

DIANNENG JILIANG GONGZUO SHOUCE

# 电能计量 工作手册

徐登伟 编著



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

DIANNENG JILIANG GONGZUO SHOUCE

# 电能计量 工作手册

徐登伟 编著



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书围绕电能计量工作(含电能表修校和装表接电专业),按照国家和电力行业的要求,从基础出发,以技能为主,全面系统地将“应知应会”贯穿始终。

电能计量工作主要围绕电能计量装置开展,电能计量装置各组成部分的原理和误差等计量特性又是我们重点关注的对象。其规范的检定、安装、检验又是保证正确计量的前提。本书将电能计量装置所涉及的电能表、互感器和二次回路的专业理论知识,规程、规范和标准融合到工作中去,有所侧重的以应用为主,不求理论的深入探讨。

手册共十一章,主要内容有:数学、电力、计量和法律法规相关基础知识,电能表、互感器和二次回路的基本结构、工作原理、误差特性,电能表、互感器的检定、检验规范,电能计量装置管理与要求,电能计量装置安装及检查,电能计量装置综合误差的分析与计算等。

本书可供供电企业电能表修校和装表接电工作人员培训考核和工作对照之用,也可作为电力营销相关专业管理和技术人员及电力院校营销专业师生的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

电能计量工作手册/徐登伟编著. —北京:中国电力出版社, 2011. 11

ISBN 978-7-5123-2302-5

I. ①电… II. ①徐… III. ①电能—电量测量—技术手册  
IV. ①TM933.4-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 226799 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

\*

2012 年 1 月第一版 2012 年 1 月北京第一次印刷

850 毫米×1168 毫米 32 开本 12 印张 316 千字

印数 0001—3000 册 定价 29.00 元

### 敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失  
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究



## 前言

电能计量作为供电企业电力营销工作的重要组成部分，起着供用电双方联系纽带的作用，其配置的合理性、计量的准确性、数据的合法性均应体现公平、公正的基本原则。电能计量工作的开展需要遵循这一原则，紧紧围绕“客户至上”的服务理念，按照国家和行业相关规定、要求落到实处。

作者本人从事电能计量工作数年来，从装表接电工作踏入计量专业，经电能表修校专业工作又回到装表接电工作中，同时经过历次培训学习、技能竞赛、专业授课的锻炼，有感于所接触的书本资料 and 实际工作学习的需要偏重有所不同，遂萌发自己编著一本专业书籍的想法。作为电力行业的一线员工，电能计量工作将装表接电专业和电能表修校专业统一结合起来，不仅是这两个专业联系比较紧密，互有补充或涵盖，不可分割，而且还在于作者本人具体反复从事过这两个专业的现场工作，因而对专业知识互补，职业技能（实践操作）互通有深刻的认识，这对于写好本书起着很重要的作用。

本书努力从规程标准出发，以管理规定为纲，将电能计量专业管理全方位的要求、知识技能都有所概括，深入浅出地将理论公式交代清楚。本书并不是想让读者对计量专业乃至电力系统知识有个大而全的了解和认识，而是从具体工作出发，从基础做起，对自身的工作有必需（应知应会）的了解，加以适当有限延伸而已。本书从实际工作的需求到技能的掌握，结合电能计量专业涉及的规程标准繁多，努力做到“有法可依，有章可循，有据可查，有表可对”，使电能计量专业人员以此书为本，深入到工作的各个环节，从而更好地开展指导业务技能的提高。

希望本书的出版发行为全国电能计量管理、工作人员提供依据和帮助，给予对照和参考。本书的写作初衷便是如此，这也就是本书被称为“工作手册”的原因所在。

这是一本在乒乓球桌上完成编著的图书。

衷心感谢省内电能计量专家朱厚元（高级技师）、于鸿伟（高级技师）、王军（高级技师）三位老师在历次培训学习中所给予的知识讲解和疑难解答。感谢陆咏、陈虹、王宁、冯建、高振龙、唐洪友、张冬、张涛和湖南长沙威胜电子有限公司的罗金权所提供的技术资料和专业书籍。全书图表的绘制、文式的录校分别由陈怡真、方纽莹在业余时间辛勤劳作完成，这里对她们一并致谢！

