

全国技工学校

数学课教学参考书

(第三版)

中国劳动社会保障出版社

全国技工学校

数 学 课

教 学 参 考 书

(第三版)

劳动和社会保障部教材办公室组织编写

中国劳动社会保障出版社

版权所有 翻印必究

图书在版编目 (CIP) 数据

数学课教学参考书/劳动和社会保障部教材办公室组织编写. —3 版. —北京: 中国劳动社会保障出版社, 1999
ISBN 7-5045-2520-0

I. 数…

II. 劳…

III. 数学—技工学校—教学参考资料

IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 61574 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

(北京市惠新东街 1 号 邮政编码: 100029)

出 版 人 : 唐云岐

*

煤炭工业出版社印刷厂印刷 新华书店经销

787×1092 毫米 32 开本 5.875 印张 131 千字

1999 年 11 月第 1 版 1999 年 11 月第 1 次印刷

印数: 10100 册

定价: 7.90 元

内 容 提 要

本书根据劳动和社会保障部培训就业司颁发的《技工学校数学教学大纲》(1999)、全国技工学校通用教材《数学》(第三版)编写,供技工学校数学课教师使用。

本书按照教材体系组织材料。每章内容中,首先对本章的教学要求、教材的编排方法、重点与难点问题、课时分配计划加以说明,然后分节对重点、难点问题提出了处理建议,最后对每节的习题进行了解答。

本书由丛日明、李伯华、赵军编写,丛日明主编;王乃玉审稿。

目 录

第一章 集合与函数	1
一、教学目的和要求	1
二、教材分析与说明	2
三、课时分配建议	4
四、各节教学建议	5
五、部分习题答案或提示	24
第二章 三角函数	32
一、教学目的和要求	32
二、教材分析与说明	33
三、课时分配建议	36
四、各节教学建议	36
五、部分习题答案或提示	53
* 第三章 复数	67
一、教学目的和要求	67
二、教材分析与说明	67
三、课时分配建议	69
四、各节教学建议	70
五、部分习题答案或提示	78

※ 第四章 空间图形及其计算	84
一、教学目的和要求	84
二、教材分析与说明	85
三、课时分配建议	87
四、各节教学建议	87
五、部分习题答案或提示	95
第五章 平面解析几何	104
一、教学目的和要求	104
二、教材分析与说明	105
三、课时分配建议	108
四、各节教学建议	108
五、部分习题答案或提示	127
※ 第六章 导数与积分简介	137
一、教学目的和要求	137
二、教材分析与说明	138
三、课时分配建议	140
四、各节教学建议	140
五、部分习题答案或提示	157
附录 I 机械加工中的三角计算	165
一、由零件图作出计算图的一般步骤	165
二、机械加工中的三角计算举例	168
附录 II 复数在电学中的应用	173
一、相量的概念	173
二、复数在电工学中的应用举例	175

第一章 集合与函数

一、教学目的和要求

1. 理解集合、子集的概念；了解属于、包含、相等关系的意义；能正确表示出一些简单的集合。理解交集、并集的概念；能正确进行一些简单的交、并运算。

2. 会解 $|kx + b| \geq a$ 和 $|kx + b| \leq a (a > 0)$ 型的不等式；会解 $b^2 - 4ac > 0$ 条件下的 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 和 $ax^2 + bx + c \leq 0 (a \neq 0)$ 型的不等式。

3. 用集合的观点加深对函数概念的理解；会求简单函数的定义域；能用描点法作出简单函数的图像，了解分段函数及其图像；理解函数的单调性、奇偶性的概念，并掌握其简单应用。

4. 理解反函数的概念，会求简单函数的反函数；了解互为反函数的函数图像之间的关系，并能利用这种关系作出反函数的图像。

5. 理解幂函数的概念；了解 $\alpha = \pm 1, \pm 2, \pm 1/2, 1/3, 3$ 时 $y = x^\alpha$ 的图像，并能借助图像了解它们的简单性质。

6. 理解根式、分数指数幂的概念，掌握分数指数幂的运算性质，理解对数的概念和基本性质，掌握对数的运算性

质. 了解常用对数和自然对数的概念, 初步了解对数在解决有关简单实际问题中的应用.

7. 理解指数函数、对数函数的概念; 掌握指数函数、对数函数的图像和性质, 并能解决有关的简单问题.

