状元

学习方案

ZHUANGYUAN

XUEXIFANGAN

九年级数学 下

浙教版

YZLI0890141408

学案=方法+考点

状元=有方法+知考点

北京出版集团公司

北京教育出版社

★内含教材习题答案

状元学习方案

ZHUANGYUAN XUEXIFANGAN

宁波市鄞州区图书馆
藏书
YZLI

九年级数学 下

浙教版

主　　编：刘　强
本册主编：鞠立杰　黄海涛
本册编者：王淑芬　张明波

YZLI0890141408

北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

状元学习方案:浙教版.九年级数学.下/刘强主编.
—北京:北京教育出版社,2011.9
ISBN 978-7-5303-9035-1

Ⅰ.①状… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①中学数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第203741号

状元学习方案

九年级数学(浙教版)下

刘 强 主编

*

北京出版集团公司
北京教育出版社 出版
(北京北三环中路6号)
邮政编码:100120
网址:www.bph.com.cn
北京出版集团公司总发行
全国各地书店经销
北京市后沙峪印刷厂印刷

*

880×1230 32开本 7.125印张 140000字
2011年10月第1版 2011年10月第1次印刷

ISBN 978-7-5303-9035-1
定价:14.80元

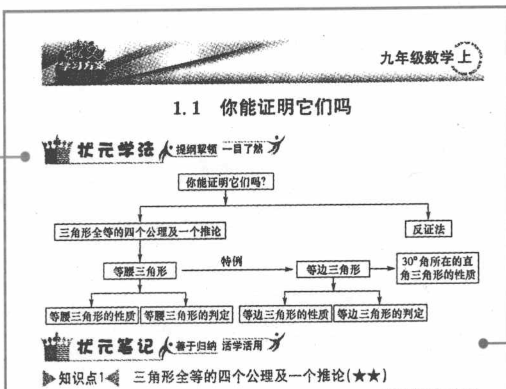
版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393

学案=方法+考点
状元=有方法+知考点

通过对状元的走访和研究发现，状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥，很少“失常”发挥，这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究，源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

栏目功能说明


九年级数学上

1.1　你能证明它们吗

状元学法　提纲挈领　一目了然

状元笔记　善于归纳　活学活用

知识点1　三角形全等的四个公理及一个推论(★★)

全等三角形的判定方法有四个:三个公理 SSS、SAS、ASA 及推论 AAS.判定两个三角形全等时应依据已知条件准确地选择判定方法.全等三角形的性质公理:全等三角形的对应边相等,对应角相等.在应用该公理时,一定要满足“对应”的条件,否则将得出错误的结论.

易错警示:“AAA”及“SSA”不能用来判定两个三角形全等.

评注:在两个三角形中,已知“三对对应角相等”(简记“AAA”)及“两边和其中一边的对角对应相等”(简记“SSA”)不能用来判定两个三角形全等.比如图 1-1-1 中的 $DE\parallel BC$,则 $\angle ADE=\angle B$, $\angle AED=\angle C$, $\angle A=\angle A$,但显然 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 不全等;比如图 1-1-2 中 $AD=AC$,这样在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ABC$ 中,有 $AB=AB$, $AD=AC$, $\angle ABD=\angle ABC$,但是显然 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 也不全等.

状元实践　借鉴中考　未雨绸缪

等腰三角形、等边三角形的性质及判定是判定线段、角相等的重要依据,而判定线段、角相等又是判定其他几何结论的两块基石,因此等腰三角形的性质、判定是中考的重要考点,另外含30°角的直角三角形的性质给出了直角三角形中边角之间的关系,是几何计算的重要依据,因此也是中考的重要考点.考查本节知识的题型多样,填空题、选择题、推理证明题、计算题都有可能,分值一般在3~10分之间,属中等难度的题.

