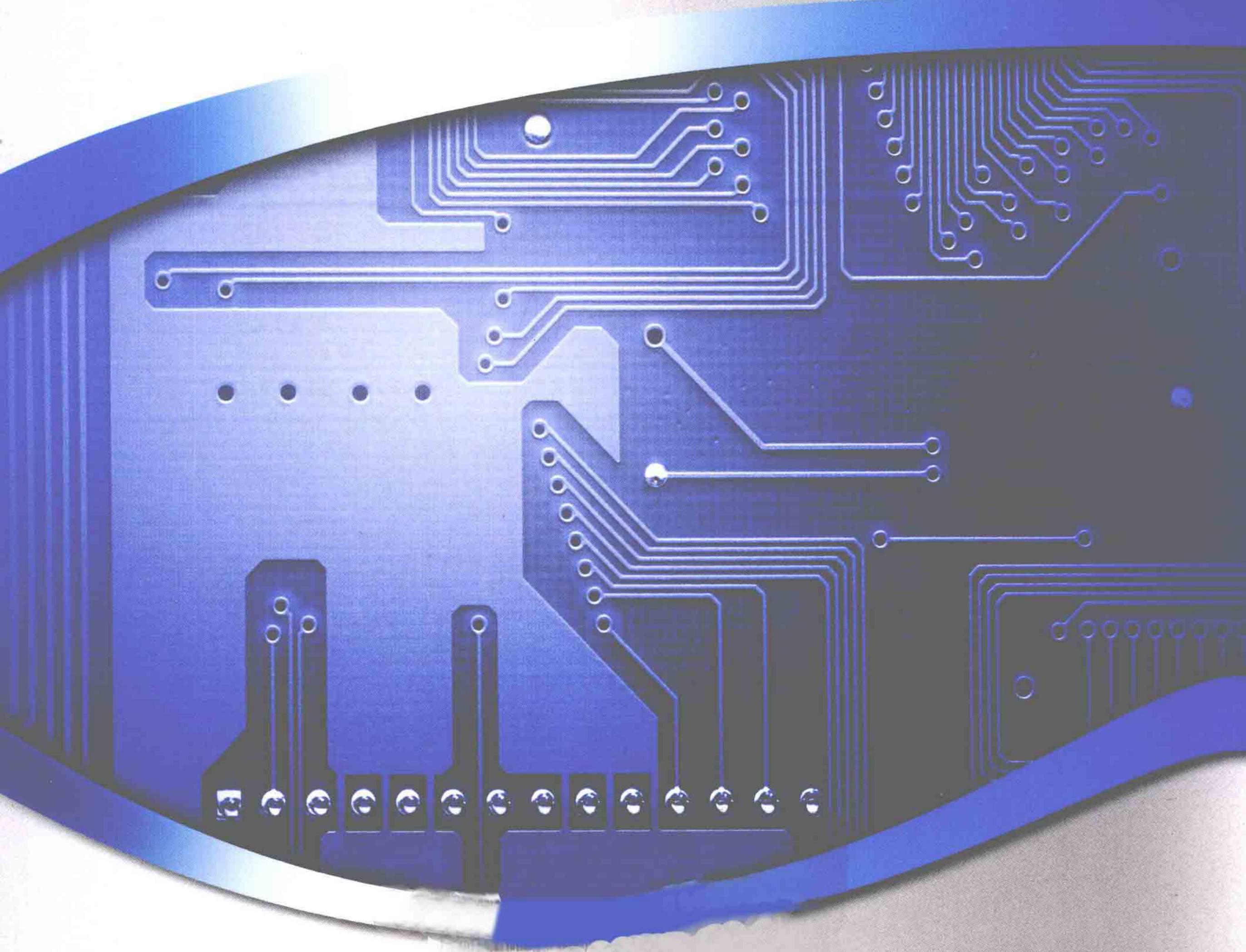


数字电路与逻辑设计

学习指导

刘培植 主编

胡春静 郭 琳 孙文生 刘丽华 副主编

北京邮电大学出版社

www.buptpress.com

数字电路与逻辑设计学习指导

刘培植 主 编

胡春静 郭 琳
孙文生 刘丽华 副主编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本书为教育部普通高等教育“十一五”国家级规划教材《数字电路与逻辑设计》的辅助学习参考资料。本书给出了各章节的基本学习要求、知识要点；总结了数字电路的主要分析和设计方法；对重点和难点问题进行了分析和例题详解；鉴于数字电路设计的灵活性，对可有多种解题方案的习题，给出不同解题方法；根据作者的设计实践，给出了一些实用电路设计，可直接用于数字电路和数字系统的设计中；附录给出了北京邮电大学近几年研究生考试中数字电路部分的题目和答案，可供考研学生学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计学习指导/刘培植主编．--北京：北京邮电大学出版社，2011.9
ISBN 978-7-5635-2729-8