二、教材分析与说明

本章内容既是初等数学的深入和继续, 又是全书的基础知识. 本章共分 10 节.

第一节是在学生对数集和点集已有一定感性认识的基础上, 通过实例引入集合和元素这两个数学上的原始概念. 由于集合论是现代数学的基础, 其观点与方法已渗透到数学的各个分支, 因此学习集合论的基本知识十分必要.

本节重点是: 集合的概念和表示法.

本节难点是: 空集的概念和集合中元素的确定性.

第二节主要介绍了交集和并集这两种集合的运算, 并通过例题具体说明了这两种运算的书写格式. 请老师们注意, 本书介绍集合的概念和运算, 目的在于利用有关概念、术语和记号, 把后续知识叙述得更准确、更简明、更清楚. 原则是有利于学生学习和掌握后续知识, 而对集合运算本身, 不宜加深加宽讨论.

本节重点是: 交集和并集的概念.

本节难点是: 两条直线交点的集合表示法.

第三节是在一元一次不等式和一元一次不等式组解法的基础上, 进一步阐述有关两类不等式的解法, 其目的完全是

为研究函数的定义域服务. 请老师们注意, 有关不等式的证明和解法, 不宜加深加宽讨论.

本节重点是: 两种类型简单不等式的解法.

本节难点是: 对于 $+\infty$ 和 $-\infty$ 的理解.

第四节是在学生学过函数的概念的基础上, 用集合的观点进一步阐述函数的概念. 由于函数是数学中最基本最重要的概念之一, 所以本节内容是本章乃至全书的重点.

本节重点是: 函数的概念.

本节难点是: 分段函数的图像.

第五节是通过实例引入了反函数的概念, 并研究了互为反函数的函数图像之间的关系. 请老师们注意, 本书只要求学生了解反函数的概念, 会求简单函数的反函数即可, 而对其他有关反函数的问题, 不宜进行深入的研究.

本节重点是: 反函数的概念和求法.

本节难点是: 反函数的概念.

第六节是在有意识地安排学生学习四个幂函数的基础上, 给出了一般幂函数的定义, 并分 $\alpha > 0$ 、 $\alpha < 0$ 两种情况研究了 $y = x^\alpha$ 的图像和性质. 尽管目前有的教材中删除了幂函数的定义、图像和性质, 但我们认为幂函数是基本初等函数之一, 所以仍然给出幂函数的定义, 并研究最简单最基本的幂函数的图像和性质.

本节重点是: 幂函数的性质.

本节难点是: 在“比大小”的题目中, 与之对应的幂函数(指数函数)的选择与确定.

第七节是关于 n 次根式和分数指数幂的内容, 是把原来的初中知识调整到现在的高中内容中, 所以我们的教材在讲指数函数之前, 必须补讲 n 次根式和分数指数幂.

本节重点是：分数指数幂的概念和运算性质.

本节难点是： $\sqrt[n]{a}$ 不一定等于 a 的理解.

第八节是通过实例引入了指数函数的概念，并研究了 $a > 1$ 、 $0 < a < 1$ 两种情况下 $y = a^x$ 的图像和性质.

本节重点是：指数函数的图像和性质.

本节难点是：在“比大小”的题目中，与之对应的指数函数（幂函数）的选择与确定.

第九节是关于对数的内容，是把原来的初中知识调整到现在的高中内容中，所以我们的教材在讲对数函数之前，必须补讲对数的概念、基本性质和运算性质. 由于计算器和计算机的普及，大量的对数运算工作可由计算器或计算机代劳.

本节重点是：对数的概念和运算性质.

本节难点是：对数的概念.

第十节是在学习了反函数的基础上，直接把指数函数的反函数定义为对数函数，然后研究了 $a > 1$ 、 $0 < a < 1$ 两种情况下 $y = \log_a x$ 的图像和性质.

本节重点是：对数函数的图像和性质.

本节难点是：对数函数的概念.