例13 (2010·楚雄)已知等腰三角形的一个内角为70°,则另外两个内角的度数是(　　)

A. 55°,55°　B. 70°,40°　C. 55°,55°或70°,40°　D. 以上都不对

【分析】应分两种情况讨论:(1)当顶角为70°时,则两个底角为55°,55°;(2)当底角为70°时,顶角为40°.

2

状元学法

概括本节要点，指明学习方向，链接背景知识，让你整体把握，有的放矢，对本节知识的学习做到心中有数。

状元笔记

采用“讲、例、练”三结合的方式，系统梳理和剖析本节知识，对易错进行警示，从教材出发又适当拓展延伸，让你事半功倍，轻松突破重点难点。

状元实践

再现本节知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。只有知道过去曾经考过什么，做到心中有数，方能立于不败之地。

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)

状元学习方案

学案=方法+考点
状元=有方法+知考点

通过对状元的走访和研究发现，状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥，很少“失常”发挥，这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究，源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

栏目功能说明

状元心得

总结本节的规律方法和易错误区，以表格的形式清楚展示，使学生在学习时事半功倍。

状元素养

精选名人轶事，数学趣话，让学生在掌握课本知识的同时，更能拓展视野，培养学习兴趣。

状元思维

针对本节知识与科技发展、生活实际相联系的问题，或是学科内、学科间的综合问题，进行探究讨论，举例说明。

答案专区

详细分析解题思路，点拨解题方法，方便学生自学，让学生不但知其然，且知其所以然，并养成良好、规范的答题习惯。

第一章　证明(二)

状元心得 图解归纳　了然于胸

规律方法总结	易错误区总结
掌握的打“√”	犯过的打“!”
1. 全等三角形的判定及性质.(　) 2. 等腰三角形的性质及判定.(　) 3. 等边三角形的性质及判定.(　) 4. 在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半.(　) 5. 反证法的定义及简单应用.(　) 6. 等腰三角形的性质及判定的综合应用.(　)	1. 判定两三角形全等时，用了“SSA”.(　) 2. 误把等腰三角形当成等边三角形.(　) 3. 在一些精难的题目中，不知如何添加辅助线.(　) 4. 误认为只要有一角为60°的三角形即为等边三角形.(　) 5. 已知等腰三角形一角的度数(为锐角)求其他角时，没分情况讨论.(　) 6. 已知等腰三角形两边求周长时，没结合三角形三边关系的定理，或漏掉了其中一种情况.(　)

状元素养 补充知识　拓展视野

诺贝尔为何没设数学奖

诺贝尔奖在全世界有很高的地位，许多科学家梦想着能获得诺贝尔奖. 数学被誉为“科学女皇的骑士”，却得不到每年瑞典科学院颁发的诺贝尔奖，过去没有，将来也不会有，因为瑞典著名化学家诺贝尔留下的遗嘱中，没有提出设立数学诺贝尔奖.

状元思维 提高素质　培养兴趣

探究1　等腰三角形中常用辅助线的添加方法(重难点)

方法1：通常作顶角平分线、底边中线、底边高线(最常用).

例9 已知：如图1-1-15所示，$AB=AC$，$BD\perp AC$于点D，求证：$\angle BAC=2\angle DBC$.

【分析】若作顶角$\angle BAC$的平分线交BC于E，则$AE\perp BC$，然后利用直角三角形两锐角互余，可得$\angle 2=\angle DBC$，而$\angle 2=\frac{1}{2}\angle BAC$，故可证出.

证明：作$\angle BAC$的平分线AE交BC于E，

则$\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\angle BAC$.

又$\because AB=AC$，

$\therefore AE\perp BC$.

答案专区 详解详析　启迪思维

1. 解：(1)当顶角为50°时，其余两角为$\frac{180°-50°}{2}=65°$；当底角为50°时，则另一底角也为50°，顶角为$180°-2\times50°=80°$. 故其余两角的度数为65°，65°或50°，80°.

(2)100°的这个角一定为顶角，此时底角为$\frac{180°-100°}{2}=40°$，故其余两角的度数为40°，40°.

