

高等学校工科力学系列教材

# MECHANICS OF MATERIALS

第二版

# 材料力学

秦世伦 主编



四川大学出版社

高等学校工科力学系列教材

MECHANICS  
OF MATERIALS

材料力学

主编 秦世伦

第二版

编委 石秋英 徐双武 李亚兰 秦世伦

四川大学出版社



责任编辑:周树琴  
责任校对:张 阅  
封面设计:罗 光  
责任印制:李 平

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 秦世伦主编. —2 版. —成都: 四川大学出版社, 2011. 7  
ISBN 978-7-5614-5353-7

I. ①材… II. ①秦… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 131696 号

### 书名 材料力学 (第二版)

---

主 编 秦世伦  
出 版 四川大学出版社  
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)  
发 行 四川大学出版社  
书 号 ISBN 978-7-5614-5353-7  
印 刷 郫县犀浦印刷厂  
成品尺寸 185 mm×260 mm  
印 张 28.25  
字 数 664 千字  
版 次 2011 年 7 月第 2 版 ·  
印 次 2011 年 7 月第 1 次印刷  
印 数 0 001~2 000 册  
定 价 47.00 元

---

◆ 读者邮购本书,请与本社发行科联系。电 话:85408408/85401670/  
85408023 邮政编码:610065  
◆ 本社图书如有印装质量问题,请寄回出版社调换。

版权所有◆侵权必究

◆ 网址: www. scupress. com. cn

## 第一版前言

这部教材是四川省精品课程“工程力学”的建设项目之一，也是适应于把四川大学建设为研究型大学、把学生培养成高素质的复合型人才这一目标而编写的。

“材料力学”课程的传统定位是“技术基础课”，为了适应学校的总体目标，我们倾向于把课程重新定位于“应用科学基础课”。在课程目标方面，把培养学生的创新精神和科学素质作为课程改革的出发点，并把“材料力学，我们身边的科学”作为课程的基本理念；在课程内容和体系方面，在强调课程的应用性的同时，把课程的基础性放到重要位置。

为了实现上述设想，这部教材在以下几方面做出了努力：

(1) 重视学生对知识的积累、发展和创新过程的体验和理解。对于基本概念、基本原理和基本方法的引入、证明和应用，不仅讲“怎么做”，而且讲“为什么要这么做”，还要引导学生思考“怎么会想到要这样做”。同时辅之以图形，引导学生的思维从形象到逻辑，从具体到抽象的转化。让学生从知识的琢磨、讨论和研究的过程中领悟知识的发展和创新，从而培养学生的创新精神和能力。

(2) 重视方法论的启迪。教材中将力学分析、物理分析和几何分析贯穿始终，强化分析问题的总体思路分析，增加了对一些例题结果的评估和延伸。努力提高学生在总体上把握力学问题的能力。

(3) 重视知识的综合应用，有意识地加大了对综合问题分析的力度和深度。

在内容的编写方面也有较大的改进。在“固体力学基本概念的初步知识”、“梁的弯曲变形”、“应力与应变分析”、“压杆稳定”等章节与国内同类教材相比有明显的变化，出现了一些新的提法。这些变化一方面来源于对国外教材的借鉴，一方面也来源于编者对于若干问题的研究体会。

本教材重视对学生认知规律的研究、适应和利用。内容的安排方面力求深度适宜，难点分散，在循序渐进的同时适当增大梯度；语言叙述方面力求在准确的同时做到流畅通俗，易于理解和自学。尽管这部教材是新的，但其体系、内容和方法在近几年的教学实践中已经得到了体现，并已取得了较好的效果。因此，本教材应该说是近几年教学改革及实践的一个反映和总结。

本书的另一个特点，就是提供了大量的思考题和习题，思考题和习题总量达 900 余

个，是国内同类教材习题量的 2 倍以上。这一方面是让学生有充分思考和练习的机会，另一方面也为教师因材施教提供了一个平台。对于部分较深入内容的拓展就是以习题的形式出现的。习题按难易程度分为 A、B 两组。习题和思考题充分注意了多样性与新颖性。其中有许多非工业工程类的题目，这是为了强调课程的基本理念而设置的；还有一些新型的研究型题目，供学有余力的学生进一步钻研。部分经典性的题目广泛采集于已经出版的教材。在此向这些教材的作者们致谢，并因不可能逐一查找起源而请求原谅。本书中许多新型的题目则是编者原创的。

