大 学 数 学 教 程

线性代数

第二版

山东大学数学学院

刘建亚 吴 臻 主编

秦 静 金 辉 傅国华 编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

大　学　数　学　教　程

线性代数

Xianxing Daishu

第二版

山东大学数学学院

刘建亚　吴　臻　主编

秦　静　金　辉　傅国华　编

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容简介

本书根据高等学校非数学类专业线性代数课程的教学要求和教学大纲，在吸收国内外优秀教材的优点并结合多年教学经验的基础上编写而成. 主要内容包括矩阵、n 维向量、线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、二次型. 本书兼顾不同专业、不同学时的需要，适当安排了一些选学章节. 其中，加一个“*”号的内容为对数学要求较高的专业所用，加两个“*”号的内容可供教师选用或学有余力的学生课外阅读. 书中每章配有 MATLAB 运算实例，书末附有习题参考答案和数学建模应用举例.

本书可供高等学校非数学类专业学生使用，也可供科技工作者学习参考. 读者可登录 http://202.194.15.128/xxds 浏览和下载国家精品课程教学资源.

图书在版编目(CIP)数据

大学数学教程. 线性代数/刘建亚，吴臻主编；秦静，金辉，傅国华编. —2 版. —北京：高等教育出版社，2011.6

ISBN 978-7-04-032299-6

Ⅰ.①大… Ⅱ.①刘…②吴…③秦…④金…⑤傅… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材②线性代数-高等学校-教材 Ⅳ.①O13 ②O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 084125 号

策划编辑 于丽娜　责任编辑 兰莹莹　封面设计 张志奇　版式设计 马敬茹
责任校对 刘春萍　责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印　　刷 中国农业出版社印刷厂
开　　本 787×960 1/16
印　　张 11.75
字　　数 210 000
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2003 年 1 月第 1 版
　　　　 2011 年 6 月第 2 版
印　　次 2011 年 6 月第 1 次印刷
定　　价 16.60 元

物 料 号 32299-00

大学数学教程
编委会

主　编　刘建亚　吴　臻

编　委　(按姓氏笔画排列)

刁在筠　包芳勋　叶　宏　吕　同　许闻天
张天德　张光明　郑修才　金　辉　胡发胜
秦　静　傅国华　蒋晓芸

第二版前言

本套教材是由山东大学数学学院具有丰富教学经验的一线教师编写的，第一版是普通高等教育“十五”国家级规划教材，包括《微积分 1》、《微积分 2》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《复变函数与积分变换》五册. 经过多年的教学实践，山东大学数学学院在大学数学课程建设和教学改革方面取得了可喜的成绩. 微积分与数学实验、线性代数、复变函数与积分变换分别于 2007 年、2006 年、2010 年被评为国家精品课程，由刘建亚教授作为带头人的大学数学系列课程教学团队被评为 2007 年度国家级教学团队.

为更好地将优秀教学改革成果运用并推广开来，根据当前的教学实际，山东大学数学学院组织中坚力量，对第一版进行了修订. 在保持本书第一版优点、特色前提下，新版教材注重与中学教学内容的衔接，增加了与中学数学接轨的部分内容；增选一些国外教材中的案例、例题和习题，力求题型新颖. 为更好地将数学建模思想融入教学，培养学生的建模思想和意识，通过增设有关章节介绍与教学内容相关的建模案例，全方位提升学生的综合素质和创新能力. 新版教材力求做到符合大学数学课程教学基本要求，知识结构符合认知规律，同时渗透现代数学思想，加强应用能力培养，便于学生学习和教师教学.

本书为《线性代数》分册，在第一版的基础上，对教材中定义、定理的表述和论证不同程度地有所加强，并重新编写了部分章节，不仅有效地启发了学生的数学思维，还能使学生学以致用. 新版对例题、习题做了增加或修改，根据不同难度和类别，一些问题给出详尽的证明，让学生模仿学习；一些问题仅给出证明概要，让学生给出证明的细节；还有一些问题交给学生练习. 同时注意兼容各种基本知识与题型，难易结合，为学生留有选择的空间，满足各层次学生的需求.