7

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)

北教控股

目 录

第二章　简单事件的概率

第三章　直线与圆、圆与圆的位置关系

第四章　投影与三视图

第一章　解直角三角形

本章整体解说

本章的主要内容有三节:锐角三角函数;有关三角函数的计算;解直角三角形.

本章首先从生活中的斜面入手,给出了正弦、余弦、正切三种三角函数的概念及特殊角的三角函数值,给出了用计算器求锐角的三角函数值及由函数值求锐角的度数的方法,最后运用勾股定理及锐角三角函数等知识解直角三角形,进而解决简单的实际问题.

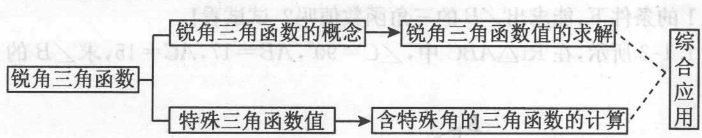
前两节的内容,既是基础,也是为解直角三角形提供理论根据和思想方法,锐角三角函数、解直角三角形既是相似三角形与函数的继续,也是今后学习三角函数的基础.因此,只有学好锐角三角函数和直角三角形的解法,才能继续学习任意角的三角函数及解斜三角形等三角学知识,同时,解直角三角形的知识,既可广泛应用于航海、航空的测量,也有利于培养我们“数形结合”的思想,因此本章的学习要针对性加强,做到切实掌握.

本章的重点:锐角三角函数和直角三角形的解法.

本章的难点:锐角三角函数概念的理解及解直角三角形的思想方法.

1.1　锐角三角函数

状元学法　提纲挈领　一目了然



状元笔记　善于归纳　活学活用

知识点1　锐角三角函数的概念(★★★)

如图 1.1-1 所示,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$\sin A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}$,$\cos A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$,$\tan A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}$,分别叫做锐角$\angle A$ 的正弦、余弦、正切,并统称为锐角$\angle A$ 的三角函数.

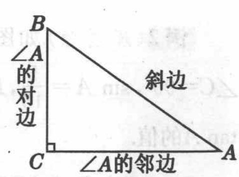


图 1.1-1

注意:对于锐角三角函数:

①要分清直角三角形中一个锐角的对边和邻边.

②三角函数的值是一个比值,这些比值只与锐角的大小有关.当一个锐角值固定时,它的三个函数的值也就确定了.

③任何一个锐角都有三个相应的函数值,不因这个角不在某一个直角三角形内而不存在.

④由三角函数的定义知:$0<\sin A<1$,$0<\cos A<1$.

⑤锐角三角函数揭示了三角形中边与角之间的关系.

易错警示:三角函数的概念是在直角三角形中定义的,在非直角三角形中,$\sin A\neq\frac{BC}{AB}$,$\cos A\neq\frac{AC}{AB}$,$\tan A\neq\frac{BC}{AC}$.

例1 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AC=8$,$BC=6$,求$\angle A$的三角函数值.

【分析】要求$\angle A$的三个三角函数,需先利用勾股定理求出斜边 AB 的长.

【解】如图 1.1-2 所示,在 Rt△ABC 中,$AC=8$,$BC=6$,所以由勾股定理得$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$.

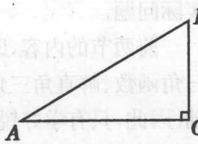


图 1.1-2

所以 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$,

$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$,

$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

点拨:(1)直角三角形中,只要知道直角三角形的各边,即可求出两个锐角的三角函数值.

(2)此类题目常需用勾股定理(已知直角三角形的任意两边求第三边),应注意正确、熟练地应用该定理.

跟踪训练

1. 在例 1 的条件下,能求出$\angle B$的三角函数值吗? 试试看!
2. 如图 1.1-3 所示,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=17$,$AC=15$,求$\angle B$的三角函数值.