本书的内容是根据教育部“工科基础力学教学指导委员会”所制定的“材料力学”教学大纲的要求安排的。书中带“\*”的章节可以根据情况选讲，跳过这些章节不会影响到后续的内容。根据我们的教学经验，若不讲带“\*”的章节，约需 64 学时；若讲授全部内容，则需约 96 学时；因此本书广泛适用于各类学时要求。与本书配套的电子教案已在前两年由清华大学出版社出版。

除了主编之外，参加本书部分编写工作的还有石秋英、徐双武、李亚兰等老师，全书由主编定稿。由于我们的水平和经验的限制，也由于教学改革是一个不断探索和创新的过程，因此恳请有关专家、同行，以及使用本书的同学们提出批评、指正和建议。编者的电邮地址是 [qinshilun@tom.com](mailto:qinshilun@tom.com)。

编者  
于四川大学

## 第二版前言

本教材自 2008 年初版之后已使用了五个学期。在此期间，四川大学的“工程力学”被评为国家级精品课程，本教材是精品课程申报过程中最重要的支撑材料之一。

本次修订秉承了初版的主要理念，力图使本门课程在培养学生的科学素养和综合素质方面做出贡献。近年来编者在研讨型教学方面进行了一些探索性的工作，努力使学生更充分地发挥学习过程中的主体和能动作用。这些工作为本次修订奠定了基础。

这次修订中，教学内容的主要框架不变。为了更方便地实施教学内容的模块化，对部分章节内容进行了调整和删改。本次修订也同时更正了初版中出现的错误。

为了向读者提供练习和提高的平台，本教材给出了数量较多的思考题和练习题，这是本书的特色之一。这次修订中，对思考题和练习题进行了调整、更换和补充。在加强建模能力训练、定量与定性分析相结合、多种思维方式训练等方面做出了更多的尝试。

本教材的出版得到了北京工业大学隋允康教授和中国矿业大学董正筑教授的热情鼓励。两位教授仔细地审阅了全书并提出了详尽的修改意见，本次修订已体现了他们的意见。在此，编者对两位教授表示诚挚的感谢。

本教材的出版得到了四川大学出版社相关领导和周树琴老师的大力支持和协助，在此也表示衷心的感谢。

一部好的教材一定是在教学实践中不断检验，并反复修改锤炼而成的。因此，编者热切地希望使用本书的教师和同学能够提出批评和建议，以期这部教材的质量能够不断得到提高。

编者

2011 年于四川大学

# 目 录

<b>第 1 章 绪论 .....</b>	(1)
1.1 材料力学的主要内容 .....	(1)
1.2 材料力学的基本假定 .....	(3)
1.2.1 关于材料性质的假定 .....	(3)
1.2.2 关于构件变形的假定 .....	(4)
1.3 杆件及其基本变形形式 .....	(5)
1.4 材料力学的研究方法 .....	(6)
<b>第 2 章 杆件的内力 .....</b>	(9)
2.1 内力的定义及其符号规定 .....	(9)
2.2 内力方程与内力图 .....	(12)
2.3 梁的平衡微分方程及其应用 .....	(17)
2.3.1 梁的平衡微分方程 .....	(17)
2.3.2 梁承受集中荷载的情况 .....	(19)
2.3.3 根据外荷载画剪力弯矩图 .....	(20)
2.3.4 弯矩的峰值 .....	(23)
2.4 简单刚架的内力图 .....	(25)
2.5 用奇异函数求弯矩方程* .....	(27)
思考题 2 .....	(32)
习题 2(A) .....	(34)
习题 2(B) .....	(41)
<b>第 3 章 固体力学中的基本概念 .....</b>	(44)
3.1 应力的基本概念 .....	(44)
3.1.1 应力矢量的一般概念 .....	(44)
3.1.2 切应力互等定理 .....	(48)
3.2 应变的基本概念 .....	(49)
3.3 材料的力学性能 .....	(51)