Ⅰ．①数…　Ⅱ．①刘…　Ⅲ．①数字电路—逻辑设计—研究生—教材　Ⅳ．①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 171824 号

书　　名：数字电路与逻辑设计学习指导
主　　编：刘培植
副 主 编：胡春静　郭　琳　孙文生　刘丽华
责任编辑：刘颖
出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号(邮编：100876)
发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京联兴华印刷厂
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：22
字　　数：536 千字
印　　数：1—3 000 册
版　　次：2011 年 9 月第 1 版　2011 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2729-8　　定　价：39.00 元

前　　言

本书为教育部普通高等教育“十一五”国家级规划教材《数字电路与逻辑设计》的辅助学习参考资料。

随着数字技术、应用方式的发展与进步，数字电路的分析、设计也朝着大规模、高速度和基于计算机辅助分析及设计的方向快速发展。在各类嵌入式系统的设计中，已经普遍采用可编程逻辑器件及硬件描述语言进行相关接口、控制电路的设计。逻辑电路设计具有综合性、灵活性与实践性的特点，这就要求在学习基本理论和分析、设计方法的同时，能够根据条件、环境，灵活运用知识和经验进行不同方案的设计，以期获得最佳方案。本书的目的是，在对基本学习要求、知识要点、分析设计方法进行精炼总结的基础上，适当扩展《数字电路与逻辑设计》教材的内容、丰富逻辑电路的分析和设计举例、提供更加实用性的电路设计案例等，以期使读者能够在灵活应用基本理论和方法、解决实际问题能力的训练等方面进行参考使用。

本书的主要内容包括：

(1) 给出了各章节的基本学习要求，通过了解、熟悉、掌握等不同要求，对教材内容的重要程度和理解掌握程度进行了定义。

(2) 总结了各章节的知识要点，通过更丰富的分析设计举例，可从不同的侧重点加深对基本理论和分析设计方法的理解和认识。

(3) 对重点、难点、综合分析设计问题，进行了详细分析，给出了解题方法和步骤。

(4) 介绍了一些数字通信系统中的实用电路，应用这些电路可以构成实用的应用系统，加强理论与实践的联系。

(5) 对同一设计问题，给出多种设计思路和设计方法，以期读者能够在解决实际问题时进行借鉴，获得最佳方案。

(6) 给出了北京邮电大学近几年一些专业研究生入学考试数字电路部分的

试题和答案，供读者参考。

本书各章节的内容与《数字电路与逻辑设计》教材的章节相对应，共分 10 章。第 1、2 章由刘丽华编写；第 3、4 章由胡春静编写；第 5、6 章及附录由刘培植编写；第 7、8 章由郭琳编写；第 9、10 章由孙文生编写。

鉴于数字电路设计中，设计方法可以非常灵活，设计方案可以多种多样，加之作者水平和经验的限制，书中会有错误和不足之处，希望读者给予批评指正。

编　者

目　　录

第1章　数字技术基础

某些物理量的变化在时间和数值上都是离散的，也就是说它们的数值大小和每次的增减变化都是某一个最小单位的整数倍，这一类物理量称为数字量。把表示数字量的信号称为数字信号，处理数字信号的电路称为数字电路。由于计算机的普及和数字电路的优势，在很多情况下会将模拟信号进行取样、保持、量化、编码后，将模拟信号转为数字信号进行处理。

本章主要介绍数字信号的数制和编码方式，逻辑代数的各种逻辑运算和基本定理，逻辑函数的化简方法等内容。

1.1　教学要求

(1) 掌握数制与二进制编码方式。

(2) 掌握逻辑代数中的3种基本运算。

(3) 掌握逻辑代数的基本公式、规则和定理。

(4) 掌握逻辑函数的表示方法和标准表达式。

(5) 掌握逻辑函数的代数法化简和卡诺图法化简方法。

1.2　基本知识点

1.2.1　数制与编码

1. 数制

数制是进位记数制的简称，用数字量表示物理量的大小时，需要用多位数码，通常把多位数码中每一位的构成方法以及从低位到高位的进位规则称为数制，表达每位数码的字符的个数称为基数。这里介绍十进制、二进制和十六进制数3种数制。