三、课时分配建议

本章教学约需 24 课时，具体分配如下（仅供参考）：

§ 1.1	集合的概念	约 3 课时
§ 1.2	集合的运算	约 2 课时
§ 1.3	简单的不等式与区间	约 3 课时

§ 1.4	函数	约 3 课时
§ 1.5	反函数	约 1 课时
§ 1.6	幂函数	约 2 课时
§ 1.7	指数	约 2 课时
§ 1.8	指数函数	约 2 课时
§ 1.9	对数	约 2 课时
§ 1.10	对数函数	约 2 课时
	小结与习题课	约 2 课时

四、各节教学建议

§ 1.1 集合的概念

●本节重点的处理建议

1. 历史上, 许多人想给出集合概念的确切定义. 例如, 集合论的创始人德国数学家乔治·康托尔 (George Cantor, 1845—1918) 最初把集合的概念叙述为: “一组确定的、人们在直觉或思维上的不同对象, 作为一个整体来想像, 就称为一个集合.” 但是都未能给出令人接受的定义. 研究表明, 把它作为原始的基本概念, 更有利于数学乃至科学的发展.

在初中数学教材中就出现了“集合”这个名词. 由于集合是一个原始概念, 这同初中几何里的点、线、面是不加定义的原始概念类似, 所以在我们的教材中, 也只能对集合给予描述性的说明. 因此, 建议在教学过程中, 要善于采用举例子、打比方的方法引进并解释集合和元素这两个概念. 教学实践经验

表明，只要教师说清楚了这一点，学生是能理解的。

2. 集合是由它的元素决定的，常用的表示集合的方法只有列举法和描述法两种，而借助图形来表示集合应归属描述法的范围。列举法的优点是能直接看清楚集合中的元素；描述法的优点是能直接了解到集合中元素的共同属性。因此，建议老师们注意以下几点：

(1) 对于一个给定的集合，究竟用哪种方法表示，要视具体情况而定。如，{绝对值小于3的整数}宜用列举法表示为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ；{大于-1小于3的实数}宜用描述法表示为 $\{x | -1 < x < 3, x \in \mathbf{R}\}$ ，这是由于实数的稠密性决定的，无法将它用列举法表示。

(2) 数集中的元素 x 取实数时，所用的说明“ $x \in \mathbf{R}$ ”一般可以省略不写。如 $\{x | -1 < x < 3, x \in \mathbf{R}\}$ ，今后可写为 $\{x | -1 < x < 3\}$ 。

(3) 列举法较易被学生所掌握。但由于用描述法表示集合的结果不惟一，所以对描述法，教师要多举例子，让学生多做练习。如，由北京市一个城市构成的集合，可表示为 $\{x | x \text{ 是中华人民共和国的首都}\}$ 或 $\{x | x \text{ 是中国具有明、清两代故宫的城市}\}$ ，还可以表示为 {北京市}。

(4) 利用图形表示集合常用两种形式：一是在数轴上表示数集；二是用封闭曲线的内部表示集合。在表示集合之间关系时，可根据其关系，用图形表示。如，设 $A = \{\text{平行四边形}\}$ ， $B = \{\text{菱形}\}$ ， $C = \{\text{矩形}\}$ ， $D = \{\text{正方形}\}$ ，用图形表示它们之间的关系如图 1-1 所示。

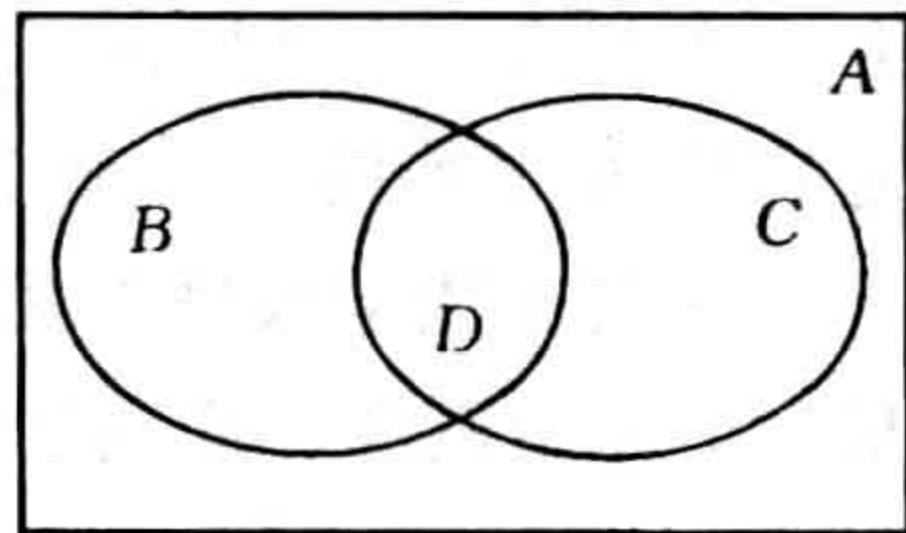


图 1-1

●本节难点的处理建议

1. 集合中元素的确定性, 是构成一个集合最重要的条件之一. 对此, 建议教师通过“举反例”进行说明. 如“高个子人”、“年轻人”、“性格开朗的人”等都不能构成一个“集合”.