3.3.1 材料的力学性能的方向性 .....	(51)
3.3.2 材料的变形能力 .....	(52)
3.3.3 材料力学性能中的时间效应 .....	(55)
3.4 材料的简单本构模型 .....	(56)
3.4.1 线弹性体 .....	(57)
3.4.2 弹塑性体* .....	(58)
3.4.3 粘弹性体* .....	(59)
3.5 材料的破坏及构件的失效 .....	(60)
3.5.1 构件的强度、刚度和稳定性条件 .....	(60)
3.5.2 构件的疲劳简介 .....	(62)
思考题 3 .....	(64)
习题 3(A) .....	(66)
习题 3(B) .....	(68)
<b>第 4 章 杆件的拉伸与压缩 .....</b>	<b>(70)</b>
4.1 杆件拉伸和压缩的应力 .....	(70)
4.1.1 横截面上的应力 .....	(70)
4.1.2 斜截面上的应力 .....	(74)
4.2 拉伸和压缩的变形 .....	(75)
4.2.1 拉压杆的变形 .....	(75)
4.2.2 简单桁架的结点位移 .....	(77)
4.3 拉压超静定问题 .....	(79)
4.3.1 拉压超静定问题及其求解方法 .....	(79)
4.3.2 装配应力 .....	(83)
4.3.3 热应力 .....	(85)
4.4 塑性结构的极限荷载* .....	(86)
4.5 连接件中应力的实用计算 .....	(88)
思考题 4 .....	(91)
习题 4(A) .....	(93)
习题 4(B) .....	(100)
<b>第 5 章 轴的扭转 .....</b>	<b>(104)</b>
5.1 圆轴扭转的应力 .....	(104)

---

5.2 圆轴扭转的变形 .....	(109)
5.3 扭转超静定问题 .....	(111)
5.4 圆轴扭转的极限荷载* .....	(113)
5.5 矩形截面轴的扭转 .....	(115)
5.6 薄壁件的自由扭转* .....	(117)
5.6.1 开口薄壁杆件的扭转 .....	(118)
5.6.2 闭口薄壁杆件的扭转 .....	(119)
思考题 5 .....	(121)
习题 5(A) .....	(122)
习题 5(B) .....	(127)
<b>第 6 章 梁的弯曲应力 .....</b>	<b>(130)</b>
6.1 梁的弯曲正应力 .....	(131)
6.1.1 梁横截面上的正应力公式 .....	(131)
6.1.2 梁的最大弯曲正应力 .....	(134)
6.2 梁的弯曲切应力 .....	(138)
6.3 梁的强度设计 .....	(145)
6.4 梁弯曲的极限荷载* .....	(148)
6.5 薄壁杆件的弯曲* .....	(151)
6.5.1 薄壁杆件的弯曲切应力 .....	(151)
6.5.2 弯曲中心 .....	(155)
6.6 组合变形的应力分析 .....	(157)
6.6.1 拉(压)弯组合 .....	(157)
6.6.2 斜弯曲 .....	(161)
6.6.3 截面核心的概念 .....	(164)
6.6.4 弯扭组合 .....	(167)
6.6.5 梁弯曲的一般情况* .....	(170)
思考题 6 .....	(171)
习题 6(A) .....	(174)
习题 6(B) .....	(185)
<b>第 7 章 梁的弯曲变形 .....</b>	<b>(193)</b>
7.1 挠度曲线微分方程 .....	(193)

7.2 积分法求梁的变形 .....	(195)
7.2.1 原理和方法 .....	(195)
7.2.2 用奇异函数求梁的挠度 <sup>*</sup> .....	(197)
7.3 叠加法计算梁的挠度与转角 .....	(199)
7.3.1 荷载的分解与重组 .....	(200)
7.3.2 逐段刚化法 .....	(201)
7.3.3 利用结构的对称性 .....	(203)
7.4 简单超静定问题 .....	(206)
7.5 梁的刚度设计 .....	(212)
思考题 7 .....	(213)
习题 7(A) .....	(214)
习题 7(B) .....	(222)
<b>第 8 章 应力与应变状态分析 .....</b>	<b>(229)</b>
8.1 应力状态分析 .....	(230)
8.1.1 应力状态矩阵 .....	(230)
8.1.2 斜截面上的应力 .....	(233)
8.1.3 主应力和主方向 .....	(237)
8.1.4 最大切应力 .....	(241)
8.1.5 应力圆 <sup>*</sup> .....	(244)
8.1.6 简单实验中材料破坏的力学机理 .....	(248)
8.1.7 三向应力状态简介 .....	(249)
8.2 应变状态分析 .....	(250)
8.2.1 应变状态 .....	(250)
8.2.2 应变的测量 .....	(252)
8.2.3 三向应变简介 .....	(254)
8.2.4 斜方向上应变公式的证明 <sup>*</sup> .....	(255)
8.3 广义胡克定律 .....	(257)
8.4 应变比能 .....	(260)
8.4.1 应变比能的概念 .....	(260)
8.4.2 体积改变比能和形状改变比能 .....	(262)
8.5 张量的初步概念 <sup>*</sup> .....	(265)
思考题 8 .....	(268)