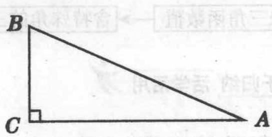


图 1.1-3

例2(原创题)如图 1.1-4 所示,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$\sin A=\frac{5}{13}$,$BC=10$,求 AB 的长、$\cos A$ 和 $\tan A$的值.

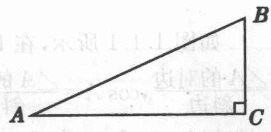


图 1.1-4

【分析】在 Rt△ABC 中,已知 $\sin A=\frac{BC}{AB}$,而 $\sin A=$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

$\frac{5}{13}$，所以$\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，结合 $BC=10$，可求出 AB. 然后利用勾股定理求出 AC 的长，从而求出 $\cos A$ 和 $\tan A$ 的值.

【解】$\because \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，又 $BC=10$，$\therefore AB=26$. 又 $\angle C=90^\circ$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=24$. $\therefore \cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{12}{13}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{5}{12}$.

点拨：本题考查了锐角三角函数的概念，比例的性质以及勾股定理等知识，关键是灵活理解、应用锐角三角函数的概念.

跟踪训练

3. 如图 1.1-5 所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，三边分别用 a、b、c 表示，$\tan B=\frac{1}{3}$，且 $a=3\sqrt{2}$，求 b、c 的长以及$\angle A$ 的三角函数值.

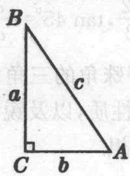


图 1.1-5

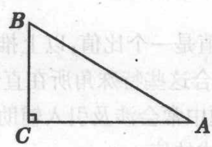


图 1.1-6

4. 如图 1.1-6，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\tan A=\frac{1}{2}$，求 $\sin A$ 和 $\cos A$ 的值.

知识点2　30°、45°、60°的三角函数值(★★★)

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

易错警示：由 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$，可以得到：若 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\alpha=30^\circ$. 同理，若 $\tan\alpha=\sqrt{3}$，则 $\alpha=60^\circ$.

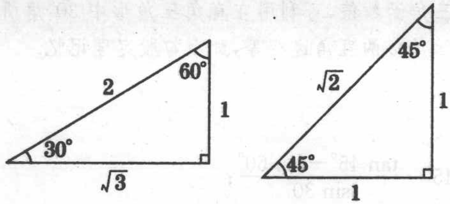


图 1.1-7

注意：对这三个角的三个函数值的记法，可以通过如图 1.1-7 所示的两个特殊的直角三角形来帮助记忆.

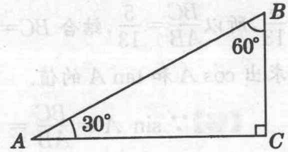


图1.1-8

(1)对于30°、60°角的三角函数值,我们可以结合前面学习的性质"在直角三角形中,如果一个锐角等于30°,那么,它所对的直角边等于斜边的一半"推出,如图1.1-8所示,在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$\angle A=30°$,则$\angle B=60°$.设$\angle A$的对应边长为a,则$AB=2a$,$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3}a$,于是$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$,$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,同样利用此图可求出$\angle B$即60°角的三角函数值.

(2)对于45°角的三角函数值的推导:因为一个锐角为45°的直角三角形为等腰直角三角形.因此我们可设45°角的对边(即等腰直角三角形的腰)长为a,利用勾股定理易求斜边长为$\sqrt{2}a$,于是$\sin 45°=\cos 45°=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\tan 45°=\frac{a}{a}=1$.

因为三角函数值是一个比值,以上推导这三个特殊角的三角函数值时均引入了辅助未知数a,再结合这些特殊角所在直角三角形的性质,以及锐角三角函数的含义推出,在后面的解题中常会涉及引入辅助未知数的思想.

例3 求下列各式的值:

(1)$\cos 30°-\sin^2 45°+\frac{1}{3}\tan^2 60°$;

(2)$\sqrt{(4\cos 60°-\tan 60°)(\tan 60°+4\sin 30°)}$.

