矿山测量经验小丛书

第二冊

矿井定向測量

測繪出版社

編者的話

在总路綫的光輝照耀下，采矿工程正在全国各地遍地开花，其中矿山測量是一項必要的工作，举凡矿場的勘探、矿井的建設、采矿場生产工作的进行、采掘量的驗收等一系列工作都需要进行矿山測量。为供从事矿山測量工作的同志便于参考和交流經驗，本社特將部分有关資料陆續編成小叢書出版。

本册汇集了有关矿井定向測量的几篇文章，分别介紹正确的連接測量和計算方法、通过二个天井定向連接測錘的方法，以及矿井定向測量联系三角形法的平差。

由于編选資料不够齐全，編者水平有限，缺点尙所难免。希讀者对本叢書提出宝貴意見，俾使改进工作，促进矿山測量經驗交流。

測繪出版社　1959年4月

目　录

正确的連接測量及計算的方法

胡昌熾

用几何定向測量，目前最常用的方法是延伸形連接三角形。在測量連接角和計算測量成果时，不論是用地面連接測量的結果計算錘球綫間联綫方向角，或者是用地下連接測量的結果計算地下第一連接边的方向角，应該在連接三角形中取哪一个角度（α 或 β）（見图1）和用什么連接角来进行計算是不很肯定的。要回答这个問題，就必須根据在計算过程中誤差积累的規律和大小来考虑；正确的方案应該使积累到地下第一連接边的方向角（CD）的誤差为最小。虽然这个問題早在几年前就得到了解决，但并沒有引起足够的重视，而且在我国定向測量的实际工作中，到目前也还是不够明确的。

地面和地下的連接測量工作实質上是完全相同的，故只需对一个連接三角形来考虑，就能說明全部定向測量的問題了。在連接三角形为延伸形状时（$\alpha \leqslant 2°$），三角形中錘球綫处的角度 α 和 β 的誤差应为：

$$m_\alpha = \frac{a}{c} m_\gamma, \qquad m_\beta = \frac{b}{c} m_\gamma$$

因而連接三角形錘球綫处的角度誤差值是和 $\angle\gamma$ 的測角誤差及三角形边長比 $\frac{a}{c}$ 或 $\frac{b}{c}$ 有关。a 比 b 小时，$\angle\alpha$ 的誤差比 $\angle\beta$ 的誤差要小。因而Д.Н.奥格罗布林得出結論：在計算地下連接边方向角（CD）时，須經过銳角 α 来計算，因 $\alpha <$

b，所以$m_a < m_\beta$，因而方向角（CD）的精度就要比經过鈍角来計算时高。但是，这个結論是片面的。

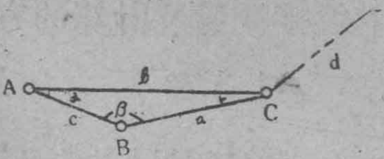


图 1. 連接三角形

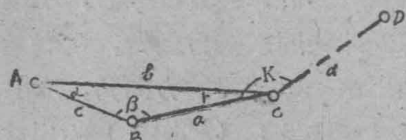


图 2. 第一种連接方案

正如 A. H. 巴拉諾夫等所指出的：不論是經过銳角还是鈍角計算出的第一連接边方向角，它們的精度是相同的。但对这个問題沒有作全面的解决。

A. П. 毕洛克雷斯在自己的論文里詳細地討論了各种可能的方案，并最后提出了正确的結論。因为这个問題对定向測量的实际工作很有用，所以在这里介紹一下。

由于延伸形的連結三角形是最常用、最簡單，而且精度也較高，所以只对延伸三角形連接来加以討論。經过連接測量之后（不論在地面或地下，我們只討論地下連接測量），求出的地下第一連接边的方向角，要获得較高的精度时，应該全面的考虑，計算地下第一連接边方向角（CD）的方案可以有四种。