---

习题 8(A) .....	(271)
习题 8(B) .....	(275)
<b>第 9 章 强度理论 .....</b>	<b>(280)</b>
9.1 经典的强度准则 .....	(281)
9.1.1 常用强度准则 .....	(281)
9.1.2 第三、第四强度准则的几何表示* .....	(283)
9.1.3 强度准则的应用 .....	(284)
9.2 莫尔强度理论* .....	(293)
9.3 薄壁容器中的应力 .....	(295)
思考题 9 .....	(298)
习题 9(A) .....	(300)
习题 9(B) .....	(304)
<b>第 10 章 弹性压杆稳定 .....</b>	<b>(308)</b>
10.1 压杆稳定的一般性概念 .....	(308)
10.1.1 失稳与临界荷载 .....	(308)
10.1.2 刚性杆的稳定 .....	(309)
10.2 理想压杆 .....	(310)
10.2.1 理想压杆的临界荷载 .....	(310)
10.2.2 理想压杆的临界应力 .....	(314)
10.2.3 压杆的稳定性设计 .....	(320)
10.3 非理想压杆简介* .....	(321)
10.4 弹性失稳的一般性讨论* .....	(323)
10.4.1 弹性屈曲的微分方程 .....	(323)
10.4.2 理想压杆的临界荷载 .....	(324)
10.4.3 在非理想压杆中的应用 .....	(327)
思考题 10 .....	(329)
习题 10(A) .....	(330)
习题 10(B) .....	(335)
<b>第 11 章 能量法* .....</b>	<b>(339)</b>
11.1 杆件的应变能 .....	(339)

---

11.1.1 杆件中外力的功 .....	(339)
11.1.2 杆件中的应变能 .....	(340)
11.1.3 应变能和外力的功 .....	(343)
11.1.4 互等定理 .....	(345)
11.2 卡氏第二定理 .....	(347)
11.3 莫尔定理 .....	(351)
11.4 图形相乘法 .....	(355)
11.5 动荷载问题 .....	(360)
11.5.1 动荷载问题的分类及惯性荷载 .....	(360)
11.5.2 冲击问题的能量法分析 .....	(362)
思考题 11 .....	(366)
习题 11(A) .....	(368)
习题 11(B) .....	(378)
<b>附录 I 截面图形的几何性质 .....</b>	<b>(383)</b>
I .1 几何图形的一次矩 .....	(383)
I .2 几何图形的二次矩 .....	(385)
I .3 平行移轴定理 .....	(388)
I .4 转轴定理 <sup>*</sup> .....	(391)
I .4.1 转轴定理 .....	(391)
I .4.2 主惯性矩和惯性主轴 .....	(393)
附录 I 思考题 .....	(396)
附录 I 习题(A) .....	(398)
附录 I 习题(B) .....	(400)
<b>附录 II 简单梁的挠度与转角 .....</b>	<b>(403)</b>
<b>附录 III 常用工程材料的力学性能 .....</b>	<b>(405)</b>
<b>附录 IV 型钢表 .....</b>	<b>(406)</b>
<b>附录 V 习题参考答案 .....</b>	<b>(417)</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>(438)</b>

# 第1章 绪论

## 1.1 材料力学的主要内容

材料力学是研究工程构件和机械元件承载能力的基础性学科，也是固体力学中具有入门性质的分支。它以一维构件作为基本研究对象，定量地研究构件内部在各类变形形式下的力学规律，以便于选择适当的材料，确定恰当的形状尺寸，在保证能够承受预定的荷载的前提下设计出安全而经济的构件。