本次修订工作由秦静、金辉完成，有关 MATLAB 的内容由傅国华编写. 刘建亚教授、吴臻教授按照丛书总体要求对修改框架提出了具体建议，刘桂真教授审定了本书. 在本书修订过程中，我们得到山东大学教务处、山东大学数学学院领导及同事们的大力支持，兄弟院校的同行也对此次修订提出了不少宝贵建议，在此，我们表示衷心感谢！

限于编者水平，新版中难免存在不足，欢迎广大专家、同行与读者批评指正.

编　者

2011 年 2 月

第一版前言

按传统的观点，在大学里除数学类各专业外，数学只是理、工类专业学生的基础课，是学习后续课程和解决某些实际问题的工具．随着社会的进步、科学技术的发展和高等教育水平的不断提高，数学已渗透到包括经济、金融、信息、社会等各个领域，人们越来越深刻地认识到过去看法的不足，越来越深刻地认识到数学教育在高等教育中的重要性，数学不仅是基础、是工具，更重要的，数学是探索物质世界运动机理的重要手段，是一种思维模式——数学思维模式，数学教育是培养大学生理性思维品格和思辨能力的重要载体，是开发大学生潜在能动性和创造力的重要基础；同时，数学又是一种文化——数学文化，它显示着千百年来人类文化的缩微景象，也是当代大学生必须具备的文化修养之一．因此大学数学不仅是理工类学生应该学习的，而且也是大学各类专业都应该学习的课程，数学教育是大学生素质教育的重要组成部分．当然，不同类型专业对数学的要求和内容会有所不同．

为了适应新世纪我国高等教育迅速发展的形势和实行学分制的需要，满足新时期高等教育人才培养拓宽口径、增强适应性对数学教育的要求，山东大学数学与系统科学学院从2000年开始按照教育部《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的精神和要求，在学院领导的亲自参与下，组织部分教师对非数学类专业大学数学的课程体系进行了认真深入的研究和认证．针对大学数学是高校非数学类专业所有大学生应当具有的素质，又考虑到不同专业的要求深浅不同，内容多少各异的实际情况，制订了适应这种情况的新课程体系．新课程体系的主要特点是采取平台加模块的结构，整个大学数学的课程共分三个平台，不同平台反映了不同专业对数学知识的不同层次、级别要求，体现数学知识结构和大学生认知结构的统一．鉴于人类认识是从感性到理性，由易到难，由浅入深的，因此第一平台(包括微积分(一)、线性代数和概率统计)是体现高等数学的普及和基础，体现所有各专业应当具有的数学素质教育，主要侧重基本概念和基本方法，加强基本运算，努力渗透基本数学思想；第二平台是对第一平台基本概念的加深和知识方法的拓宽，在本平台中还适当体现出数学理论的系统性和严谨性；第三平台（包括数学建模、数值分析、数理方程、复变函数和积分变换、运筹学等）则是为满足某些对数学知识和方法有

特殊要求的专业而设置. 各平台的教学内容由浅入深，反映不同专业对数学知识和内容的不同要求；各平台的内容又采取模块组合的方式，模块间相对独立，各专业亦可根据本专业的需要，选用不同的模块组合，这样就使得新的课程体系具有更大的灵活性，能够满足不同层次、不同要求的专业对数学教学的需求. 另外，新课程体系还将利用计算机解决数学问题的数学实验融入其中，做到理论和实践的有机结合.

山东大学教务处对新课程体系给予充分的肯定，并大力支持按新课程体系编写相应的教材. 在我们初稿完成之后，教务处安排几个专业的学生先行试用，并在此基础上加以修改完善. 目前，已完成了前两个平台共计四册的教材编写和修改. 其中，微积分为两册，分属两个平台；线性代数和概率统计各一册. 这套教材的特点除上述平台加模块的结构外，还有以下特色：

1. 内容少而精，体现素质教育，突出数学思想. 我们重点介绍大学数学中的基本概念和基本方法；从培养读者的能力和提高素质的着眼点，有选择地保留了部分定理、性质的证明，对那些用类似的技巧方法，或者读者举一反三可以理解或自学的证明部分省略或简化处理.