全书由南京工程学院侯新贵老师审稿。

限于编著时间和个人水平，期待读者对图书中的错误和不足之处不吝赐教，以对再版提供建设性的意见。

作 者

2011年10月



# 目 录

## 前言

|                          |    |
|--------------------------|----|
| <b>第一章 数学基础知识</b> .....  | 1  |
| 第一节 向量 .....             | 1  |
| 第二节 三角函数 .....           | 4  |
| 第三节 复数 .....             | 10 |
| <b>第二章 电力基础知识</b> .....  | 14 |
| 第一节 电磁知识 .....           | 14 |
| 第二节 电工基础（电路） .....       | 20 |
| 第三节 电力系统 .....           | 35 |
| 第四节 二次回路 .....           | 39 |
| <b>第三章 计量基础知识</b> .....  | 49 |
| 第一节 概述 .....             | 49 |
| 第二节 国际单位制和法定计量单位 .....   | 51 |
| 第三节 测量误差和数据处理 .....      | 58 |
| 第四节 不确定度（的评定） .....      | 66 |
| 第五节 量值传递与量值溯源 .....      | 73 |
| <b>第四章 法律法规知识</b> .....  | 79 |
| 第一节 概述 .....             | 79 |
| 第二节 《电力法》《计量法》法规体系 ..... | 82 |
| 第三节 标准体系、计量法规及计量检定 ..... | 85 |
| 第四节 电能计量相关法规条款 .....     | 93 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| <b>第五章 电能表原理及应用</b> .....     | 110 |
| 第一节 概述 .....                  | 110 |
| 第二节 感应式电能表 .....              | 112 |
| 第三节 电子式电能表 .....              | 140 |
| 第四节 其他电能表介绍 .....             | 148 |
| 第五节 电能表的应用 .....              | 156 |
| <b>第六章 电能表室内检定和现场检验</b> ..... | 169 |
| 第一节 电能表检定装置 .....             | 169 |
| 第二节 电能表室内检定 .....             | 176 |
| 第三节 电能表现场测试仪 .....            | 185 |
| 第四节 电能表现场检验 .....             | 191 |
| <b>第七章 互感器原理及应用</b> .....     | 201 |
| 第一节 概述 .....                  | 201 |
| 第二节 电磁式电压互感器 .....            | 204 |
| 第三节 电容式电压互感器 .....            | 212 |
| 第四节 电流互感器 .....               | 215 |
| 第五节 互感器的应用 .....              | 224 |
| <b>第八章 互感器室内检定和现场检验</b> ..... | 235 |
| 第一节 互感器检定装置 .....             | 235 |
| 第二节 互感器室内检定 .....             | 239 |
| 第三节 互感器现场校验仪 .....            | 247 |
| 第四节 互感器现场检验 .....             | 251 |
| <b>第九章 电能计量装置管理与要求</b> .....  | 275 |
| 第一节 电能计量装置的分类 .....           | 276 |
| 第二节 电能计量装置的接线方式 .....         | 277 |
| 第三节 电能计量装置的准确度等级 .....        | 278 |