工程构件要能够正常工作，应能满足强度、刚度和稳定性三个方面的要求。

所谓**强度**(strength)，是指构件抵抗破坏的能力。在一定的外荷载的作用下，某些构件可能会在局部产生裂纹。裂纹的扩展可能最终导致构件的断裂。还有些构件虽然没有裂纹产生，但可能会在局部产生较大的不可恢复的变形，导致整个构件失去承载能力。这些现象都是工程构件应该避免的。容易想到，将构件换用另一类更加结实耐用的材料，就能够提高构件的强度，这的确是问题的一个方面。正因为如此，这就需要对各类工程材料的力学性能加以研究、分析和比较，把一定的材料应用于最适合的场合。但是问题并非如此简单，因为更加结实耐用的材料往往意味着构件成本的提高。另外一方面，不换用材料，不增加材料用量，而采用更加合理的结构形式，也能提高结构的强度。例如图1.1的矩形截面悬臂梁，仅仅将构件的放置方向改变一下，就提高了构件抵抗破坏的能力。因此，在材料力学中，将全面地考虑影响构件强度的因素，并予以定量分析，从而使人们能够采取更为合理而可靠的措施提高构件的强度。

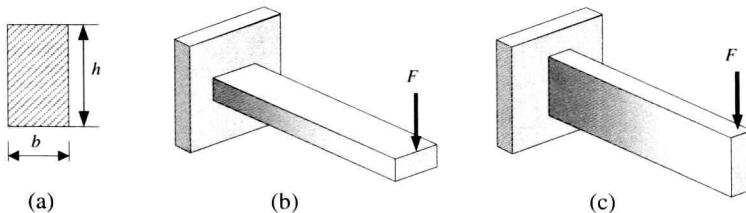


图1.1 提高强度

所谓**刚度**(stiffness)，是指构件抵抗变形的能力。许多构件都需要满足一定的变形要求。例如在精密仪器中，结构的布置往往都十分紧凑。构件变形过大，会使构件之间产生摩擦而妨碍正常运转。如果摩天大楼在风荷载作用之下发生相当大的变形而摇晃，难

免会使位于高层的人们惊惶失措。这些情况都希望提高结构的刚度。另一方面，跳水运动员往往希望跳板有足够的弹性和适当的变形量，以便能发挥出更高的水平，这就要求构件的刚度要与使用要求相适应。针对这些实际要求，材料力学中将研究构件的变形的形式和机理，研究控制构件变形的措施。

一个容易让初学者混淆的问题就是把强度和刚度混为一谈，认为提高强度的同时也必然提高了刚度。的确，有些措施在提高强度的同时也提高了刚度。但即使是这样，它们在数量关系上也是不一样的。在今后的章节中读者会看到，当把梁由图 1.1(b) 的形式变为图 1.1(c) 的形式时，若截面宽度为  $b$ ，高度为  $h$ ，则在同样的强度条件要求下，允许施加的荷载提高到  $\frac{h}{b}$  倍；而在同样的刚度条件要求下，允许施加的荷载提高到  $\left(\frac{h}{b}\right)^2$  倍。况且，还存在着另外的情况。例如，在以后的学习中我们可以获知，在不改变其他条件的前提下，仅用高强度的合金钢材代替普通钢材，的确能够提高强度，却不能提高刚度。因此，强度和刚度是完全不同的两个概念。

从图 1.1 可看出，如果荷载沿竖直方向作用，提高构件截面的高宽比有助于提高强度和刚度。但是，过大的高宽比却可能产生如图 1.2 的另外一类情况。当外荷载不是很大时，梁保持着仅在竖直平面内发生弯曲的平衡状态，如图 1.2(a) 的左图。但是当荷载逐渐增大，原有的平衡状态变得很不稳定了，很容易转为图 1.2(a) 右图的平衡状态。这种情况称作失稳。图 1.2(b) 的压杆也存在着类似的情况。工程结构应该有足够的保持原有平衡状态的能力，这就是结构的**稳定性** (stability)。材料力学将以图 1.2(b) 一类的压杆为例研究多大的荷载会使它失稳，研究哪些因素在影响压杆的稳定性。