【分析】解这类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值.对(1)应明确式子中$\sin^2 45°$的意义:$\sin^2 45°=(\sin 45°)^2$,对(2)要善于应用平方差公式以简化运算.

【解】(1)原式$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\times(\sqrt{3})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}+1=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

(2)原式$=\sqrt{\left(4\times\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+4\times\frac{1}{2}\right)}=\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=1$.

点拨:(1)解此类题时,将三角函数值代入的一步(即第一步)不要省略,以利于检查,后面化简得结果时可灵活处理.

(2)熟记特殊角三角函数值,可利用在直角三角形中30°角所对的直角边等于斜边的一半,等腰直角三角形两直角边相等,加上勾股定理记忆.

跟踪训练

5. 求下列各式的值:

(1)$\sin 30°\cdot\sin^2 45°-\frac{\tan 45°-\tan 60°}{\sin 30°}$;

(2)$\sqrt{\tan^2 30°-2\tan 30°+1}+|\tan 60°-1|$.

例4 (1)已知α、β为锐角,$\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\cos\beta=\frac{1}{2}$,则$\alpha+\beta=$________.

(2)已知 α 为锐角且 $\tan(\alpha+10°)=\sqrt{3}$，则 $\alpha=$______.

【分析】本题是已知特殊角的三角函数值，求相应的锐角，是特殊角的三角函数值的逆应用. 对(1)$\because \sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos 60°=\frac{1}{2}$，$\therefore \alpha=45°$，$\beta=60°$.

对(2)先利用 $\tan 60°=\sqrt{3}$，得到 $\alpha+10°=60°$，再求 α.

(1)$\because \alpha$、β 为锐角，$\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos\beta=\frac{1}{2}$，

$\therefore \alpha=45°$，$\beta=60°$. $\therefore \alpha+\beta=45°+60°=105°$.

(2)$\because \alpha$ 为锐角且 $\tan(\alpha+10°)=\sqrt{3}$，

$\therefore \alpha+10°=60°$. $\therefore \alpha=50°$.

【答案】(1)105°　(2)50°

点拨:本题考查的知识点是:已知三角函数值，确定角的大小. 注意不要出现形如:$\sin\alpha=\frac{1}{2}=30°$ 的错误写法.

例 5 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=4$，$BC=2\sqrt{3}$，求 $\angle A$、$\angle B$ 的度数.

【分析】先画出示意图，由 $\angle A$ 的正弦值求出锐角 $\angle A$，再利用 $\angle A$、$\angle B$ 互余的关系求出 $\angle B$.

【解】如图 1.1-9 所示，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，

$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle A$ 为锐角，$\therefore \angle A=60°$.

$\therefore \angle B=90°-\angle A=90°-60°=30°$.

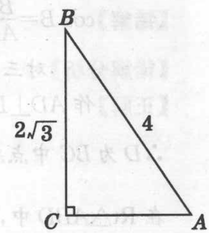


图 1.1-9

点拨:(1)由 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 求 $\angle A$ 时，一定强调 $\angle A$ 是锐角；

(2)由 $\angle A$ 再求 $\angle B$ 时，用两角关系更为简单.

例 6 直角三角形的斜边与一直角边的比为 5∶4，α 为最小的锐角，求 α 的正弦值和余弦值.

【分析】要求最小锐角 α 的正弦、余弦值需先确定哪一个角是最小的锐角，因为在三角形中，最短的边所对的角是最小的角，因此首先要确定哪条边最短.

【解】如图 1.1-10，在直角三角形中，

$\because$ 斜边与一直角边的比为 5∶4，

$\therefore$ 可设直角边的长为 $4k(k>0)$，则斜边长为 $5k$.

设第三边为 a，由勾股定理得，

$a=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=\sqrt{9k^2}=3k$，

$\therefore a$ 边最短. $\therefore$ 长 $3k$ 的边所对的角为最小的锐角 α.