对于任意一个进位制R，表达如下：R进制有R个数码，以R为基数，逢R进1，当整数位为n位、小数位为m位时，按权展开式为

$$\begin{aligned}(N)_R &= k_{n-1}\times R^{n-1}+k_{n-2}\times R^{n-2}+\cdots+k_1\times R^1+k_0\times R^0+k_{-1}\times R^{-1}+k_{-2}\times R^{-2}+\cdots+k_{-m}\times R^{-m}\\ &= \sum_{i=-m}^{n-1}k_i\times R^i\end{aligned}$$

不同数制之间的转换规律如图 1.2.1 所示。

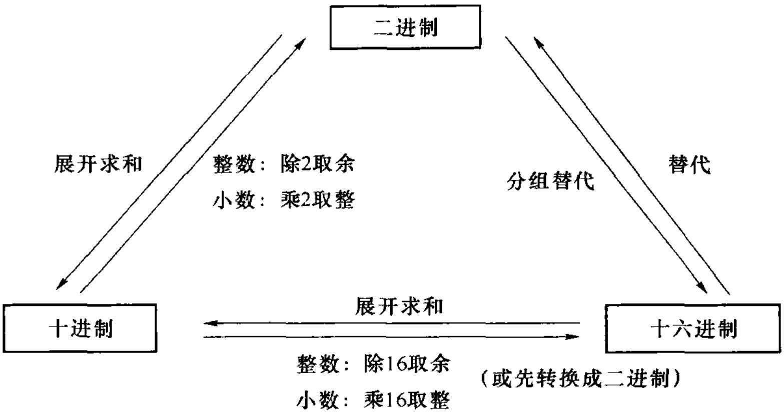


图 1.2.1　不同数制之间的转换规律

2. 编码

编码是指用特定的二进制码来表示自然数、字母和符号的过程，这里仅介绍两种比较简单又常用的编码，即二进制编码和二-十进制(BCD)编码。

二进制编码主要有自然二进制编码和格雷码(循环二进制码)两种，用 4 位二进制码来表示 16 种不同的信息。二-十进制编码用 4 位二进制码来表示十进制数的 0～9 共 10 个不同的信息。常见的 BCD 编码如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1　常见的 BCD 编码

十进制码	8421 码	2421 码	余 3 码	余 3 格雷码	循环码(格雷码)
0	0000	0000	0011	0010	0000
1	0001	0001	0100	0110	0001
2	0010	0010	0101	0111	0011
3	0011	0011	0110	0101	0010
4	0100	0100	0111	0100	0110
5	0101	1011	1000	1100	0111
6	0110	1100	1001	1101	0101
7	0111	1101	1010	1111	0100
8	1000	1110	1011	1110	1100
9	1001	1111	1100	1010	1000

1.2.2　逻辑代数基础

逻辑代数是逻辑理论和概率论的数学基础，这里主要介绍逻辑代数的基本运算和公式，逻辑代数的表示和逻辑函数化简的方法。

基本逻辑运算有与、或、非 3 种，任何复杂的运算都可由这 3 种基本逻辑运算来实现。

一些常用的逻辑门有与非、或非、与或非、异或和同或门等。

逻辑代数主要需要掌握 9 条基本定律，3 条基本规则和 5 个常用公式。

在数字逻辑电路中，通常高电平用逻辑“1”表示，低电平用逻辑“0”表示。这种表示方式称为正逻辑；如果高电平用逻辑“0”表示，低电平用逻辑“1”表示，则称为负逻辑。对同一个电路，用正逻辑或者负逻辑来表示其输出与输入之间的逻辑关系时，表示为不同的逻辑表达式。

1.2.3 逻辑函数及其表示方法

任何具体事物的因果关系都可以用一个逻辑函数来描述。逻辑函数的表示方法主要有4种：真值表、逻辑式、逻辑图和卡诺图。必须掌握这4种表达方式之间的转换方法。

标准表达式有最小项之和和最大项之积两种形式。最大项和最小项之间的关系如下：

(1) m_i 和 M_i 互补，即 $M_i=\overline{m_i}$，$m_i=\overline{M_i}$。

(2) 以 m 个最小项之和表示的一个 n 个变量的函数 F，其反函数 $\overline{F}$ 可用 M 个最大项之积表示。这 M 个最大项的编号与 m 个最小项的编号完全相同。