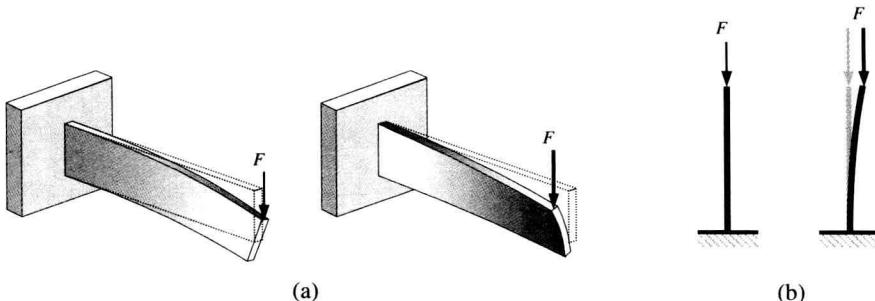


图 1.2 失去稳定性

构件的强度、刚度和稳定性是材料力学的主要内容。

为了研究构件的强度、刚度和稳定性，必须借助于固体力学中所使用的一系列基本概念；其中最重要的概念是应力、应变和本构关系。

变形体在外荷载的作用下，内部将产生力学的响应。当外荷载作用在物体上时，物体内部一定也有力学效应产生。但是，这种内部的力将以什么样的形式出现？外力可以

用矢量来描述，变形体中某点处的内力也可以用矢量来描述吗？这种内部的力如何与外荷载相联系？如何与构件的强度相联系？回答这些问题需要使用**应力** (stress) 这一概念。

变形体对外荷载的另一类响应是几何响应，这就是变形。当外荷载作用在物体上时，物体将发生怎样的变形？变形有哪些基本形式？它们该如何描述？如何度量？又如何与刚度相联系？解决这些问题要用到**应变** (strain) 的概念。

一般地讲（尤其是弹性构件），只要约束允许，变形体内部的力学响应越强烈，它的变形也越大。因此，变形体的力学和几何两类响应应该是彼此相关的。另一方面，由不同材料制成的构件，在相同的荷载作用之下其变形是不一样的，这就意味着力学和几何这两类响应之间的关系与材料特性有关。反映材料特性的关系泛称**本构关系** (constitutive relation)。

应力、应变、本构关系及其所衍生的一系列概念的研究，构成材料力学主要内容的又一个方面。

材料力学对构件的强度、刚度和稳定性研究，为后续工程课程提供了关于构件安全性的基本思路；固体力学的基本概念，则将为后续的力学课程和工程课程分析更为复杂的结构和更为复杂的力学现象打下基础。

## 1.2 材料力学的基本假定

材料力学作为一门基础性学科，将研究工程构件中普遍存在的力学问题。因此，有必要摈弃个别构件中存在的特殊现象，而抓住各类构件普遍存在着的带有共性的本质特征，同时把这种共性特征作为研究的基本前提，从而形成这门学科的基本假定。材料力学的基本假定分为两类，一类是关于物质结构和材料性质的，另一类是关于变形特征的。下面分别予以叙述。

### 1.2.1 关于材料性质的假定

对于所研究的对象，材料力学采用了连续、均匀和各向同性的基本假定。

所谓**连续性** (continuity)，是指在物体所占据的空间中，物质是无间隙地连续地分布的。所谓**均匀性** (uniformity)，是指物体的各部分的力学性能是相同的。显然，连续均匀是一种理想化的模型。根据这一模型，连续体中的物理量（如密度、温度等），以及描述物体变形和运动的几何量（如位移、速度等），都假定为空间位置的连续函数。这样，便可以使用无穷小、极限等一系列数学概念。

近代物理学关于物质结构的理论指出，世间一切物体都是由基本粒子构成的。从这

一个意义上讲，物体构成的模型应该是分离的，物体各部分的组成也是有差异的。但是，如果所研究的对象不是少数粒子的微观的行为，而是大量物质微粒集合的宏观的行为，就可以采用连续均匀模型。

人们之所以能够把事实上分离的物质微粒的集合简化为连续体，其原因在于，单个物质微粒的具体运动对物体的宏观行为影响不大；同时，个体性质相差甚远的物质微粒所构成的物体（例如铸铁和陶瓷），其宏观的力学性质却有可能是很相似的。另一方面，若从单个的物质微粒的运动规律出发去寻求大量物质微粒集合的宏观的运动规律，至少在目前还存在着巨大的数学和物理学的困难，因此，从连续体假定出发直接研究物体宏观的运动规律，在许多情况下仍然是十分必要的。

由于现代工业化生产流程的规范性，把研究对象的材料简化为均匀体也是符合客观实际的。当然，由于科学技术的发展，满足某些特殊要求的非均匀材料也逐渐进入人们的视野。关于非均匀材料的力学特性和机理的研究，是固体力学研究的前沿领域之一。

如果材料的力学性能与空间方向无关，这种材料就称为**各向同性** (isotropy) 的，否则就称为**各向异性** (anisotropy) 的。钢材是一种典型的各向同性材料。如果在一块钢锭中沿不同方向取材制成相同规格的试件进行试验，那么各个试件将显示出相同的力学性能。这就是各向同性的含义。一般的金属材料，如铝、铜等，许多非金属材料，如陶瓷、玻璃、混凝土等，都可以视为各向同性材料。在本书中，除了特别声明的个别情况，总是假定所研究材料都是各向同性的。

