



21世纪全国本科院校土木建筑类**创新型**应用人才培养规划教材

# 工程力学

主 编 王明斌 庞永平  
副主编 付 聪 刘振宇

赠送电子课件

- 将传统知识进行整合，删减能量法和动荷载内容
- 以工程应用为目的，减少公式推导



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材

# 工程力学

主 编 王明斌 庞永平  
副主编 付 聪 刘振宇



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 内 容 简 介

本书是 21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材,是土木工程专业重要基础课教材之一。本书在编写过程中,根据我国高等教育和教学改革的发展趋势以及素质教育与创新精神培育的要求,同时注意吸取国内外同类教材的经验,充分反映近年来力学教学第一线的新成果及新经验。

本书分静力学和材料力学两篇。静力学篇包括静力学的基本概念与受力分析、平面汇交力系、平面力偶系、平面一般力系、摩擦、空间力系 6 章;材料力学篇包括绪论和基本概念、轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、弯曲内力、截面的几何性质、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形的强度计算、压杆稳定 11 章。每章附有思考题和习题,书后附有型钢表和参考答案。

本书可作为普通高等学校土建类专业教学用书,也可作为独立学院、高职高专与成人高校的教材,还可作为有关工程技术人员学习参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/王明斌,庞永平主编. —北京:北京大学出版社,2011.10

(21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-19530-7

I. ①工… II. ①王…②庞… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 192862 号

书 名: 工程力学

著作责任者: 王明斌 庞永平 主编

策划编辑: 卢东 吴迪

责任编辑: 卢东

标准书号: ISBN 978-7-301-19530-7/TU·0186

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pup6.cn>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电子邮箱: [pup\\_6@163.com](mailto:pup_6@163.com)

印刷者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19.5 印张 453 千字

2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 37.00 元

---

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: [fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

# 前 言

人才培养是高校的首要任务，现代社会既需要研究型人才，也需要大量在生产领域解决实际问题的应用型人才，作为知识传承、能力培养和课程建设载体的教材在应用型高校的教学活动中起着至关重要的作用，但目前“应用型”教材的建设和发展却远远滞后于应用型人才培养的步伐。

本书根据应用型本科土木建筑类各专业的“工程力学”课程要求编写，包括静力学和材料力学两部分，在沿用传统体系的基础上，对部分内容进行了精简，加强了与专业及工程应用相结合，强调实用性。通过本课程的学习，学生获得静力学方面的受力分析、力系简化、各种力系的平衡方程、摩擦问题及重心、形心的知识；并获得固体力学的入门知识，即综合几何、物理、静力三方面知识的基本分析方法与杆件和简单的杆系结构的强度、刚度、稳定性方面的知识，培养学生分析问题和解决问题的能力以及实验动手能力。同时，为进一步学习结构力学、结构设计原理等相关专业课打好基础。编者在编写过程中力求做到以下几点。

(1) 体系新颖。编写体系范围内，有关工程力学基本内容均已涉及，但舍弃了一些过深而又不实用的内容。以读者为本，以本科教学为主，以理论严谨、逻辑清晰、由浅入深为基本原则。本书最大的特点为要点突出，便于教学，专业对口性强。

(2) 内容紧凑。书中内容在介绍时注意交待来龙去脉，由浅入深，推导论证详而不繁，突出了应用的条件和前提。例题注重对解题思路的引导、公式的正确应用和对结果合理性的分析。

(3) 应用性强。每章有教学提示、学习要求、本章小结，同时附有难度和数量适度的习题，习题既有足够的基本题，又包含了一些思考性及综合性的题目。本书适用于高等院校四年制土建、交通、水利等相关专业，也适用于其他专业，总学时数在 100 学时左右。

本书由鲁东大学土木工程学院的教师编写。第 1~6 章静力学部分由庞永平编写，第 8 章和第 11 章由付聪老师编写，第 7、9、10、12 章由刘振宇老师编写，第 13 至第 17 章以及附录、参考文献等部分由王明斌老师编写。全书由王明斌、庞永平担任主编，付聪、刘振宇担任副主编，全书由王明斌统稿。