1.2.4 逻辑函数的化简

在函数的各种表达式中，“与或”表达式和“或与”表达式是最基本的，最简的“与或”表达式应该满足如下要求：

(1) 与项的个数最少。

(2) 与项中所包含的变量个数最少。

逻辑函数的化简主要有代数法和卡诺图法。代数法化简，就是反复运用逻辑代数的基本定律、基本规则和常用公式，消去表达式中的多余项和多余变量。

卡诺图是真值表的图形表示，它把函数的变量分为两组进行纵横排列，变量的取值方式按照循环码的规则进行组合，n 个变量组成 2^n 个方格，每个方格对应一个最小项或最大项的取值。用卡诺图化简逻辑函数为最简“与或”表达式的步骤如下：

(1) 将函数化为最小项之和的形式。

(2) 作出所要化简函数的卡诺图。

(3) 画圈合并最小项。画圈的原则是：

① 将相邻的1格圈出，圈的格数必须为2、4、8、16…即 2^n。

② 圈的个数应最少，保证乘积项最少。

③ 每个圈的格数应最多，保证乘积项中的因子最少。

④ 可以重复圈，不能漏圈，即不能漏掉1格。

(4) 每个圈对应一个与项，将所有的与项相或。

在对实际情况处理时，有时会出现输入变量的某些取值组合不会出现的情况，也即输入变量的取值受到某些约束，则将这些输入变量的取值组合（最小项）称为约束项。有时函数在输入变量的某些组合情况下输出不确定，可能为0，也可能为1，这些输入变量的取值组合（最小项）称为任意项。由于约束项和任意项可以写进函数式中，也可以不写进去，对函数的取值都没有什么影响，所以可以将约束项和任意项统称为任意项（或无关项）。具有任意项的逻辑函数称为非完全描述的逻辑函数，对非完全描述的逻辑函数，在用卡诺图化简时，任意项可当做1处理，也可当做0处理，即可圈也可不圈，以有利于化简为原则。

1.3 例题解析

本章习题主要可以分为 5 种类型：不同数制之间的转换与 BCD 编码、逻辑等式的证明、逻辑函数不同表示方法之间的转换、逻辑函数的代数法化简、逻辑函数的卡诺图法化简。下面分别给出这几种题型的解题方法。

1.3.1 不同数制之间的转换与 BCD 编码

【例 1.3.1】 将十进制数$(24.163)_{10}$转换成二进制数。（要求的转换精度达到小数点后 3 位。）

解：① 小数部分

$0.163\times2=0.326$	0	最高位
$0.326\times2=0.652$	0	
$0.652\times2=1.304$	1	最低位，达到了转换精度的要求

② 整数部分

		余数	
2	24		
2	12	0	最低位
2	6	0	
2	3	0	
2	1	1	
2	0	1	最高位MSB

所以转换结果为$(24.163)_{10}=(11000.001)_2$。

【例 1.3.2】 将十进制数 49 转化为自然二进制码和二进制循环（格雷）码。

解：$(49)_{10}=(01001001)_{\text{自然二进制码}}=(01101000)_{\text{循环码}}$

【例 1.3.3】 将十进制数 49 转化为 BCD 余 3 码和 BCD 循环码。

解：$(49)_{10}=(01111100)_{\text{余3码}}=(01101000)_{\text{循环码}}$

1.3.2 逻辑等式的证明

证明逻辑等式成立的方法主要有两种。一种是分别列出等式两边逻辑式的真值表，如果真值表完全相同，则等式成立。另一种是利用逻辑代数的公式和定理或者是卡诺图将等式两边化为完全相同的逻辑形式，则等式成立。

【例 1.3.4】 证明以下等式成立

$$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$$

解：方法一. 分别列出 $A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C$ 和 $A\cdot B+\overline{A}\cdot C$ 的真值表，由表 1.3.1 可知它们的真值表完全相同，故等式成立。

表 1.3.1　例 1.3.4 真值表

A	B	C	$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C$	$A\cdot B+\overline{A}\cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