|             |                               |            |
|-------------|-------------------------------|------------|
| 第四节         | 电能计量装置的配置原则 .....             | 279        |
| 第五节         | 电能计量装置的安装与验收 .....            | 282        |
| 第六节         | 电能计量装置的运行维护及故障处理 .....        | 284        |
| 第七节         | 电能计量装置的现场检验 .....             | 286        |
| 第八节         | 电能计量装置的周期检定（轮换）与抽检 .....      | 288        |
| <b>第十章</b>  | <b>电能计量装置安装及检查 .....</b>      | <b>291</b> |
| 第一节         | 电能计量装置（联合）接线 .....            | 291        |
| 第二节         | 电能计量装置的安装 .....               | 310        |
| 第三节         | 互感器错误接线分析 .....               | 318        |
| 第四节         | 电能计量装置的接线检查 .....             | 327        |
| 第五节         | 电能计量装置错误接线分析与计算 .....         | 340        |
| <b>第十一章</b> | <b>电能计量装置综合误差的分析与计算 .....</b> | <b>358</b> |
| 第一节         | 概述 .....                      | 358        |
| 第二节         | 互感器合成误差 .....                 | 359        |
| 第三节         | 电压互感器二次回路电压降的误差 .....         | 366        |
| 第四节         | 电能计量装置综合误差 .....              | 371        |
| <b>参考文献</b> | <b>.....</b>                  | <b>373</b> |



# 数学基础知识

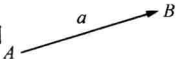
## 第一节 向 量

在工农业生产、日常生活和科学研究等过程中，我们会涉及很多量。只有大小的量称为数量（也称为标量或纯量），例如温度、面积等；既有大小又有方向的量叫做向量（也称为矢量），例如位移、力、速度等。

### 一、向量的概念和表示

具有大小和方向而无特定位置的向量称为自由向量，即起点的选取是任意的。长度等于零的向量叫正数零向量，记作“0”，零向量没有确定的方向。

向量可以用一条有向线段（带有方向的线段）来表示，有向线段的长度表示向量的大小，箭头所指的方向表示向量的方向。

向量也可用黑体字母  $a$ 、 $b$ 、 $c$  等表示，书写时用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  等表示，如 ，或用表示向量的有向线段的起点和终点的字母表示（起点写在前面，终点写在后面），记作  $a$  或  $\overrightarrow{AB}$ 。

向量  $\overrightarrow{AB}$  的大小（或长度）的数值叫做向量的模（或绝对值），记作  $|\overrightarrow{AB}|$  或  $|\vec{a}|$ （ $|a|$ ），与已知的向量  $a$  的模相等且方向相反的向量叫做已知向量的负向量，记作  $-a$ 。

确定模为一个单位长度的向量叫做单位向量，向量  $a$  的单位向量是  $\pm \frac{a}{|a|}$ （“+”号与  $a$  同向，“-”号与  $a$  反向）。

方向相同或相反的两个非零向量  $a$ 、 $b$  的平行向量，记作  $a \parallel b$ ，平行向量也叫做共线向量。规定零向量与任一向量平行。向

量平行与直线平行是有区别的，直线平行不包括重合。

长度相等且方向相同的向量叫做相等向量，向量  $a$  与  $b$  相等，记作  $a=b$ ，凡零向量都相等。任意两个相等的非零向量，都可用同一条有向线段来表示，并且与有向线段的起点无关，也就是说，相等向量经过平移后总可以重合。

数量只表示大小，可以用正数、负数和 0 来表示，是一个数量，可进行各种代数运算。数量之间可以比较大小，“大于”、“小于”的概念对数量是适用的。向量是既有大小、又有方向的量。向量的模是正数或 0，是可以比较大小的，由于方向不能比较大小，因此，“大于”、“小于”对向量来说是没有意义的，例如，记号  $a>b$  就没有意义，而  $|a|>|b|$  是有意义的。

## 二、向量的基本运算

### (一) 向量的加法

#### 1. 三角形法则

如图 1-1 所示，已知向量  $a$ 、 $b$ ，在平面上任取一点  $A$ ，作  $\overrightarrow{AB}=a$ ， $\overrightarrow{BC}=b$ ，则向量  $\overrightarrow{AC}$  叫做向量  $a$  与  $b$  的和，记作  $\overrightarrow{AC}=a+b$ 。