$\therefore \sin\alpha=\frac{3k}{5k}=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4k}{5k}=\frac{4}{5}$，

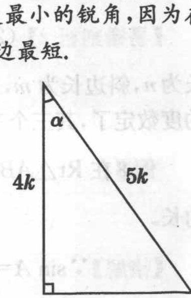


图 1.1-10

即最小锐角 α 的正弦值为 $\frac{3}{5}$，余弦值为 $\frac{4}{5}$.

点拨：(1)当没有明确哪个角是最小角 α 时，必须先通过计算或推理，判断出哪个角是最小角 α，此过程不可省；

(2)当两个量的比为 $m:n$ 时，常设这两个量分别为 mk、nk，这是常用的方法；

(3)要养成画示意图的习惯，利用数形结合思想，帮助我们开拓思路、准确表达，提高解题的正确率.

跟踪训练

6. 已知△ABC 中，$\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，且∠$A$、∠$B$ 均为锐角，求∠C 的度数.

【易错剖析 1】锐角三角函数是在直角三角形中定义的，但并不是仅在直角三角形中锐角才有三角函数值，在一般三角形中，要求某个锐角的三角函数值，我们往往需要构造直角三角形来解.

例 7 如图 1.1-11 所示，在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC=13$，$BC=10$，求 $\cos B$.

【错解】$\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{10}{13}$.

【错解分析】对三角函数的概念没理解透.

【正解】作 $AD\perp BC$ 于 D，∵$AB=AC$，

∴D 为 BC 中点. ∴$BD=\frac{1}{2}BC=5$.

在 Rt△ABD 中，$AB=13$，∴$\cos B=\frac{BD}{AB}=\frac{5}{13}$.

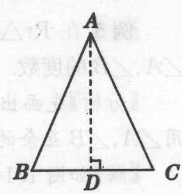


图 1.1-11

点拨：(1)必须在直角三角形中，才可用三角函数的概念求某个锐角的三角函数，为了构造直角三角形，往往需作三角形某边上的高.

(2)本题中用到了“等腰三角形底边上三线合一”性质，即等腰三角形顶角的平分线，底边上的中线，底边上的高重合，这是一个很重要、应用很广泛的性质.

跟踪训练

7. 在例 6 中，你能求出∠B 的正弦、正切值吗？试试看！

【易错剖析 2】(2)在直角三角形中，$\sin\alpha=\frac{n}{m}$(m、n 为常数)并不代表∠α 的对边长为 n，斜边长为 m，也并不是∠α 所在的三角形越大，∠α 的三角函数值越大，一个角的度数定了，其三个三角函数值就确定不变了.

例 8 在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$\sin A=\frac{5}{13}$，$\cos A=\frac{12}{13}$，$AC=24$，求 BC、AB 的长.

【错解】∵$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，∴$BC=5$，$AB=13$.

【错解分析】不理解 $\sin A$ 的意义.

【正解】∵$\cos A=\frac{12}{13}=\frac{AC}{AB}$，$AC=24$，

$\therefore AB=26$. 又 $\sin A=\frac{5}{13}$，

$\therefore \frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$.

$\therefore BC=\frac{5}{13}AB=\frac{5}{13}\times 26=10$.

点拨：锐角三角形函数值指的是一个比值，如 $\sin A$ 指 $\angle A$ 的对边与斜边的比值.(记住是在直角三角形中!)

例 9 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{5}{12}$，周长为 18，求 $\triangle ABC$ 的面积.

【分析】画出示意图，$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AC$，需求出 a、b，而由 $\tan A=\frac{5}{12}$，得 $\frac{BC}{AC}=\frac{5}{12}$. 又 $BC+AC+AB=18$，三个未知数两个等式，还需一个等式，想到勾股定理 $BC^2+AC^2=AB^2$，从而可求 BC、AB 的值.