2. 为了使学生比较容易地分辨集合, 教材是从集合中所含元素的个数的角度出发, 把集合区别为无限集、有限集、单元素集、空集.

空集的引入可通过解 $x^2 + 1 = 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 来引入.

引入空集概念后, 可比较下列记号的区别:

$\{ \}$ 与 $\{0\}$, $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$, 0 与 $\{0\}$.

●本节其他注意事项或建议

1. 关于集合的表示法, 学生易犯下列错误, 请教师予以分析和防止:

(1) $\{x | 3x + 2 < 4x - 1\} = \{x > 3\}$. 错误在于, $\{x > 3\}$ 只表示以 $x > 3$ 这一个不等式为元素的集合, 它是一个单元素集, 而不能表示不等式 $3x + 2 < 4x - 1$ 的解集. 造成这类错误的原因, 除了粗心大意之外, 还在于没能正确掌握用描述法表示集合的一般形式 $\{x | p(x)\}$. 正确的写法应该为 $\{x | 3x + 2 < 4x - 1\} = \{x | x > 3\}$.

(2) $\left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 4x + y = 6, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases} \right. \right\} = \{1, 2\}$. 错误在于, 把点集写成了数集, 把单元素集写成了具有两个元素的集合. 正

确写法应该为 $\left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 4x + y = 6, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases} \right. \right\} = \{(1, 2)\}$, 因为可把

$\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$ 写成点的坐标 $(1, 2)$.

(3) 类似 $Z = \{\text{全体整数}\}$ 的错误. 正确写法应该为 $Z = \{\text{整数}\}$, 因为用来表示集合的花括号已有概括“全体元素”之意, 所以在花括号之内应该去掉“全体”、“所有”之类的形容词.

(4) 类似于把空集 $\emptyset$ 写成 $\{\emptyset\}$ 、把实数集 R 写成 $\{R\}$ 的错误.

(5) 把 $\{0\}$ 写成空集 $\emptyset$ 的错误.

2. 在子集的教学过程中, 对概念的解释, 要求教师的语言必须确切, 谨防偏差. 如, 不能把“A是B的子集”解释为: A是由B的部分元素组成的集合. 因为这种解释将导致如下两个矛盾:

(1) 这种解释与“空集 $\emptyset$ 是任何集合的子集”之规定矛盾. 因为空集 $\emptyset$ 不含任何元素, 所以“部分元素”无从谈起.

(2) 这种解释与“任何一个集合A是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$ ”矛盾. 因为这里作为子集的A, 包含了集合A的全部元素, 而不是“部分元素”.

3. $A \subseteq B$ 的实质包括 $A \subsetneq B$ 或 $A = B$ 两种情况, 其中必有一种且只有一种情况成立. 反之, $A \subsetneq B$ 或 $A = B$ 都可以表示为 $A \subseteq B$. $A \subsetneq B$ 的例子如下, 设 $A = \{x | 2x^2 - 5x + 2 > 0\}$, $B = \{x | -x^2 + 3x - 2 < 0\}$, 由于 $A = \left\{ x \mid x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 2 \right\}$, $B = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, 所以, $A \subsetneq B$.

如图 1-2 所示.