由于编者水平所限，书中疏漏与不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编者

2011 年 6 月

# 目 录

<b>第 1 篇 静力学</b> .....	1	4.3 平面一般力系向平面内任一点简化·主矢与主矩 .....	45
<b>第 1 章 静力学的基本概念与受力分析</b> .....	3	4.4 简化结果的讨论及合力矩定理 .....	46
1.1 刚体和力的概念 .....	3	4.5 平面一般力系的平衡条件与平衡方程及应用 .....	49
1.2 静力学公理 .....	4	4.6 平面平行力系的平衡方程 .....	53
1.3 约束和约束反力 .....	7	4.7 静定与超静定问题简介 .....	55
1.4 物体的受力分析和受力图 .....	11	4.8 物体系统的平衡问题 .....	56
本章小结 .....	14	4.9 平面桁架的内力计算 .....	60
思考题 .....	15	4.9.1 节点法 .....	61
习题 .....	16	4.9.2 截面法 .....	62
<b>第 2 章 平面汇交力系</b> .....	19	本章小结 .....	63
2.1 平面汇交力系在工程中的实例 .....	19	思考题 .....	65
2.2 平面汇交力系合成的几何法 .....	19	习题 .....	66
2.3 平面汇交力系平衡的几何条件 .....	21	<b>第 5 章 摩擦</b> .....	70
2.4 平面汇交力系合成的解析法 .....	23	5.1 工程中的摩擦问题 .....	70
2.5 平面汇交力系的平衡方程及其应用 .....	25	5.2 滑动摩擦 .....	71
本章小结 .....	27	5.2.1 静滑动摩擦定律 .....	71
思考题 .....	28	5.2.2 动滑动摩擦定律 .....	72
习题 .....	29	5.3 考虑摩擦时的平衡问题举例 .....	72
<b>第 3 章 平面力偶系</b> .....	32	5.4 摩擦角与自锁现象 .....	76
3.1 力对点之矩——力矩 .....	32	5.5 滚动摩擦的概念 .....	77
3.2 力偶与力偶矩 .....	33	本章小结 .....	79
3.3 力偶的等效性 .....	35	思考题 .....	80
3.4 平面力偶系的合成与平衡 .....	36	习题 .....	81
本章小结 .....	39	<b>第 6 章 空间力系</b> .....	83
思考题 .....	39	6.1 空间力系在工程中的实例 .....	83
习题 .....	41	6.2 力在空间坐标轴上的投影 .....	84
<b>第 4 章 平面一般力系</b> .....	43	6.3 力对轴之矩 .....	85
4.1 平面一般力系在工程中的实例 .....	43	6.3.1 力对轴之矩的概念 .....	85
4.2 力的平移定理 .....	44	6.3.2 合力矩定理 .....	87
		6.4 空间力系的平衡方程及应用 .....	87
		6.5 重心的概念 .....	91

6.6 重心坐标公式 .....	92	8.7 强度计算、许用应力和 安全因数 .....	131
6.6.1 重心坐标的一般公式 .....	92	8.8 拉伸和压缩超静定问题 .....	134
6.6.2 均质物体的重心坐标公式 .....	93	8.9 应力集中的概念 .....	137
6.6.3 均质薄板的重心 .....	93	本章小结 .....	138
6.7 物体重心的求法 .....	94	思考题 .....	139
本章小结 .....	98	习题 .....	140
思考题 .....	101	<b>第9章 剪切</b> .....	143
习题 .....	101	9.1 剪切的概念及工程实例 .....	143
<b>第2篇 材料力学</b> .....	105	9.2 剪切的实用计算 .....	144
<b>第7章 绪论和基本概念</b> .....	107	9.3 挤压的实用计算 .....	145
7.1 材料力学的任务 .....	107	本章小结 .....	148
7.2 关于变形固体的概念 .....	108	思考题 .....	149
7.3 材料力学采用的基本假设 .....	109	习题 .....	149
7.4 内力的概念·截面法 .....	109	<b>第10章 扭转</b> .....	152
7.5 应力的概念 .....	111	10.1 扭转的概念及工程实例 .....	152
7.6 位移和应变的概念 .....	112	10.2 扭矩的计算和扭矩图 .....	153
7.7 构件变形的基本形式 .....	113	10.3 功率、转速与扭矩之间的 关系 .....	154
本章小结 .....	114	10.4 薄壁圆管扭转时横截面上的 切应力 .....	155
思考题 .....	115	10.5 切应力双生互等定理和 剪切胡克定律 .....	156
习题 .....	115	10.6 实心圆杆受扭时横截面上的 应力 .....	157
<b>第8章 轴向拉伸和压缩</b> .....	117	10.7 空心圆杆受扭时横截面上的 应力 .....	160
8.1 轴向拉伸、压缩的概念及 工程实例 .....	117	10.8 斜截面上的应力 .....	161
8.2 轴力与轴力图 .....	118	10.9 扭转角的计算·刚度条件 .....	162
8.3 轴向拉压杆横截面上的应力 .....	120	本章小结 .....	164
8.4 轴向拉压杆斜截面上的应力 .....	122	思考题 .....	165
8.5 拉压杆的变形计算 .....	123	习题 .....	166
8.6 材料在拉伸与压缩时的 力学性质 .....	126	<b>第11章 弯曲内力</b> .....	169
8.6.1 拉伸试验与 应力—应变图 .....	126	11.1 工程实际中的弯曲问题 .....	169
8.6.2 低碳钢的拉伸力学 性能 .....	127	11.2 梁的荷载和支座反力 .....	170
8.6.3 其他材料的拉伸力学 性能 .....	129	11.3 梁的内力及其求法 .....	172
8.6.4 材料在压缩时的力学 性能 .....	130	11.4 内力图 .....	174