2. 扩大了读者的知识面. 我们将各专业的不同需求的数学内容融进了一套教材中. 主要的做法是：用“*”号标明了不同层次对数学的要求；从不同的学科例题分析中引进基本概念；阐述基本内容在各主要学科中的应用；习题中涉及多学科. 这使不同专业的读者可以了解到大学数学中的相关知识在其他专业中的应用. 这在知识经济时代是非常必要的. 另一方面，可以满足目前多数读者希望跨学科获取更多知识的愿望. 如在数学要求较低的专业学习的读者希望学习更多的数学知识(如跨学科考研或工作需要)时，可以从同一本书中按“*”号的标示中获取. 当然，教师在授课时可按本专业的要求有选择地使用.

3. 与中学知识相衔接，易教易学. 对一些较困难，不易被刚进大学的学生所接受的内容，如极限的“$\varepsilon-N$”，“$\varepsilon-\delta$”定义，以及部分不影响整体结构的较困难内容，如泰勒中值定理等均放入第二平台. 希望这使读者对数学增添兴趣，提高学习的自信心.

4. 总学时减少，可在原定学时中学习更多、更新的知识.

5. 各节后的习题配置除基本练习外，还有部分综合练习题，以提高读者分析问题、解决问题的能力. 综合练习题多置于每节习题后且配以“*”号标示.

6. 增添了利用计算机解决数学问题的内容，在每章后均有解决本章主要

问题的 MATLAB 程序和例题演示. 书后附有通用数学软件 MATLAB 简介并附有软盘.

7. 本套书附有在数学发展史中一些著名数学家的简介. 从这些数学家辉煌成就背后的艰苦奋斗故事中，希望可以激发读者学习的热情和兴趣.

本套书由山东大学数学与系统科学学院组织部分有较高水平和丰富教学经验的教师集体编写，最后聘请有关专家审定. 在长达近两年的编写过程中，学院领导给予了极大的关注、支持和具体指导，为此曾多次召开各种类型的会议反复论证，几易手稿.

大学数学教程的主编是刘建亚. 线性代数部分由秦静(第 1,3,4,5 章)、潘建勋(第 2 章)编写，由秦静完成统稿及改写工作，刘桂真教授审定. 各册的数学实验内容由傅国华编写；数学家简介由包芳勋编写.

本套教材作为普通高等教育“十五”国家级重点教材正式出版，是教育改革的产物. 在此，我们感谢山东大学教务处、山东大学出版基金委、山东大学数学学院领导的远见卓识，以及对改革和教材出版的鼎力支持. 感谢仪洪勋、江守礼教授对我们的鼓励和帮助. 我们特别感谢高等教育出版社，由于他们的指导和帮助才使本书顺利与读者见面.

新时期大学数学的教学改革是一项非常紧迫、非常重要，也是非常艰巨的工作. 限于编者水平，本书肯定会有许多不足和缺点，乃至问题，恳请读者批评指正.

编　者

2002 年 4 月

目　录

第1章　矩　　阵

矩阵是线性代数的主要研究对象之一. 它的理论在自然科学、工程技术、社会科学等各个领域都有着广泛的应用. 矩阵作为一些抽象数学结构的具体表现，在数学研究中占有极重要的位置.

本章从实际问题出发，引出矩阵的概念，进而介绍矩阵的运算、矩阵运算的性质及一些特殊类型的矩阵.

§1.1　矩阵的概念

这一节主要介绍矩阵的定义及几种特殊矩阵.

1. 矩阵概念的引进

例 1.1.1　四个城市 A, B, C, D 之间的航线如图 1.1.1 所示，若从城市 A 到城市 B 有航班，则用线段连接 A, B，并在线段上从 A 到 B 的方向画一个箭头. 图 1.1.1 表示了四城市间的航班图.

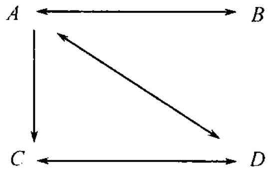

图 1.1.1

通常可由一个数表来表示四城市间的航班情况. 在表 1.1.1 中，用“1”表示此城市到彼城市有航班，“0”表示没有.

表 1.1.1

		进	港		
		A	B	C	D
出港	A	0	1	1	1
	B	1	0	0	0
	C	0	0	0	1
	D	1	0	1	0

例 1.1.2　在某地区有一种物资，有 m 个产地 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 和 n 个销地 $B_1, B_2, \cdots, B_n$，用 a_{ij}表示由产地 A_i 运到销地 B_j 的数量，则调运方案可排成一个数表，见表 1.1.2.