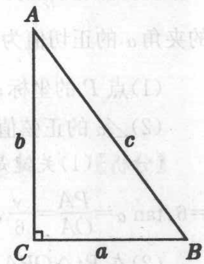


图 1.1-12

【解】如图 1.1-12，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\tan A=\frac{5}{12}=\frac{a}{b}$，

可设 $a=5k(k>0)$，则 $b=12k$，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(5k)^2+(12k)^2}=13k$.

$\because \triangle ABC$ 周长为 18，即 $a+b+c=18$，

$\therefore 5k+12k+13k=18$. 解得 $k=\frac{3}{5}$.

$\therefore a=5k=3$，$b=12k=\frac{36}{5}$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{36}{5}=\frac{54}{5}$，即 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{54}{5}$.

点拨：本题利用了方程的思想.

跟踪训练

8. (1)下列说法中，正确的是(　　)

A. $\cos A$ 是一个角

B. $\tan A$ 是一条线段

C. $\sin B$ 是一个比值

D. $\angle B$ 所在的三角形越大，$\angle B$ 的三角函数值越大

(2)在 $Rt\triangle ABC$ 中，如果各边长度都扩大 2 倍，得到 $Rt\triangle A'B'C'$，则锐角 $\angle A$ 的对应角 $\angle A'$ 的余弦值 $\cos A'$ 等于(　　)

A. $2\cos A$　　　　B. $\cos A$

C. $\frac{1}{2}\cos A$　　　　D. $\frac{2}{\cos A}$

状元思维 提高素质 培养兴趣

探究1 锐角三角函数在直角坐标系中的应用

常常过角的边上某点作坐标轴的垂线,构造出直角三角形,再结合该点的横、纵坐标,求这个角的三角函数值,或利用该角的某个三角函数值,求这个点的坐标.

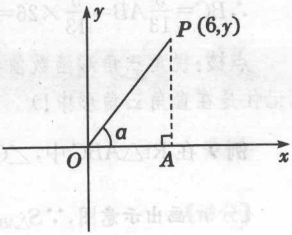


图 1.1-13

例10 如图 1.1-13 所示,在直角坐标系中,P 是第一象限的点,其坐标是$(6,y)$,且 OP 与 x 轴的正半轴的夹角 α 的正切值为$\frac{4}{3}$,求

(1)点 P 的坐标;

(2)$\angle\alpha$ 的正弦值;

【分析】(1)关键是求 y 的值,可作 $PA\perp x$ 轴于 A 得 Rt$\triangle OPA$,于是 $PA=y$,$OA=6$,$\tan\alpha=\frac{PA}{OA}=\frac{y}{6}$,可求 y.

(2)在 Rt$\triangle OPA$ 中,易求 OP,从而可求$\angle\alpha$ 的正弦值.

【解】作 $PA\perp x$ 轴,垂足为 A.

(1)∵点 P 坐标为$(6,y)$,P 点在第一象限

∴$OA=6$,$PA=y$

在 Rt$\triangle OPA$ 中,$\tan\alpha=\frac{PA}{OA}=\frac{y}{6}$

又 $\tan\alpha=\frac{4}{3}$

∴$\frac{y}{6}=\frac{4}{3}$

∴$y=8$

∴点 P 坐标为$(6,8)$

(2)∵在 Rt$\triangle OPA$ 中,$OA=6$,$PA=8$

∴$OP=\sqrt{OA^2+PA^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

∴$\sin\alpha=\frac{PA}{OP}=\frac{4}{5}$.

点拨: 应根据需要构造解决问题的直角三角形(过角的边上某点作 x 轴或 y 轴的垂直线段),还要将该点的横、纵坐标与三角形的直角边正确地对应.另外,注意:线段长没有负的,有时候构造出的直角三角形的直角边长等于该点横(或纵)坐标的绝对值.

例11 根据指令$[s,A]$($s\geqslant0$,$0°<A<180°$),机器人在平面上能完成下列运作:先原地逆时针旋转角度 A,再朝其面对的方向沿直线行走距离 s.现机器人在直角坐标

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com