11.5 弯矩、剪力、荷载集度间的关系 .....	177	14.2 梁的挠曲线的近似微分方程式 .....	220
11.5.1 荷载集度、剪力和弯矩间的微分关系 .....	177	14.3 积分法计算梁的位移 .....	221
11.5.2 用荷载集度、剪力和弯矩间的微分关系绘制剪力图和弯矩图 .....	178	14.4 叠加法计算梁的位移 .....	226
11.5.3 绘制内力图的 一般步骤 .....	178	14.5 梁的刚度校核 .....	228
11.6 叠加法作内力图 .....	180	本章小结 .....	229
本章小结 .....	181	思考题 .....	230
思考题 .....	182	习题 .....	230
习题 .....	182	<b>第 15 章 应力状态和强度理论</b> .....	232
<b>第 12 章 截面的几何性质</b> .....	186	15.1 应力状态的概念 .....	232
12.1 静矩和形心 .....	186	15.2 平面应力状态分析—— 解析法 .....	234
12.2 惯性矩和惯性积 .....	187	15.3 主应力、主平面、主切应力 .....	236
12.3 惯性矩和惯性积的 平行移轴公式 .....	189	15.4 平面应力状态分析的图解法 .....	241
12.4 主惯性轴和主惯性矩 .....	190	15.5 强度理论简介 .....	245
12.5 组合截面惯性矩的计算 .....	191	本章小结 .....	250
本章小结 .....	193	思考题 .....	250
思考题 .....	194	习题 .....	251
习题 .....	195	<b>第 16 章 组合变形的强度计算</b> .....	253
<b>第 13 章 弯曲应力</b> .....	198	16.1 概述 .....	253
13.1 梁的正应力 .....	198	16.2 斜弯曲 .....	254
13.2 梁的正应力强度条件及其 应用 .....	203	16.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....	256
13.3 梁的合理截面形状及 变截面梁 .....	206	16.4 偏心拉伸(压缩)·截面核心 .....	259
13.4 矩形截面梁的剪应力 .....	209	16.4.1 偏心拉伸(压缩) .....	259
13.5 工字形截面及其他形状截面的 剪应力 .....	211	16.4.2 截面核心的概念 .....	261
13.6 梁的剪应力强度条件及应用 .....	213	16.5 弯扭组合的强度计算 .....	262
本章小结 .....	215	本章小结 .....	265
思考题 .....	216	思考题 .....	265
习题 .....	216	习题 .....	266
<b>第 14 章 弯曲变形</b> .....	219	<b>第 17 章 压杆稳定</b> .....	268
14.1 概述 .....	219	17.1 压杆稳定的概念 .....	268
		17.2 铰支细长压杆的临界力 .....	270
		17.3 其他支撑细长压杆的临界力 .....	271
		17.4 临界应力及欧拉公式的 适用范围 .....	272
		17.5 超过比例极限时压杆的 临界力·临界应力总图 .....	275

17.6 压杆稳定的实用计算·	
稳定条件 .....	276
本章小结 .....	278
思考题 .....	279
习题 .....	279

附录 型钢表 .....	281
参考答案 .....	294
参考文献 .....	302



# 引 言

物体在空间的位置随时间的改变而改变，称为机械运动，这是人们在日常生活和生产实践中最常见的一种运动形式。

静力学研究的是物体在力系作用下的平衡规律。也就是说，研究物体受到力系以后符合什么条件才能平衡。所谓“平衡”是指物体相对于地球保持静止或做匀速直线运动。如桥梁、楼房、做匀速直线飞行的飞机等，都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。

力系是指作用于物体上的一群力，在静力学中，将研究以下3方面的问题

(1) 物体的受力分析。分析某个物体上共受几个力以及每个力的方向和作用位置。

(2) 力系的简化。把作用在物体上的一个力系用另一个与它等效的力系来代替，这两个力系互为等效力系。用一个简单力系等效地替换另一个复杂力系称为力系的简化。

(3) 建立各种力系的平衡条件。研究物体平衡时，作用在物体上的各种力系所需满足的条件即平衡条件。工程中常见的力系，按其作用线所在的位置，可分为平面力系和空间力系两大类。不同的力系，它的平衡条件也各不相同。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义，是设计结构、构件时进行静力计算的基础。因此，静力学在工程中有着最为广泛的应用。

# 第1章

## 静力学的基本概念与受力分析

### 【教学提示】

本章主要介绍静力学中的一些基本概念和5个公理。这些概念和公理是静力学的基础。还将介绍物体的受力分析和受力图的画法，它是解决静力学问题的关键。

### 【学习要求】

通过本章的学习，记住并理解刚体和力的概念以及静力学公理。重点是掌握物体的受力分析及受力图的画法。

## 1.1 刚体和力的概念

### 1. 刚体的概念

所谓刚体是指在力的作用下，其大小和形状始终保持不变的物体。显然这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下都会产生不同程度的变形，但是，这些微小的变形有时对研究物体的平衡不起主要作用，可以忽略不计，这样可使问题的研究大为简化。因此，刚体只是为了研究问题的方便而抽象出来的一种力学模型。