#### 2. 平行四边形法则

如图 1-2 所示，已知向量  $a$ 、 $b$ ，在平面上任取一点  $A$ ，作  $\overrightarrow{AB}=a$ ， $\overrightarrow{AD}=b$ ，以  $\overrightarrow{AB}$  和  $\overrightarrow{AD}$  为邻边作平行四边形  $ABCD$ ，则以  $A$  为起点的对角线  $\overrightarrow{AC}$  所表示的向量就是向量  $a$  与  $b$  的和，记作  $\overrightarrow{AC}=a+b$ 。

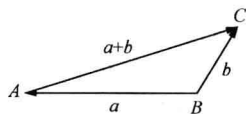


图 1-1 向量加法的三角形法则示意图

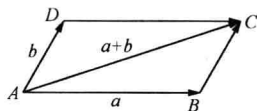


图 1-2 向量加法的平行四边形法则示意图

**注意** 当两向量不共线时，向量加法的三角形法则和平行四边形法则是—致的，对于零向量与任一向量  $a$ ，有  $a+0=0+a=a$ 。

## 3. 向量的加法运算律

(1) 交换律:  $a+b=b+a$ ;(2) 结合律:  $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

## 4. 多边形法则

三角形法则还可以推广到任意有限个向量的和, 即求已知向量  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的和时, 只要依次把后一向量的起点放在前一向量的终点上, 然后从  $a$  的起点向  $d$  的终点所引的向量就是  $a+b+c+d$  的和向量, 这个法则叫做向量的多边形法则, 如图 1-3 所示。

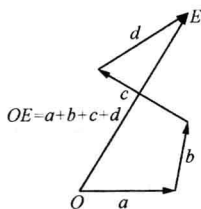


图 1-3 向量加法的  
三角形法则推广  
示意图

## 5. 关于向量的和

(1) 两个向量的和仍然是一个向量;

(2) 当向量  $a$  与  $b$  不共线时,  $a+b$  的方向与  $a$ 、 $b$  都不同向, 且  $|a+b| < |a| + |b|$ ;

(3) 当向量  $a$  与  $b$  同向时, 则  $a+b$ 、 $a$ 、 $b$  都同向, 且  $|a+b| = |a| + |b|$ ;

(4) 当向量  $a$  与  $b$  反向时: 若  $|a| > |b|$ , 则  $a+b$  的方向与  $a$  相同, 且  $|a+b| = |a| - |b|$ ; 若  $|a| < |b|$ , 则  $a+b$  的方向与  $b$  相同, 且  $|a+b| = |b| - |a|$ 。

## (二) 向量的减法

与向量  $a$  大小相等、方向相反的向量称为  $a$  的负向量 (或反向量), 记作  $-a$ 。

有了负向量的概念, 向量  $a$  与  $b$  的差就可以定义为向量  $a$  加上  $b$  的反向量, 即  $a-b=a+(-b)$ 。求两个向量差的运算, 叫做向量的减法。显然, 向量减法是向量加法的逆运算。

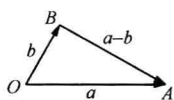


图 1-4 向量  
减法的示意图

已知两个向量  $a$ 、 $b$ , 在平面上任取一点  $O$ , 作  $\vec{OA}=a$ ,  $\vec{OB}=b$ , 则  $\vec{BA}=a-b$ , 即  $a-b$  可以表示为从向量  $b$  的终点指向向量  $a$  的终点的向量, 则向量  $\vec{BA}$  叫做向量  $a$  与  $b$  的差, 记作  $\vec{BA}=a-b$ , 如图 1-4 所示。

任何一个向量都可以沿着两个不平行的方向分解为两个向量的和，并且分解是唯一的。

## 第二节 三角函数

### 一、角的概念及推广

角是平面内的一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一位置所形成的图形，如图 1-5 所示。

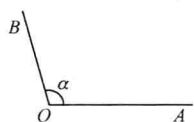


图 1-5 角的表示

其中，一条射线的端点是  $O$ ，它从起点位置  $OA$  按逆时针方向旋转到终止位置  $OB$ ，形成了一个角  $\alpha$ ，点  $O$  是角的顶点，射线  $OA$ 、 $OB$  是角  $\alpha$  的始边和终边。