（I） 經过銳角且对三角形的短边連接时（图 2）：

$$(CD) = (AB) - \alpha - \gamma + K \pm 180^\circ$$

式中(AB)——錘球綫联綫方向角（由地面投射到定向水平），

K——連接角。

当 $\gamma \leqslant 2^\circ$ 时（延伸形时）

$$\alpha'' \doteq \frac{a}{c}\gamma'', \quad a+c=b$$

代入上式得

$$(CD)=(AB)-\frac{a}{c}\gamma-\gamma+K\pm180^\circ$$

$$=(AB)-\left(\frac{a}{c}+1\right)\gamma+K\pm180^\circ$$

$$=(AB)-\left(\frac{a+c}{c}\right)\gamma+K\pm180^\circ$$

$$=(AB)-\frac{b}{c}\gamma+K\pm180^\circ$$

中誤差： $m^2{}_{(CD)}=m^2{}_{(AB)}+\frac{b^2}{c^2}m^2{}_\gamma+m^2{}_K,$

式中 m_γ——C 角測角誤差，

m_K——K 角測角誤差，

$m_{(AB)}$——由地面連接測量和錘球投向工作引起的地下二錘球綫联綫方向角誤差（因它对我們的討論无关重要，下面不再列入）。

（Ⅱ）經过鈍角且对三角形長边連接时（图 3）：

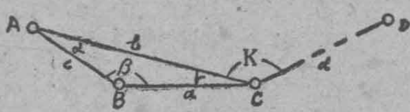


图 3. 第二种連接方案

$$(CD)=(AB)+\beta+\gamma+K\pm2\times180^\circ$$

上式中： $\beta=180^\circ-\frac{b}{c}\gamma,$

$$b-c=a,$$

代入上式：

$$(CD)=(AB)+180-\frac{b}{c}r+r+K\pm2\times180^\circ$$

$$=(AB)+180-\left(\frac{b}{c}-1\right)r+K\pm2\times180^\circ$$

$$=(AB)+180-\left(\frac{b-c}{c}\right)r+K\pm2\times180^\circ$$

$$=(AB)+180-\frac{a}{c}r+K\pm2\times180^\circ$$

中誤差： $m^2{}_{(CD)}=\frac{a^2}{c^2}m^2{}_r+m^2{}_K$

（Ⅲ） 經过銳角且对三角形長边連接时（图 4）：

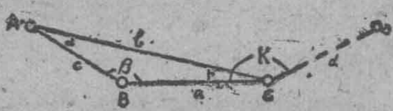


图 4. 第三种連接方案

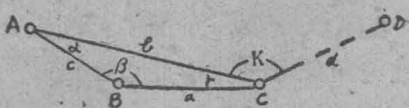


图 5. 第四种連接方案

$$(CD)=AB)-\alpha+K\pm180^\circ$$

其中 $\alpha=\frac{a}{c}r$

代入$(CD)=(AB)-\frac{a}{c}r+K\pm180^\circ$

中誤差：

$$m^2{}_{(CD)}=\frac{a^2}{c^2}m^2{}_r+m^2{}_K$$

（Ⅳ） 經过鈍角且对三角形短边連接时（图5）：

$$(CD)=(AB)+\beta+K\pm2\times180^\circ$$

$$\beta=180^\circ-\frac{b}{c}r$$

$$(CD)=(AB)-\frac{b}{c}r+K\pm2\times180^\circ$$

中誤差：

$$m^2{}_{(CD)}=\frac{b^2}{c^2}m^2{}_r+m^2{}_K.$$

从上面四种可能的連接測量和計算的方案中可以看出：

1. 按（Ⅱ）和（Ⅲ）二种方案算出 CD 边方向角的誤差为

$$m^2{}_{(CD)}=\frac{a^2}{c^2}m^2{}_r+m^2{}_K$$

而按（1）和（Ⅳ）二种方案时則为

$$m^2{}_{(CD)}=\frac{b^2}{c^2}m^2{}_r+m^2{}_K.$$

因为 b 是三角形中的長边，a 是短边，所以按（Ⅱ）（Ⅲ）二种方案計算出（CD）的誤差較小，即精度較高。

2. 不論是經过銳角（α）或者鈍角（β）計算出的 CD 方向角誤差是相同的，这是和 A. H. 巴拉諾夫等所提出的結論相一致的，而誤差值之大小决定于連接时对長边还是对短边进行。