静力学研究的物体只限于刚体，故又称为刚体静力学，它是研究变形体力学的基础。

### 2. 力的概念

力的概念是人们在生活和生产实践中通过长期的观察和分析而提出来的。例如，抬物体的时候，物体压在肩上，由于肌肉紧张而感受到力的作用；用手推小车，小车就由静止开始运动；用手拉弹簧，弹簧发生了形变，同时也感受到弹簧也在拉手等。人们就是从这样大量的实践中，从感性到理性，逐步地建立起力的概念。所以，力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生改变，或者使物体发生变形。

因此，力不能脱离物体而存在。虽然看不见力，但它的作用效应完全可以直接观察，或用仪器测量出来。人们也正是从力的作用效应来认识力本身的。正如恩格斯所指出的：“力以它的表现来量度”。

力使物体运动状态发生变化的效应，称为力对物体的外效应。而力使物体发生变形的效应称为力对物体的内效应。静力学只研究力的外效应，而材料力学将研究力的内效应。

由经验可知，力对物体的效应取决于3个要素：力的大小，力的方向，力的作用点，通常称为力的三要素。当这3个要素中的任何一个改变时，力的作用效应也就不同。

力是一个既有大小又有方向的量，因此力是矢量。在力学中，矢量可用一条带箭头

的有向线段来表示，如图 1.1 所示。用线段的起点或终点表示力的作用点；用线段的箭头指向表示力的方向；用线段的长度（按一定的比例尺）表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线，称为力的作用线。在本书中，力的矢量用黑斜体字母  $F$  表示，而力的大小则用普通字母  $F$  表示。

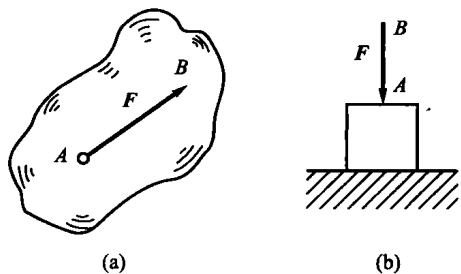


图 1.1

在国际单位制(SI)中，以“N”作为力的单位符号，称为牛 [顿]。有时也以“kN”作为力的单位符号，称为千牛 [顿]。 $1\text{N}=1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ 。

## 1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产实践中总结出来的。这些公理简单而明显，无须证明而被大家公认，它们是静力学的基础。

**公理一 二力平衡公理** 作用于刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是：这两个力大小相等，方向相反，并作用于同一直线上，如图 1.2 所示。



图 1.2

这个公理揭示了作用于物体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对刚体来说，这个条件是必要且充分的；但对于变形体，这个条件是不充分的。如图 1.3 所示，软绳受两个等值反向的拉力时可以平衡，而受两个等值反向的压力时就不能平衡了。

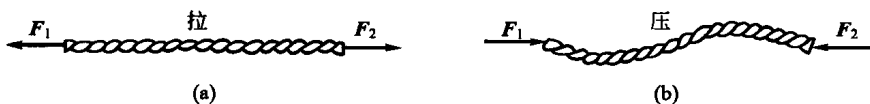


图 1.3

只在两个力作用下处于平衡的构件称为二力构件，如果构件是直的，称为二力杆。工程上存在着许多二力构件。二力构件的受力特点是，两个力必沿作用点的连线。如图 1.4 所示的三铰拱中的 BC 部分，在不计自重的情况下，就可以看成是二力构件。

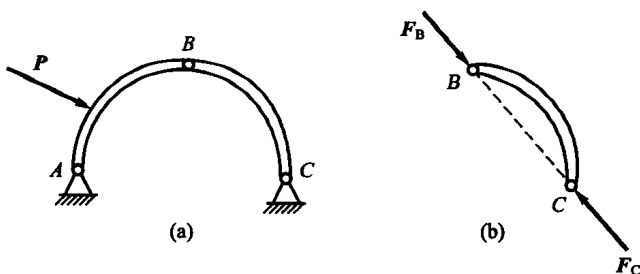


图 1.4

**公理二 加减平衡力系公理** 在作用在刚体上的任何一个力系上，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

这是显而易见的，因为平衡力系对刚体的平衡或运动状态是没有影响的。这个公理常被用在力系的简化上。

**推论 1 力的可传性原理** 作用于刚体上的力，可以沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变它对刚体的作用效应。例如，人们在车后 A 点推车，与在车前 B 点拉车，效应是一样的，如图 1.5 所示。这个推论也可以由公理二来推证，留给读者自行推证。

由以上可知，作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。

应该注意，力的可传性原理只适用于刚体，而不适用于变形体。如图 1.6 所示的变形杆 AB，图 1.6(a) 中杆被拉长。如果把这两个力沿作用线分别移到杆的另一端，如图 1.6 (b) 所示，此时杆就被压短了。