按逆时针方向旋转所形成的角做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角，当射线没有作任何旋转时，也认为形成一个角叫做零角。

在始边按逆时针方向旋转第一圈的过程中所形成的角叫做周内角，其范围是  $[0^\circ, 360^\circ]$ 。在始边按逆时针（或顺时针）方向旋转第一圈后继续旋转下去可以形成任意大的正角（或负角）。

具有相同的始边与终边的角叫做终边相同的角，所有与已知角  $\alpha$  终边相同的角（包括角  $\alpha$  在内），均可表示为  $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ， $k \in \mathbb{Z}$ （整数）。

将角置于平面直角坐标系中，以坐标原点  $O$  为角的顶点，始边在  $X$  轴的正半轴上。若角的终边落在坐标轴上，叫做坐标轴上的角，也叫做轴线角。坐标轴把平面分成四个部分（不包括坐标轴），从右上部分开始，按逆时针旋转方向依次为第一象限、第二象限、第三象限、第四象限，如图 1-6 所示。角的终边落在第几象限，该角就叫做第几

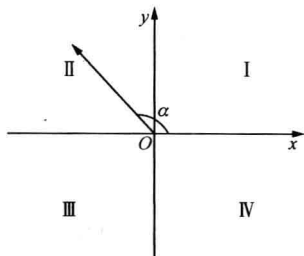


图 1-6 角的象限表示

象限的角。

坐标轴上的角不属于任何象限，其中

$$\begin{cases} \text{终边在 } X \text{ 轴上的角 } \alpha \Leftrightarrow \alpha = k\pi (k \in \mathbf{Z}); \\ \text{终边在 } Y \text{ 轴上的角 } \alpha \Leftrightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z}). \end{cases}$$

各个象限的角可表示如下（其中  $k \in \mathbf{Z}$ ）：

第一象限角： $\alpha \Leftrightarrow k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 90^\circ$ ；

第二象限角： $\alpha \Leftrightarrow k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 180^\circ$ ；

第三象限角： $\alpha \Leftrightarrow k \cdot 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 270^\circ$ ；

第四象限角： $\alpha \Leftrightarrow k \cdot 360^\circ + 270^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 360^\circ$ 。

## 二、角的度量

(1) 角度制：把圆周等分成 360 份，一份弧所对的圆心角就是 1 度角，记作 “1°”，用度、分、秒作为量角单位的制度叫角度制。其换算关系为：

$$1^\circ = 60', 1' = 60''$$

(2) 弧度制：把等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角。弧度的单位符号是 rad。

(3) 角度制与弧度制的换算：其换算关系为

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.30^\circ \approx 57^\circ 18'$$

一些特殊角的角度与弧度的对应关系见表 1-1。

表 1-1 特殊角的角度与弧度的对应关系表

| 角度 | 0° | 30°             | 45°             | 60°             | 90°             | 120°             | 150°             | 180°  | 210°             | 240°             | 270°             | 300°             | 330°              | 360°   |
|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|--------|
| 弧度 | 0  | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | $2\pi$ |