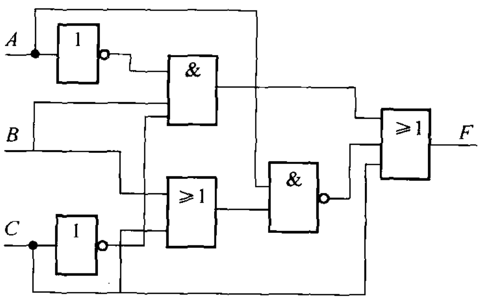
方法二.

$$\begin{aligned}&A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\\=&A\cdot B+\overline{A}\cdot C+A\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot C\\=&A\cdot B+\overline{A}\cdot C\end{aligned}$$

1.3.3　逻辑函数不同表示方法之间的转换

【例 1.3.5】　给定逻辑函数式 $F=\overline{A}B\,\overline{C}+\overline{A(B+C)}+C$，试画出其逻辑图和卡诺图。

解：由于本题未对逻辑图中所使用的门进行限制，所以直接采用非门、与门、或门等逻辑门取代逻辑表达式中的运算符号就可以了，可以得到以下的逻辑图。



要得到其卡诺图，可以先将逻辑式化为最小项之和的形式。

$$\begin{aligned}F&=\overline{A}B\,\overline{C}+\overline{A(B+C)}+C\\&=\overline{A}B\,\overline{C}+\overline{A}+\overline{B}\,\overline{C}+C\\&=\overline{A}B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+ABC+\overline{A}BC+A\,\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}C\end{aligned}$$

得到其卡诺图为

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

1.3.4 逻辑函数的代数法化简

代数法化简就是采用逻辑代数的基本公式和定理，消去逻辑函数中多余的乘积项和每个乘积项中多余的因子，得到最简的逻辑函数式。

【例 1.3.6】 用代数法化简逻辑函数 $F=(A+B+\overline{C})(\overline{A}+D)(C+D)(B+D+E)$。

解：

$$
\begin{aligned}
F &= (A+B+\overline{C})(\overline{A}+D)(C+D)(B+D+E) \\
&= (A+B+\overline{C})(\overline{A}+D)(C+D)(B+D+E+A)(B+D+E+\overline{A}) \\
&= (A+B+\overline{C})(C+D)(\overline{A}+D)
\end{aligned}
$$

【例 1.3.7】 用代数法化简逻辑函数 $F=A\overline{B}+\overline{A}B+B\overline{C}+\overline{B}C$。

解：

$$
\begin{aligned}
F &= A\overline{B}+\overline{A}B(C+\overline{C})+B\overline{C}+(A+\overline{A})\overline{B}C \\
&= (A\overline{B}+A\overline{B}C)+(B\overline{C}+\overline{A}B\overline{C})+(\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}C) \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}C
\end{aligned}
$$

1.3.5 逻辑函数的卡诺图法化简

【例 1.3.8】 用卡诺图法化简逻辑函数 $F(A,B,C,D)=\sum(1,3,4,5,6,7,9,11,13)$ 为最简和之积的逻辑式。

解：将 $F(A,B,C,D)=\sum(1,3,4,5,6,7,9,11,13)$ 填入卡诺图，如图 1.3.1 所示。

由于是要求最简和之积的逻辑式，可以围绕卡诺图中的"0"来进行画圈，如图 1.3.2 所示。最后可以得到其最简和之积的逻辑式为 $F=(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})\cdot(B+D)\cdot(\overline{A}+D)$。

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	0	1
10	0	1	0	0

图 1.3.1 例 1.3.8 的卡诺图

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	0	1
10	0	1	0	0

图 1.3.2 例 1.3.8 的卡诺图的圈法

【例 1.3.9】 逻辑函数为 $F=B\overline{C}D+\overline{A}BC\overline{D}+A\overline{B}\cdot\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}$。已知该函数的约束条件为 $CD=0$，请利用卡诺图进行化简并写出最简与或表达式。

解：首先将逻辑表达式 $F=B\overline{C}D+\overline{A}BC\overline{D}+A\overline{B}\cdot\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}$ 和约束条件 $CD=0$ 填入卡诺图，如图 1.3.3 所示，围绕卡诺图中的"1"来进行画圈，如图 1.3.4 所示，最后可以得到其最简与或表达式为 $F=\overline{A}B+AD$。