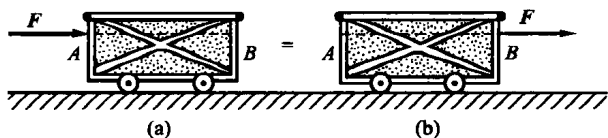


图 1.5

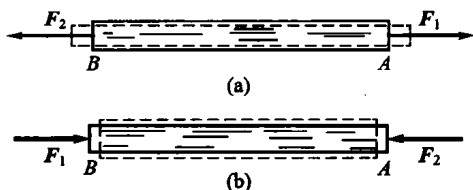


图 1.6

**公理三 力的平行四边形法则** 作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示，如图 1.7 所示。

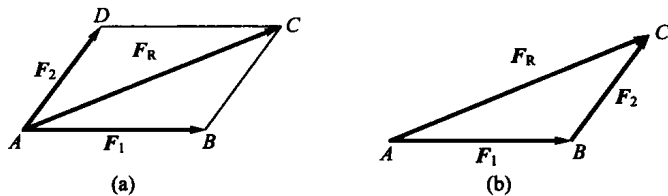


图 1.7

这种合成力的方法称为矢量加法，合力称为这两个力的矢量和。用式子表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

应该指出，式(1-1)是矢量等式，它与代数等式  $F_R = F_1 + F_2$  的意义完全不同。

为了方便，在用矢量加法求合力时，往往不必画出整个的平行四边形，如图 1.7(b) 所示，可从 A 点作一个与力  $F_1$  大小相等、方向相同的矢量  $\overrightarrow{AB}$ ，过 B 点作一个与力  $F_2$  大小相等、方向相同的矢量  $\overrightarrow{BC}$ ，则矢量  $\overrightarrow{AC}$  即表示力  $F_1$ 、 $F_2$  的合力  $F_R$ ，这种求合力的方法称为力三角形法则。

平行四边形法则既是力的合成的法则，也是力的分解的法则。

**推论 2 三力平衡汇交定理** 作用于刚体上 3 个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则这 3 个力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

**证明：**如图 1.8 所示，在刚体的 A、B、C 这 3 点上，分别作用 3 个相互平衡的力  $F_1$ 、

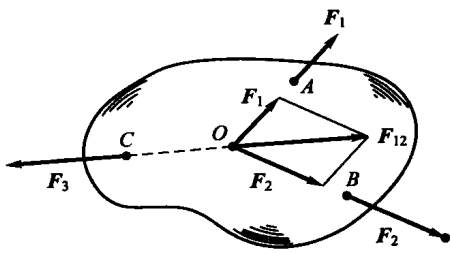


图 1.8

$F_2$ 、 $F_3$ 。根据力的可传性，将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点  $O$ ，然后根据力的平行四边形法则，得合力  $F_{12}$ ，则力  $F_3$  应与力  $F_{12}$  平衡。由于两个力平衡必须共线，所以力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面，且通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$ ，于是定理得证。

**公理四 作用与反作用定律** 作用力和反作用力总是同时存在，两个力的大小相等、方向相反、沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

这个公理概括了物体间相互作用的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。举一例子说明，如图 1.9(a)所示，放置在基座上的电动机，受重力  $P$  和基座的两个反力  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$  的作用 [图 1.9(b)]。

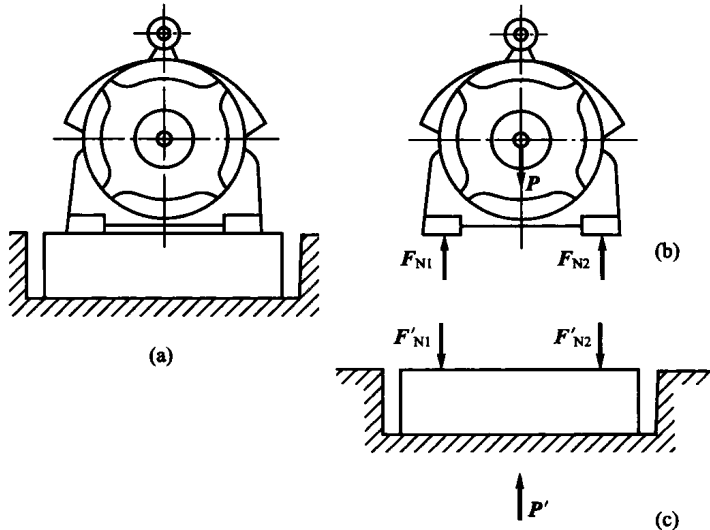


图 1.9

重力  $P$  是地球对电动机的吸引力，作用在电动机上；同时，电动机对地球也有一个吸引力  $P'$  作用在地球上 [图 1.9(c)]，这两个力是作用力和反作用力，两者等值，反向共线，即  $P = -P'$ 。此外，电动机对基座也作用两个压力  $F'_{N1}$  和  $F'_{N2}$ ，其中力  $F_{N1}$  与  $F'_{N1}$  是作用力与反作用力的关系，即  $F_{N1} = -F'_{N1}$ 、 $F_{N2} = -F'_{N2}$ 。后面作用力与反作用力将用同一字母表示，但其中之一在字母的右上方加“'”。