表 1.1.2

	B_1	B_2	$\cdots$	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}

例 1.1.3 某地有一个煤矿，一个发电厂和一条铁路，经成本核算，每生产价值 1 元钱的煤，需消耗 0.3 元的电，为了把这 1 元钱的煤运出去，需要花费 0.2 元的运费；每生产价值 1 元钱的电，需要 0.6 元的煤作燃料，为了运行电厂的辅助设备，要消耗本身 0.1 元的电，还需花费 0.1 元的运费；作为铁路部门，每提供 1 元钱运费的运输，要消耗 0.5 元的煤，辅助设备要消耗 0.1 元的电. 煤矿、电厂与铁路部门之间的消耗可用表 1.1.3 表示.

表 1.1.3

	煤矿	电厂	铁路
煤矿	0	0.6	0.5
电厂	0.3	0.1	0.1
铁路	0.2	0.1	0

这些例子表明，不只是数学本身，而且在各种自然科学和社会科学中都经常通过数表来表达相互之间的关系. 从这些数表中，我们抽象出矩阵的概念.

2. 矩阵的定义

定义 1.1.1 由 $m\times n$ 个数 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n)$ 按一定顺序排成的 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{1.1.1}$$

称为 $m\times n$ 矩阵(或 m 行 n 列矩阵)，简称**矩阵**. 横的各排称为矩阵的**行**，竖的各排称为矩阵的**列**，a_{ij}称为矩阵的第 i 行第 j 列的**元素**.

元素为实数的矩阵称为实矩阵. 我们主要讨论实矩阵.

矩阵通常用大写字母 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$ 等表示，例如，

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

有时上面的矩阵也可简记为 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，下标 $m\times n$ 表示矩阵的行数为 m，列数为 n.

当 $m=n$，即矩阵的行数与列数相同时，称矩阵为 n 阶方阵或 n 阶矩阵，在 n 阶**方阵 A** 中，元素 $a_{ii}(i=1,2,\cdots,n)$ 排成的对角线称为方阵 A 的**主对角线**.

当 $m=1$ 时，得到一个 1 行 n 列的矩阵

$$A_{1\times n}=(a_{11}\quad a_{12}\quad \cdots\quad a_{1n}),$$

称它为**行矩阵**.

当 $n=1$ 时，得到一个 m 行 1 列的矩阵

$$A_{m\times 1}=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix},$$

称它为列矩阵.

由矩阵的定义 1.1.1 知，例 1.1.1 的数表可表示为一个 4 阶方阵

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

一般地，若干个点之间的单向通道都可用这样的矩阵表示.

例 1.1.2 的数表可表示为一个 $m\times n$ 的矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$；例 1.1.3 的数表可表示为一个 3 阶方阵.

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.5 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}.$$

这个矩阵被称作**消耗矩阵**，是投入产出问题中一个非常重要的矩阵.

必须注意：矩阵表示的是一个数表，不是一个具体的数.

3. 几种特殊矩阵

在使用矩阵解决问题时，我们经常会遇到以下几种特殊矩阵.

(1) 零矩阵

当一个矩阵的元素 a_{ij} 全部为零时，这个矩阵称为**零矩阵**，简称**零阵**，记为 $\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{O}_{m\times n}$.

(2) 对角矩阵

一个 n 阶方阵，若除主对角线上的元素 $a_{ii}(i=1,2,\cdots,n)$ 外，其余元素全部为零，则称这个矩阵为**对角矩阵**，对角矩阵通常用 $\boldsymbol{\Lambda}$ 表示，即

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

其中，非主对角线上的零元素可省略不写. 对角矩阵也可记为

$$\mathrm{diag}\{a_{11},a_{22},\cdots,a_{nn}\}.$$

(3) 单位矩阵

主对角线上的元素全为 1 的对角矩阵称为**单位矩阵**. n 阶单位矩阵通常用 $\boldsymbol{E}_n$ 表示，下标 n 表示单位矩阵的阶数，有时也简记为 $\boldsymbol{E}$，即

$$\boldsymbol{E}_n=\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix}.$$

(4) 标量矩阵

主对角线上的元素全为常数 k 的对角矩阵称为**标量矩阵**，即

$$\begin{pmatrix} k & & & \\ & k & & \\ & & \ddots & \\ & & & k \end{pmatrix}.$$

(5) 三角形矩阵

主对角线下(上)面的元素全为零的方阵称为**上(下)三角形矩阵**. 上、下三角形矩阵统称为**三角形矩阵**.