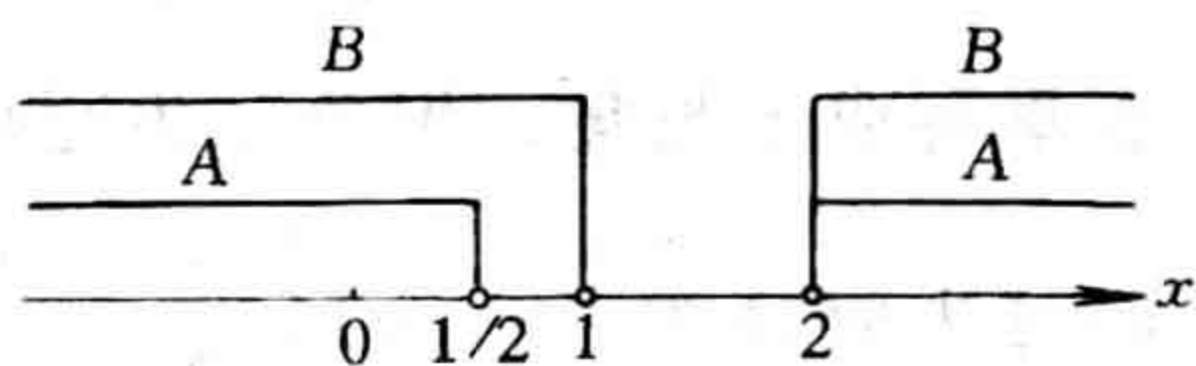


图 1-2

4. 按照国家标准, 自然数集应包括 0 元素, 请教师们注意这一点。

§ 1.2 集合的运算

●本节重点的处理建议

广义地说, 任意两个非空集 A 与 B 的“位置”关系, 有且只有图 1-3 所示的三种情形. 因此, 在讲交集、并集时, 可以一次性地将这三种情形全部介绍给学生, 然后分别用阴影线表示交集、并集, 这样利用图形的形象直观性, 有助于学生对交集、并集的理解和掌握.

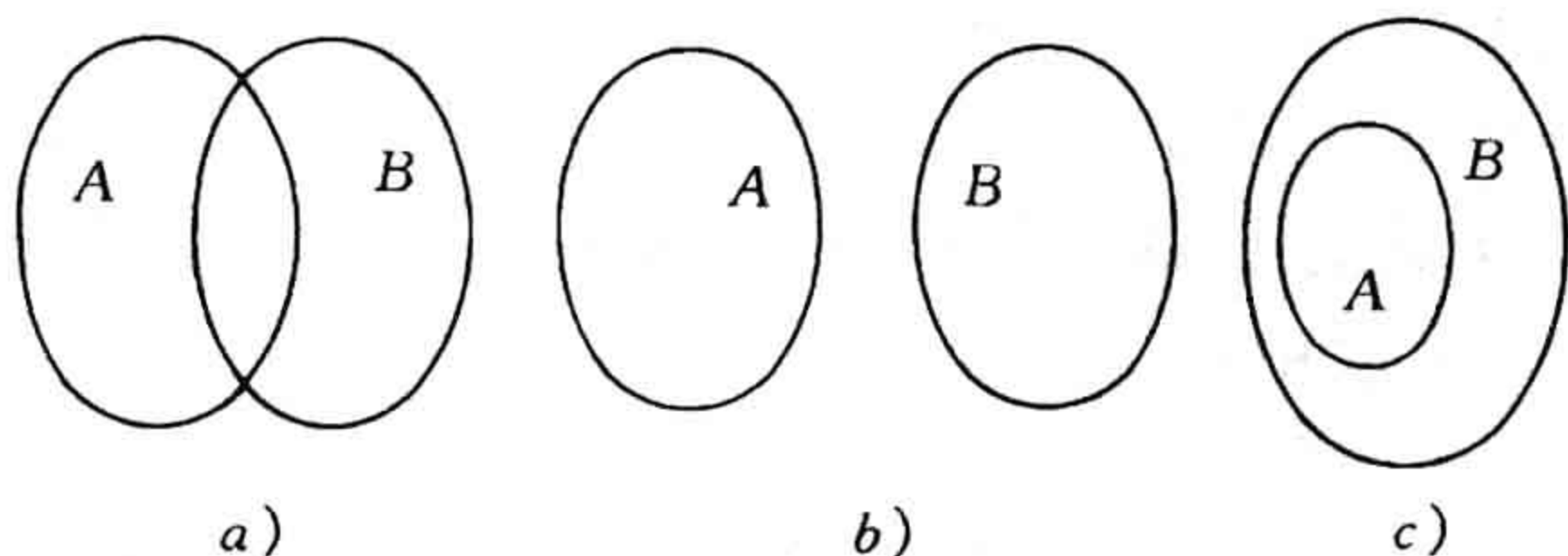


图 1-3

●本节难点的处理建议

首先, 把例 3 中 $A = \{(x, y) | y = -4x + 6\}$ 和 $B = \{(x, y) | y = 5x - 3\}$ 看作是 $y = -4x + 6$ 和 $y = 5x - 3$ 的解集, 再由方程组 $\begin{cases} y = -4x + 6, \\ y = 5x - 3. \end{cases}$ 的解的定义去“扣” $A \cap B$ 的定义.