必须强调指出，由于作用力与反作用力分别作用在两个物体上，因此，不能认为作用力与反作用力相互平衡。

**公理五 刚化原理** 变形体在某一力系作用下处于平衡，若将变形体刚化为刚体，其平衡状态不变。

这个公理提供了把变形体看做刚体模型的条件。如图 1.10 所示，绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡，如将绳索刚化成刚体，其平衡状态保持不变。若绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下并不能平衡，这时绳索就不能刚化为刚体。但刚体在上述两种力系的作用下都是平衡的。也就是说把物体刚化成刚体也是有条件的。

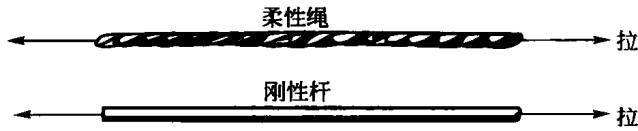


图 1.10

## 1.3 约束和约束反力

有些物体在空间的位置不受任何限制。位移不受限制的物体称为自由体。相反有些物体在空间的位移却要受到一定的限制。如机车受铁轨的限制，只能沿铁轨运动；重物由钢索吊住，不能下落等。位移受到限制的物体称为非自由体。对非自由体的某些位移起限制作用的物体称为约束。例如，铁轨对于机车，钢索对于重物等，都是约束。

既然约束能够阻碍物体发生位移，也就是约束能够起到改变物体运动状态的作用，所以约束与被约束之间必然存在着力，这种力是约束给被约束的，所以称为约束反力。因此，约束反力的方向必然与被约束物体运动方向或运动趋势的方向相反。应用这个准则，可以确定约束反力的方向或作用线的位置，至于约束反力的大小则是未知的。在静力学中，约束反力和物体受的其他已知力(称为主动力)组成平衡力系，因此可用平衡条件求出未知的约束反力。

由此看来，解静力学问题，主要是求解未知的约束反力，而约束反力又与约束类型有关，下面介绍几种在工程中常见到的简单的约束类型和确定约束反力方向的方法。

### 1. 具有光滑接触面的约束

例如，支撑物体的固定面 [图 1.11(a)、(b)]，啮合齿轮的齿面(图 1.12)，铁路中的道轨与车轮等，当摩擦忽略不计时，都属于这类约束。

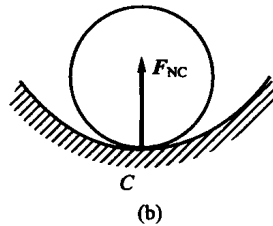
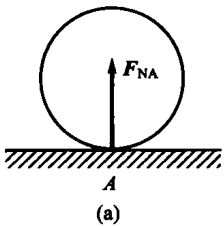


图 1.11

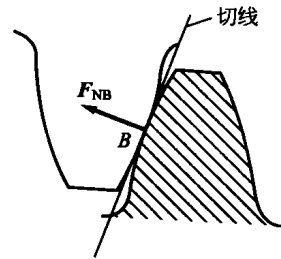


图 1.12

这类约束不能限制物体沿约束表面切线的位移，只能阻碍物体沿接触面法线并向约束内部的位移。因此，光滑支撑面对物体的约束反力，作用在接触点处，方向沿着接触面的公法线，指向被约束物体，这种约束反力有时称为法向反力，通常用  $F_N$  表示，如图 1.11 中的  $F_{NA}$ 、 $F_{NC}$  和图 1.12 中的  $F_{NB}$  等。

### 2. 柔性约束

柔性约束是指由绳索、链条或胶带等一些柔软的物体形成的约束。绳子吊住重物，如

图 1.13(a)所示。由于柔软的绳子本身只能承受拉力 [图 1.13(b)], 所以它给重物的约束反力也只能是拉力 [图 1.13(c)]。因此, 绳索对物体的约束反力作用在接触点上, 方向沿着绳索, 背离被约束物体。通常用  $F$  或  $F_T$  表示这类约束反力。

链条或胶带也都只能承受拉力, 当它们被绕在轮子上时, 对轮子的约束反力沿着轮缘的切线方向, 也是链条和胶带的方向, 背离轮子, 如图 1.14 所示。

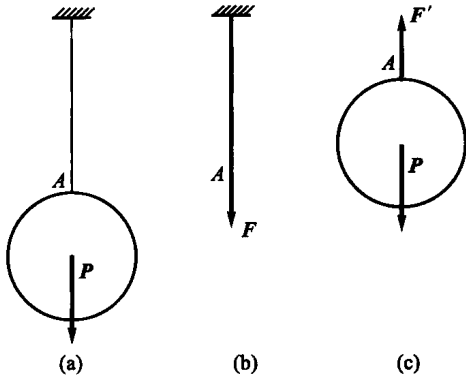


图 1.13

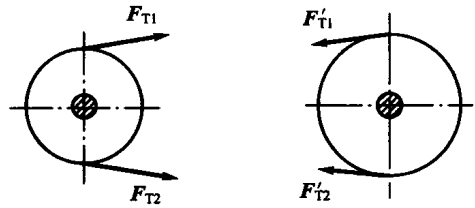


图 1.14

### 3. 固定铰链约束

铰链是工程上常见的一种约束, 铰链约束的典型构造是将构件和固定底座在连接处钻出圆孔, 再用圆柱形销钉串联起来, 使构件只能绕销钉的轴线转动, 这种约束称为固定铰链约束, 又称为固定铰支座, 如图 1.15(a)、(b)所示。

