应用于分析生活质量数据，或应用于评估医生对病人的关注度，社会影响以及认知对病人医嘱遵从性的作用。

标准的结构方程模型，特别是 LISREL 模型 (Jöreskog 和 Sörbom, 1996)，是由两部分组成。第一部分是一个验证性因子分析模型，用于联系潜在变量与对

应的可观测变量(外显指标),并考虑测量误差.这一部分可以看作一个回归模型,由可观测变量对数目较少的潜在变量作回归.第二部分仍然是一个回归类型的结构方程,由内生潜在变量(潜在因变量)对若干内生和外生潜在变量(潜在自变量)的线性项作回归.因为潜在变量是随机变量,所以不能直接使用基于原始数据的普通回归技术进行分析.然而,从概念上说,结构方程模型是由熟悉的回归类型的模型组成,因此它们可以容易地应用于实际.

1.2 协方差结构分析

对标准的结构方程模型而言,可观测随机变量 y 的协方差矩阵包含了模型中所有的未知参数.因此,传统的分析标准结构方程模型的方法主要关注样本协方差矩阵 S ,而不是每个个体的原始随机向量 y_i .这涉及建立关于 $\Sigma(\theta)$ 的公式,它是未知参数向量 θ 的一个矩阵函数; θ 的估计是通过最小化(或最大化)测量 S 和 $\Sigma(\theta)$ 之间差距的目标函数而得到,例如极大似然(Maximum Likelihood, ML)函数或广义最小二乘(Generalized Least Square, GLS)函数;而且传统分析还涉及推导用于评估 $\Sigma(\theta)$ 与 S 是否吻合的渐近拟合优度统计量.因为这种分析强调的是总体协方差矩阵和样本协方差矩阵,所以经常被称为协方差结构分析.现在已经开发了很多基于含样本协方差矩阵的协方差结构分析方法,以及用户界面友好的结构方程模型软件.典型的软件有LISREL, EQS6和AMOS.协方差结构分析方法十分依赖于 S 的渐近正态性,这一点在定义目标函数或推导统计推断的渐近性质时得到体现.当可观测随机向量 y_i 的分布是多元正态分布以及样本量足够大时, S 的渐近分布能准确地逼近多元正态分布,因此这种方法会得到好的结果.然而,在实际研究中经常遇到的稍微复杂的情况下,基于 S 的协方差结构分析方法并不有效,而且可能会遇到理论和计算上的问题.

在行为学、社会学和心理学中,估计结构方程中潜在变量之间的非线性项(特别是交互项)是公认的重要课题(参看Kenny和Judd, 1984; Bagozzi, Baumgartner和Yi, 1992).由于潜在变量非线性项的存在,内生潜在变量和相应 y_i 中的可观测变量不再是正态分布.因此,原始样本数据的样本协方差矩阵不适用于为该非线性关系建模.外显指标乘积法(Jöreskog和Yang, 1996; Marsh, Wen和Han, 2004)人为地为 y_i 添加外显指标的乘积,并使用扩大的可观测随机向量的样本协方差矩阵进行分析.但这并不能提供解决该问题的满意答案(参看Lee, Song和Poon, 2004).对于二分有序或有序分类数据,并不能使用原始样本数据的样本协方差矩阵进行分析.LISREL或EQS中的多阶段估计过程会给出优化程度比精确的极大似然估计要差的估计,该过程并不适用于分析潜在变量的非线性项.对于缺失数据中一些只含有少量观测值的缺失模式,协方差结构分析方

法也会遇到严重的困难, 因为对应于这些模式的样本协方差矩阵可能会是奇异矩阵。当数据集中含有大量的缺失模式, 或缺失数据含有不可忽略的缺失机制时, 困难的程度会进一步加剧。对于分层数据, 个体观测值之间是相关的; 这会导致带样本协方差矩阵的协方差结构分析出现问题。

考虑到上述的讨论, 显然可见, 虽然对正态假设之下的标准结构方程模型, 基于样本协方差矩阵的协方差结构分析方法运作良好, 但是该方法并不适用于实际研究中经常遇到的更复杂的模型或数据结构。为了建立复杂情况下合理的统计方法, 有必要建立更好的基于个体观测值的基本模型, 而不是基于样本协方差矩阵的统计方法。

1.3 为何需要一本新书?

在过去几年, 结构方程模型的发展非常迅速。在实际研究中已经建立起能够更好地分析更复杂的数据结构的新模型和新统计方法。它们包括但并不局限于: (i) 含二分有序或有序分类数据的结构方程模型 (Shi 和 Lee, 1998, 2000; Moustaki, 2003; Rabe-Hesketh, Skrondal 和 Pickles, 2004; 等等); (ii) 非线性结构方程模型 (Kenny 和 Judd, 1984; Klein 和 Moosbrugger, 2000; Lee 和 Song, 2003a; Wall 和 Ameniya, 2000; 等等); (iii) 含协变量的线性或非线性结构方程模型 (Lee 和 Shi, 2000; Moustaki, 2003; Song 和 Lee, 2006; 等等); (iv) 两水平或多水平结构方程模型 (Lee 和 Shi, 2001; Ansari 和 Jedidi, 2000; Rabe-Hesketh, Skrondal 和 Pickles, 2004; Song 和 Lee, 2004; 等等); (v) 多组结构方程模型 (Song 和 Lee, 2001, 2002b); (vi) 混合结构方程模型 (Jedidi, Jagpal 和 DeSarbo, 1997; Arminger, Stein 和 Wittenberg, 1999; Dolan 和 van der Maas, 1998; Zhu 和 Lee, 2001; Lee 和 Song, 2003b; 等等); (vii) 含可忽略缺失数据或不可忽略缺失数据的结构方程模型 (Jamshidian 和 Bentler, 1999; Song 和 Lee, 2002a; Lee 和 Song, 2004a; Lee 和 Tang, 2006a; Song 和 Lee, 2007; 等等); (viii) 含指数分布族变量的结构方程模型 (Wedel 和 Kamakura, 2001; Rabe-Hesketh, Skrondal 和 Pickles, 2004; Lee 和 Tang, 2007; Song 和 Lee, 2007; 等等)。上述文章不仅提供了理论结果, 还具有显著的实用价值。例如, 实际中会经常遇到含缺失值的有序分类数据, 分层数据或异构数据、因此建立能够处理这些实际情况的合理的统计方法是有用的。

所有现有的结构方程模型的商业软件主要目的是分析正态分布假设下标准的结构方程模型。它们并不能有效和高效地分析上述提到的更复杂的模型或数据结构。当前, 关于结构方程模型的参考书或教材数量有限。而且, 所有现有的书籍, 例如 Bollen (1989), 强调的是标准的结构方程模型, 重点在于协方差分析