### 1.2.2 关于构件变形的假定

材料力学假定，所研究的构件在外荷载作用下发生的变形都是微小的，在很多情况下都是需要用仪器才能观察到的。比如结构工程中的梁，它在荷载作用下整个跨度上所产生的最大位移，也比梁横截面的尺寸小很多。

绝大多数工程构件在实际工作状态所发生的变形，都是这样的小变形。这正是采用小变形假定的合理之处。

采用小变形假定，可以使分析过程得以简化。

第一个简化之处，是使得分析和计算可以在未变形的构形（指形状和尺寸）上进行。这可从图 1.3 加以说明。图 1.3 是一个简单桁架，其中一根杆件是竖直的，另一根是倾斜的。现在欲在下部结点作用一个竖向作用力。按理论力学中静力学的分析，如图 1.3(a)，斜杆是所谓零杆，即内部没有作

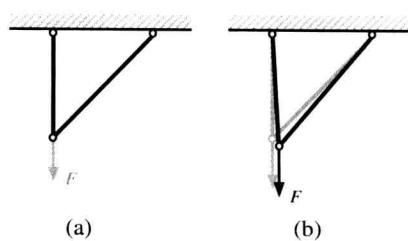


图 1.3 两种计算构型

用力存在。但是当作用力实际作用后，平衡的形态将如图 1.3(b) 所示。在严格的意义上，斜杆不再是零杆，因而两杆内部的力及变形都不再如图 1.3(a) 的分析那么简单。但是，严密的分析指出，由于杆件发生的是小变形，图 1.3(b) 计算的结果与图 1.3(a) 的计算结果的差别是比杆件内所发生的小变形还要小一阶的微量，因此完全可以忽略不计，斜杆仍然可认为是零杆。一般地，在材料力学课程中，除了少数几处特别需要并加以声明的情况之外，总是在未变形的构形上进行平衡分析，并以这种构形作为计算的基准。

第二个简化之处，便是对高阶小量的处理。在许多分析过程中，如果能够确定某些无量纲量是高阶小量，本书都将适时地将其舍去，从而使分析的方程线性化。与此相联系的是常用函数的近似处理。例如，在已经确认  $x$  是微量的前提下， $\sin x$  和  $\tan x$  都可以简化为  $x$ ，而  $\cos x$  则可以简化为 1。诸如此类的处理可以使分析计算容易得多。

### 1.3 杆件及其基本变形形式

工程构件的形式千差万别，但仍然可以根据其形状尺寸划分为杆、板、壳、体四种类型，如图 1.4(a)、(b)、(c)、(d) 分别所示。

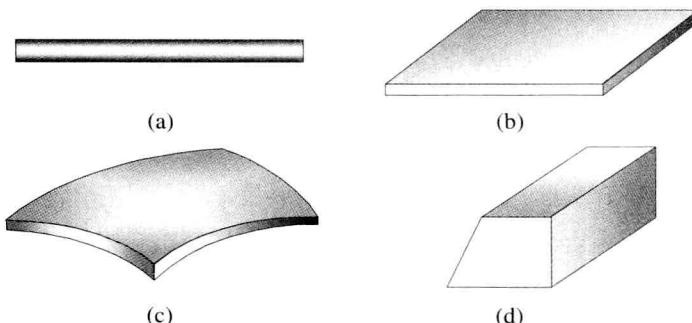


图 1.4 工程构件的基本类型

在材料力学中，将以杆件作为研究的基本对象。杆件的特点，是一个方向上的尺寸显著地大于其他两个方向上的尺寸。

杆件的各截面的形心的连线形成轴线。根据轴线的形状，杆件可分为直杆和曲杆。垂直于轴线的截面称为横截面。根据横截面的变化情况，杆件可分为等截面杆（或分段等截面杆）和变截面杆。

杆件在外荷载作用下将发生变形。其基本的变形形式分为四种。

如果外力作用在轴线上，直杆将会发生**拉伸** (tension) 或**压缩** (compression) 的变形，如图 1.5(a)。在拉压变形中，直杆的两个相邻的横截面的距离会增加或缩短。桁架的各部件、吊索、千斤顶螺杆等构件在受力时就将发生这种变形。拉压构件一般就直接称为**杆**