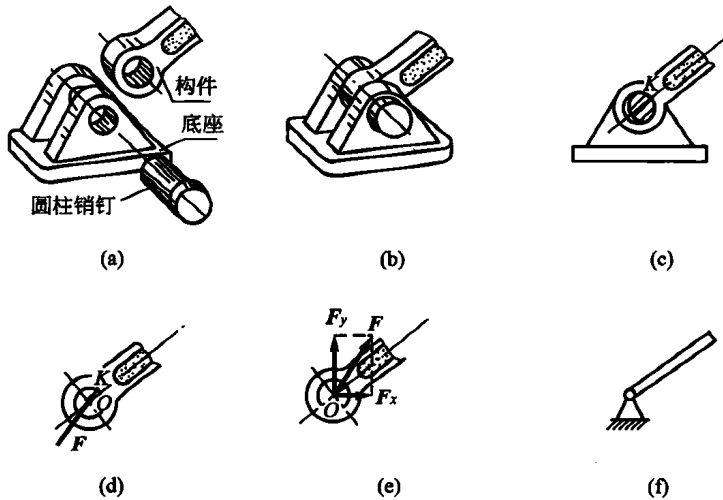


图 1.15

设接触面的摩擦忽略不计, 则销钉与物体圆孔间的接触实际上是两个光滑圆柱面的接触 [图 1.15(c)]。根据光滑面约束反力的性质可知, 销钉给物体的约束反力  $F$  应该沿圆柱面在接触点  $K$  的公法线, 并通过销钉中心  $O$ , 指向物体, 如图 1.15(d)所示。但因接触点  $K$  的位置往往不能预先确定, 所以约束反力  $F$  的方向也就不能预先确定, 因此, 通常用通过铰链中心的两个正交分力  $F_x$  和  $F_y$  来表示, 如图 1.15(e)所示。而图 1.15(f)是固

定铰支座的简化表示法。

如果用圆柱形光滑销钉连接两个物体，则称为中间铰或圆柱铰链，如图 1.16(a)、(b) 所示。中间铰的销钉对构件的约束与固定铰支座的销钉对构件的约束相同，其约束反力通常也用两个正交分力来表示，如图 1.16(c) 所示。

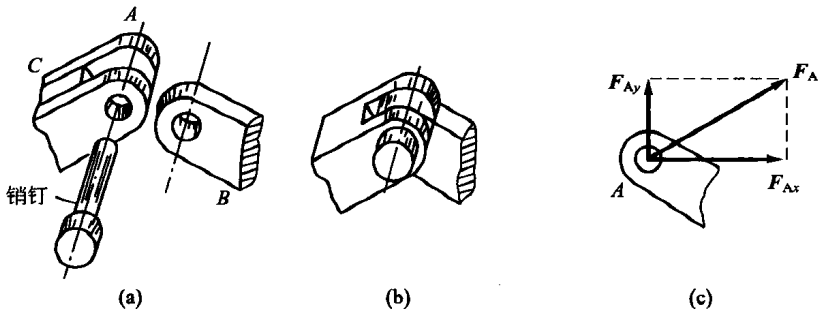


图 1.16

#### 4. 可动铰链约束

将构件的铰链底座用几个辊轴支承在光滑平面上，就构成了可动铰链约束，也称为可动铰支座。如图 1.17(a) 所示，其简图如图 1.17(b) 所示。在桥梁、房屋等结构中常采用可动铰支座。它可以沿支承面移动，允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或收缩。显然，可动铰支座的约束性质与光滑面约束相同，其约束反力必垂直于支承面，且通过铰链中心。通常用  $F_N$  表示其法向约束反力，如图 1.17(c) 所示。

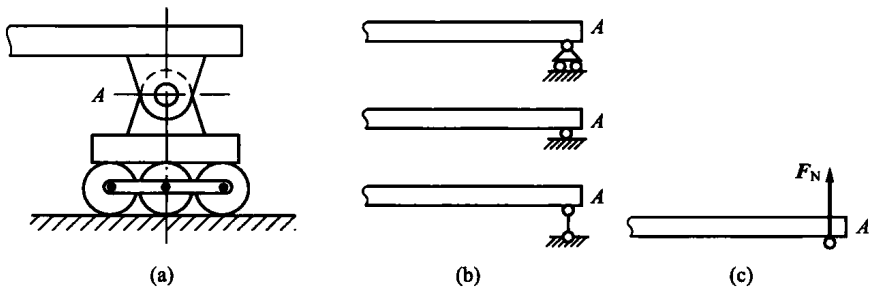


图 1.17

#### 5. 轴承约束

轴承约束是工程中常用的支承形式。这类约束的约束反力的分析方法与铰链约束相同，常用的有滑动轴承和滚动轴承。图 1.18(a) 是滑动轴承的示意图，图 1.18(b) 给出了轴承的简图和约束反力。因为滑动轴承不能限制轴沿轴线方向的运动，所以滑动轴承约束反力的方向在垂直于轴线的纵向平面内，通常用两个正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  表示。