**注意** 用弧度制表示角的时候，“弧度”或 rad 通常略去不写。

一些特殊角的三角函数值见表 1-2。

表 1-2

特殊角的三角函数值

| 角<br>度<br>函数 | 0°         | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90°             | 120°                  | 150°                  | 180°     | 210°                  | 240°                  | 270°             | 300°                  | 330°                  |
|--------------|------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|
| 值            | 0          | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$      | $\frac{5\pi}{6}$      | $\pi$    | $\frac{7\pi}{6}$      | $\frac{4\pi}{3}$      | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$      | $\frac{11\pi}{6}$     |
| 函数           | (2 $\pi$ ) |                      |                      |                      |                 |                       |                       |          |                       |                       |                  |                       |                       |
| $\sin\alpha$ | 0          | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | $\frac{\sqrt{3}}{2}$  | $\frac{1}{2}$         | 0        | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1               | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$        |
| $\cos\alpha$ | 1          | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1       | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$        | 0                | $\frac{1}{2}$         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$  |
| $\tan\alpha$ | 0          | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | $\infty$        | $-\sqrt{3}$           | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0        | $\frac{\sqrt{3}}{3}$  | $\sqrt{3}$            | $\infty$         | $-\sqrt{3}$           | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| $\cot\alpha$ | $\infty$   | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0               | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $-\sqrt{3}$           | $\infty$ | $\sqrt{3}$            | $\frac{\sqrt{3}}{3}$  | 0                | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $-\sqrt{3}$           |

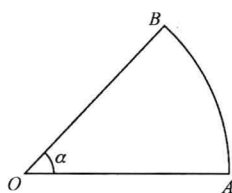


图 1-7 扇形图

(4) 弧度制下的圆弧长及扇形面积公式: 设扇形 AOB 中, 如图 1-7 所示,  $\angle AOB = \alpha (0 < \alpha < 2\pi)$ , 半径为  $r$ , 弧  $\widehat{AB}$  的长为  $l$ , 扇形 AOB 的面积为  $S$ 。则:

$$\text{弧长公式为} \quad l = |\alpha| r$$

$$\text{扇形面积公式为} \quad S = \frac{1}{2} l r = \frac{1}{2} |\alpha| r^2$$

**注意** 以上公式中的  $\alpha$  必须用弧度制表示。

### 三、任意角的三角函数

#### 1. 定义

在任意角  $\alpha$  的终边上任取一点  $P(x, y)$ , 它与原点的距离  $|OP| = r (r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0)$  时, 则三个量  $x$ 、 $y$ 、 $r$  中每两者之比,  $\frac{y}{r}$ 、 $\frac{x}{r}$ 、 $\frac{y}{x}$ 、 $\frac{x}{y}$ 、 $\frac{r}{x}$ 、 $\frac{r}{y}$  分别叫做角  $\alpha$  的正弦、余弦、正切、余切、正割、余割, 记作

$$\sin\alpha = \frac{y}{r}; \cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}; \cot\alpha = \frac{x}{y}$$

$$\sec\alpha = \frac{r}{x}; \csc\alpha = \frac{r}{y}$$

对任意的  $\alpha \in \mathbf{R}$ , 这六个比值都是唯一确定的, 即角  $\alpha$  的正弦、余弦、正切、余切、正割和余割都是  $\alpha$  的函数, 这六个函数统称角  $\alpha$  的三角函数, 显然, 终边相同的角 (同角) 的三角函数值相等, 如图 1-8 所示。

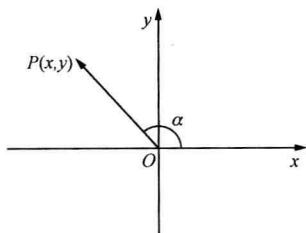


图 1-8 任意角的三角函数表示

三角函数的性质见表 1-3。

表 1-3

三角函数的性质

| 函数           | 定义域                                                                 | 值域                   | 奇偶性 | 周期性           |
|--------------|---------------------------------------------------------------------|----------------------|-----|---------------|
| $y = \sin x$ | $(-\infty, +\infty)$                                                | $[-1, 1]$            | 奇函数 | 最小正周期为 $2\pi$ |
| $y = \cos x$ | $(-\infty, +\infty)$                                                | $[-1, 1]$            | 偶函数 | 最小正周期为 $2\pi$ |
| $y = \tan x$ | $\{x \mid x \neq k\pi + 2\pi, k \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R}\}$ | $(-\infty, +\infty)$ | 奇函数 | 最小正周期为 $\pi$  |
| $y = \cot x$ | $\{x \mid x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R}\}$        | $(-\infty, +\infty)$ | 奇函数 | 最小正周期为 $\pi$  |