(6) 阶梯形矩阵

设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，若当 $i>j(i<j)$ 时恒有 $a_{ij}=0$，且 $\boldsymbol{A}$ 中各行第一个(最后一个)非零元素前(后)面零元素的个数随行数增大而增加(减少)，则称 $\boldsymbol{A}$ 为**上(下)阶梯形矩阵**.

换言之，对上(下)阶梯形矩阵，可画出一条阶梯线，线的下(上)方全为0；每个台阶只有一行，台阶数即是非零行的行数，阶梯线的竖线(每段竖线的长度为一行)后(前)面的第一个元素为非零元，也就是非零行的第一个(最后一个)非零元. 例如

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

都是上阶梯形矩阵；而

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

都是下阶梯形矩阵.

§1.2 矩阵的运算

矩阵的运算主要包括矩阵的线性运算、乘法运算与矩阵的转置. 这些运算有的与通常数的运算相似，有的则有很大区别.

1. 矩阵的线性运算

矩阵的加、减法与数乘运算称为**线性运算**，在介绍这些运算之前，我们先介绍矩阵相等的概念.

（1）矩阵的相等

定义 1.2.1 若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的行数与列数分别相等，则称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 是同型矩阵；若 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 是同型矩阵且对应元素相同，则称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相等，即

设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$，则 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 为同型矩阵；若还有 $a_{ij}=b_{ij}$，$(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$，则 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$.

例 1.2.1 设

$$\begin{pmatrix} x+y & 2z+w \\ x-y & z-w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

求 x，y，z，w.

解 由定义 1.2.1，知

$$\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=3, \\ 2z+w=2, \\ z-w=4. \end{cases}$$

解得 $x=2$，$y=-1$，$z=2$，$w=-2$.

（2）矩阵的加、减法

先看一个例子.

例 1.2.2　将两种物资(单位:吨)从两个产地运往三个销地，调运方案分别用矩阵表示如下：

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{销地 1} & \text{销地 2} & \text{销地 3} \end{array} \\ A = & \left(\begin{array}{ccc} 10 & 8 & 8 \\ 7 & 3 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \text{产地 1} \\ \text{产地 2} \end{array} \end{array}$$

(第 1 种物资)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{销地 1} & \text{销地 2} & \text{销地 3} \end{array} \\ B = & \left(\begin{array}{ccc} 5 & 10 & 8 \\ 15 & 0 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \text{产地 1} \\ \text{产地 2} \end{array} \end{array}$$

(第 2 种物资)

现在问从产地 1 运往销地 3 的两种物资的总量是多少?

解　将两个矩阵中对应的分量 $a_{13}=8$ 与 $b_{13}=8$ 相加，即知从产地 1 运往销地 3 的两种物资的总量为 16 吨.

同理可求得从产地 1 运往销地 1 与销地 2 的两种物资的总量；从产地 2 运往销地 1，2，3 的两种物资的总量. 并进一步可得到从各产地运往各销地的两种物资的总调运方案. 用矩阵表示如下：

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{销地 1} & \text{销地 2} & \text{销地 3} \end{array} \\ C = & \left(\begin{array}{ccc} 10+5 & 8+10 & 8+8 \\ 7+15 & 3+0 & 0+4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \text{产地 1} \\ \text{产地 2} \end{array} \end{array}$$

定义 1.2.2　设同型矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$ 与 $\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$，称矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ij})_{m\times n}=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的和，记为 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$.

由此定义，例 1.2.2 中从各产地运往各销地的总调运方案就是两个矩阵的和，即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} &= \begin{pmatrix} 10+5 & 8+10 & 8+8 \\ 7+15 & 3+0 & 0+4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 15 & 18 & 16 \\ 22 & 3 & 4 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

必须注意，只有同型矩阵才能相加，其和矩阵仍是与它们同型的矩阵，并且和矩阵的元素是两个矩阵对应元素的和.

称矩阵

$$\begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \cdots & -a_{mn} \end{pmatrix}$$