图 1.19(a) 所示为滚动轴承最常见的两种形式，其简图如图 1.19(b) 所示。A 端为向心轴承(或径向轴承)，因向心轴承和滑动轴承一样，不起止推作用，所以向心轴承的约束反力只有  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  两个分力。B 端为向心推力轴承(或径向止推轴承)，它能起到轴向止推作用，所以向心推力轴承的约束反力有  $F_{Bx}$ 、 $F_{By}$  和  $F_{Bz}$  3 个分力，如图 1.19(c) 所示。



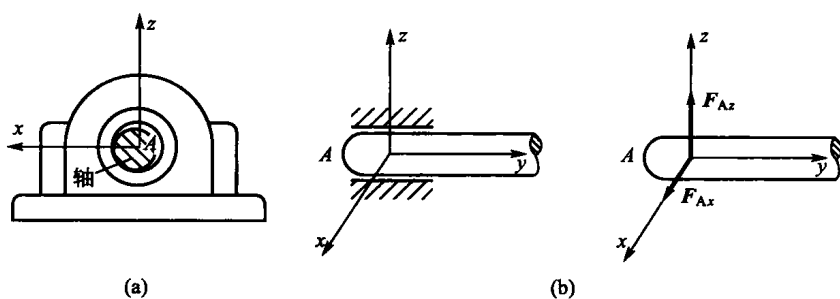


图 1.18

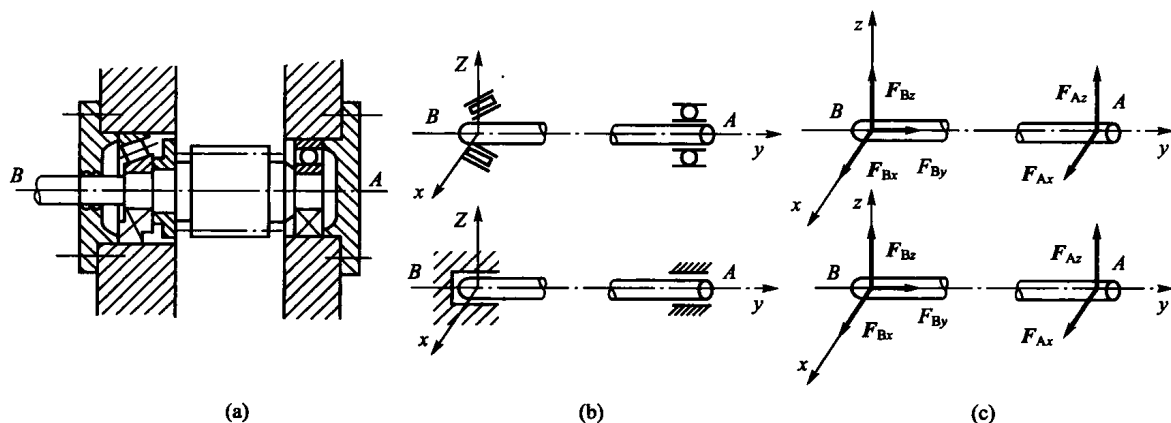


图 1.19

### 6. 球铰链约束

通过圆球和球壳将两个构件连接在一起的约束称为球铰链约束，如图 1.20(a)所示。汽车上换挡用的变速杆便是这种约束。它使构件的球心不能有任何位移，但构件可绕球心随意转动。若忽略摩擦，与圆柱铰链分析相似，其约束反力应是通过球心但方向不能预先确定的一个空间力，可用 3 个正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 、 $F_{Az}$  表示，其简图及约束反力如图 1.20 (b)所示。

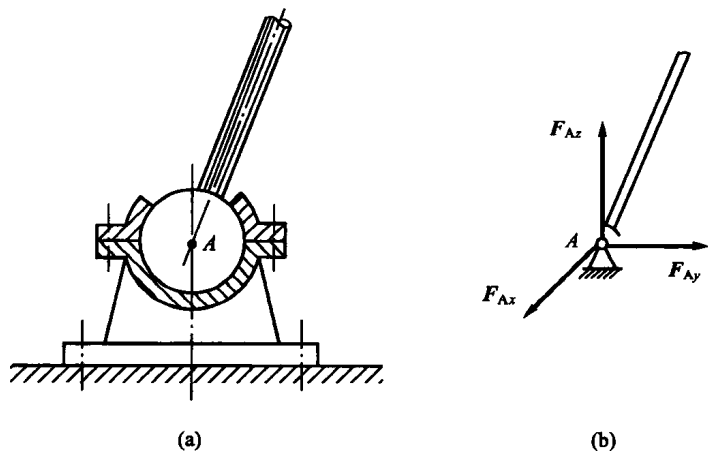


图 1.20