●本节其他注意事项或建议

1. 在学生学过的初中代数中, “运算”一词只用于数或式. 作为本节的“导语”, 首先应向学生指出: 所谓集合的运算, 就是根据两个已知集合, 按照某种运算法则, 得到一个新的集合. 这里, 建议教师注意以下两点:

(1) 当且仅当通过多个集合产生新的集合时, 才称得上

是集合的一种运算，否则不属于集合运算的范畴.

(2) 显然，子集仅仅刻画了集合与集合之间的一种（局部与整体）关系，并没有新的集合产生，所以子集不属于集合运算的范畴.

2. 教材是按由简到繁、由易到难的原则，分别利用两个学生熟知的问题作为引例，讲解交集、并集的概念，这是非常必要的.

§ 1.3 简单的不等式与区间

●本节重点的处理建议

对于 $|kx + b| \geq a$ 、 $|kx + b| \leq a$ ($a > 0$) 型的不等式， $b^2 - 4ac > 0$ 条件下 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 、 $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($a > 0$) 型的不等式，其解法规律都可以概括为“大于等于取两边，小于等于取中间”.

所谓“大于等于”是指 $|kx + b| \geq a$ 和 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 中的 $\geq$ ；所谓“小于等于”是指 $|kx + b| \leq a$ 和 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 中的 $\leq$. 所谓“取两边”，对于 $|kx + b| \geq a$ 是指数轴上点 $-a$ 和 a 的两边，可以去掉绝对值符号；对于 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 是指数轴上 x_1 和 x_2 的两边（ x_1 、 x_2 为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根）. 所谓“取中间”，对于 $|kx + b| \leq a$ 是指数轴上点 $-a$ 和 a 的中间，可以去掉绝对值符号；对于 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 是指数轴上 x_1 和 x_2 的中间（ x_1 、 x_2 为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根）.

实践经验表明，将上述口诀教给学生，并利用数轴解释具体含义，可提高教学效果.

●本节难点的处理建议

首先，限于学生的接受能力，此处不要笼统介绍 ∞ ，而应具体地解释 $+\infty$ 和 $-\infty$. 其次，要画出数轴，先说明 $+\infty$

表示某个变量沿着数轴的正方向越变越大，永无止境，然后类似说明 $-\infty$ 。第三，正因为 $+\infty$ 和 $-\infty$ 这两个符号是用来刻画实数在正、负两个方向上的无限变化趋势，所以它们并不是表示某个确定的数，因而在有关区间的书写过程中，只能用圆括号，而不能用方括号。

●本节其他注意事项或建议

1. 根据目前技工学校学生的实际水平，建议在本节教学过程中，要根据具体情况适当复习初中数学的有关内容。学生在初中学过：对任何一元一次不等式，总可以通过去分母、去括号、移项、合并同类项、不等式两边同除以未知数的系数等步骤，把原不等式化为最简不等式（即直接表明未知数本身的取值范围的不等式）。这个过程称为解不等式。

2. 关于不等式的有关概念，作如下整理，仅供教师参考：

定义 1 两个实数或函数之间，用符号 $>$ 或 $<$ 连结所成的式子，称为不等式。

定义 2 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 。若 $a - b > 0$ ，则称 a 大于 b ，记作 $a > b$ ；若 $a - b < 0$ ，则称 a 小于 b ，记作 $a < b$ 。

定义 3 在不等式 $a > b$ 或 $a < b$ 中， a 称为不等式的左边， b 称为不等式的右边。

定义 4 形如 $a > b$ 和 $c > d$ ，或 $a < b$ 和 $c < d$ 的两个不等式，称为同向不等式；形如 $a > b$ 和 $c < d$ ，或 $a < b$ 和 $c > d$ 的两个不等式，称为逆向不等式。

有时，为了区别 $a < b$ 和 $a \leq b$ ，前者称为严格不等式；后者称为 a 不超过 b ，其含义为： $a < b$ 或 $a = b$ 。

3. 关于不等式的性质，作如下整理，仅供教师参考：

性质 1（对逆性）：

$$a > b \Rightarrow b < a;$$

$$a < b \Rightarrow b > a.$$