## 2. 三角函数值的符号

根据三角函数的定义和角  $\alpha$  终边上的点所在的象限, 可确定角  $\alpha$  的各三角函数的符号, 如图 1-9 所示。也可归纳为图 1-10 所示帮助记忆。

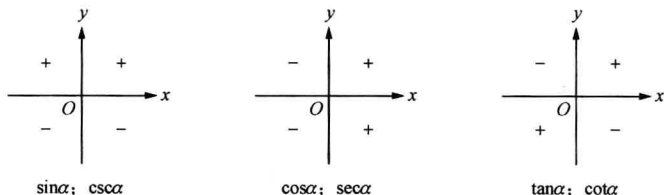


图 1-9 三角函数值在各象限的符号

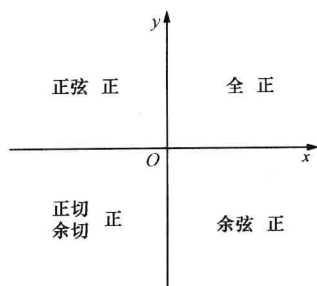


图 1-10 三角函数值在各象限的符号简化记忆图

#### 四、同角三角函数的基本关系

(1) 倒数关系：有

$$\sin\alpha \cdot \csc\alpha = 1;$$

$$\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1;$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

(2) 商的关系：有

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

(3) 平方关系：有

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$

$$1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha;$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$$

同角三角函数关系的应用：①求值；②化简或证明。同角三角函数的关系式，可以解决由一个角的一个三角函数值求这个角的其他三角函数值的问题，还可以用来化简三角函数式以及证明三角恒等式等。

#### 五、三角函数的诱导公式

三角函数的诱导公式见表 1-4 和表 1-5。

表 1-4 三角函数的诱导公式（一）

| 函数<br>值<br>角度  | sin           | cos           | tan           | cot           |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $-\alpha$      | $-\sin\alpha$ | $+\cos\alpha$ | $-\tan\alpha$ | $-\cot\alpha$ |
| $\pi-\alpha$   | $+\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $-\tan\alpha$ | $-\cot\alpha$ |
| $\pi+\alpha$   | $-\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $+\tan\alpha$ | $-\cot\alpha$ |
| $2\pi-\alpha$  | $-\sin\alpha$ | $+\cos\alpha$ | $-\tan\alpha$ | $-\cot\alpha$ |
| $2k\pi+\alpha$ | $+\sin\alpha$ | $+\cos\alpha$ | $+\tan\alpha$ | $+\cot\alpha$ |

注 三角函数值等于  $\alpha$  的同名三角函数值，前面加上一个把  $\alpha$  看作锐角时原三角函数值的符号，即函数名不变，符号看象限。



表 1-5

三角函数的诱导公式 (二)

| 角度 \ 函数值                  | sin           | cos           | tan           | cot           |
|---------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{\pi}{2} - \alpha$  | $+\cos\alpha$ | $+\sin\alpha$ | $+\cot\alpha$ | $+\tan\alpha$ |
| $\frac{\pi}{2} + \alpha$  | $+\cos\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $-\cot\alpha$ | $-\tan\alpha$ |
| $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ | $-\cos\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $+\cot\alpha$ | $+\tan\alpha$ |
| $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ | $-\cos\alpha$ | $+\sin\alpha$ | $-\cot\alpha$ | $-\tan\alpha$ |

注 三角函数值等于  $\alpha$  的异名三角函数值, 前面加上一个把  $\alpha$  看作锐角时原三角函数值的符号, 即函数名改变, 符号看象限。

诱导公式是求任意角三角函数值的有力工具, 其步骤是: 负角  $\rightarrow$  正角  $\rightarrow [0, 2\pi) \rightarrow [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow$  求值。

## 六、两角和与差的三角函数

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

## 七、三角函数的倍角公式和半角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$$