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	0	1	0	0

图 1.3.3　例 1.3.9 的卡诺图

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	0	1	0	0

图 1.3.4　例 1.3.9 的卡诺图的圈法

1.4 习题解答

1-1　写出下列各数的按权展开式(其中最后一位的 B、O、D、H 分别代表二进制、八进制、十进制和十六进制)。

(1)1101011B　　(2) 1011.11B

(3) 724.06O　　(4) 108.01D

(5) 5F0DH　　(6) 4CAE.9BH

解:按权展开式为

(1) $1\times2^6+1\times2^5+1\times2^3+1\times2^1+1\times2^0$

(2) $1\times2^3+1\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+1\times2^{-2}$

(3) $7\times8^2+2\times8^1+4\times8^0+6\times8^{-2}$

(4) $1\times10^2+8\times10^0+1\times10^{-2}$

(5) $5\times16^3+15\times16^2+13\times16^0$

(6) $4\times16^3+12\times16^2+10\times16^1+14\times16^0+9\times16^{-1}+11\times16^{-2}$

1-2　数制之间的转换。

(1) $(255)_{10}=(\qquad)_2=(\qquad)_8=(\qquad)_{16}$

(2) $(101101)_2=(\qquad)_{10}=(\qquad)_8=(\qquad)_{16}$

(3) $(101010.011)_2=(\qquad)_{10}=(\qquad)_8=(\qquad)_{16}$

(4) $(3FF)_{16}=(\qquad)_{10}=(\qquad)_8=(\qquad)_2$

解:

(1) $(255)_{10}=(11111111)_2=(377)_8=(FF)_{16}$

(2) $(101101)_2=(45)_{10}=(55)_8=(2D)_{16}$

(3) $(101010.011)_2=(42.375)_{10}=(52.3)_8=(2A.6)_{16}$

(4) $(3FF)_{16}=(1023)_{10}=(1777)_8=(1111111111)_2$

1-3　把下列十进制数转换为 8421、2421、格雷 BCD 码。

(1)95　　　　　　(2)3471

解：十进制	8421BCD 码	2421BCD 码	格雷 BCD 码
(1) 95	10010101	11111011	10000111
(2) 3471	0011010001110001	0011010011010001	0010011001000001

1-4　把下列 8421BCD 码转换为十进制数。

(1) 0101 1000　　　　(2) 1001 0011 0101　　　　(3) 0011 0100 0111 0001

解：8421BCD 码	十进制数
(1) 01011000	58
(2) 100100110101	935
(3) 0011010001110001	3471

1-5　求下列各式的对偶式和反演式。

(1) $F=AB+\overline{A}\,\overline{B}$

(2) $F=[(A\overline{B}+C)D+E]B$

(3) $F=AB\overline{C}+(A+\overline{B}+D)(\overline{A}B\,\overline{D}+\overline{E})$

(4) $F=(A+\overline{B})(\overline{A}+C)(B+\overline{C})(\overline{A}+B)$

解：

(1) 对偶式$(A+B)(\overline{A}+\overline{B})$　　反演式$(\overline{A}+\overline{B})(A+B)$

(2) 对偶式$[(A+\overline{B})C+D]E+B$　　反演式$[(\overline{A}+B)\overline{C}+\overline{D}]\overline{E}+\overline{B}$

(3) 对偶式$(A+B+\overline{C})[A\overline{B}D+(\overline{A}+B+\overline{D})\overline{E}]$　　反演式$(\overline{A}+\overline{B}+C)[\overline{A}B\,\overline{D}+(A+\overline{B}+D)E]$

(4) 对偶式 $A\overline{B}+\overline{A}C+B\overline{C}+\overline{A}B$　　反演式$\overline{A}B+A\overline{C}+\overline{B}C+A\overline{B}$

1-6　用真值表证明下列等式成立。

(1) $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

(2) $AB+\overline{A}\,\overline{B}=\overline{\overline{A}B+A\overline{B}}$

解：

(1) 真值表为

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

(2) 真值表为

A	B	$AB+\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{\overline{A}B+A\overline{B}}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

1-7　证明下列等式成立(方法不限)。

(1) $A\oplus 1=\overline{A}$

(2) $(A\oplus B)\oplus C=A\oplus(B\oplus C)$

(3) $A\cdot(B\oplus C)=(AB)\oplus(AC)$

1-8　将下列表达式化为标准“或与”式。

(1) $F=(A\oplus B)+AB$

(2) $F=(A+B)(B+C)(A+C)$

(3) $F=AB+BC+AC$