根据上面的分析和結論可以提出：在連接測量时，連接

角 K 的測量必須对三角形中較長的边进行，而在解算第一連接边的方向角（CD）时就不必注意是用銳角还是用鈍角。

另外，A. П. 毕洛克雷斯还在有关的文章中，以誤差曲綫証实了上述的正确結論。到这里我們認为已經全部解决了实际問題，所以不再叙述。

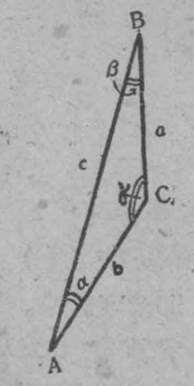
（轉載“煤矿技术”1957年第3期）

通过两个天井定向連接测錘的方法

采矿工程师 B. Ф. 拉夫林耶柯

通过两个天井在已知水平层和定向水平层上定向时，在两个天井之間敷設經緯仪导綫，一个测錘是导綫的起点，另一个测錘是导綫的終点。为了便于計算，采用假定的坐标法。

在已知水平層上連接三角形的計算　　表 1

指标		测量检查		角的計算	
		a^2 b^2	5.346 6.959	β $\lg\sin\beta$	1°59′14″ 8.540249
		a^2+b^2 $\lg 2$	12.305 0.301030	$+\lg b$ $\lg m$	0.421275 8.118974
		$\lg a$ $\lg b$	0.364363 0.421275	$-\lg\sin$ $\lg c$	8.813667 0.694693
		$\lg\cos\gamma$	9.999077	$+\lg m$ $\lg a$	8.118974 0.364363
		$\lg 2ab\cos\gamma$	1.085745	$\lg\sin\alpha$ α	8.483337 1°44′32″
		a^2+b^2+ $+2ab\cos\gamma$	12.305 12.182		
a b c	2.314 2.638 4.951	c^2 c計算的值 c測量的值	24.487 4.948 4.951	α β γ	1°44′32″ 1°59′14″ 176°16′00″
γ	176°16′00″			Σ	179°59′46″

但在实际工作中常遇到的情况是，在已知水层上，能从一个測点瞄准兩个錘綫，計算定向可以不采用假定坐标来完成。

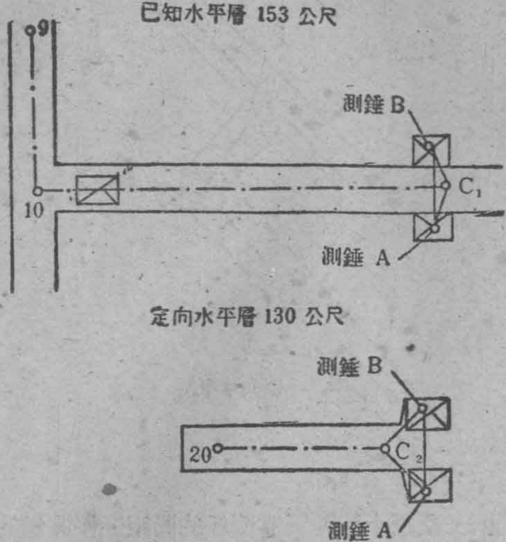


图 1. 通过兩个天井定向时用連接三角形連接測錘的方法

如图 1 巷道的布置，可將仪器安置在 C_1 和 C_2 点上，以此点作为基点，而后联接 AB 錘綫，此时在原水平层上和定向水平层上各形成連接三角形。这样能直接測量三角形 C_1 C_2 点的角和三角形的三边，当某一水平层不能測量錘綫的間距，則計算該水平层的联接三角形时，可利用已测的另一水平层的两錘綫的数値，这样做是允許的。

也能遇到这样的情况，无論那一个水平层都不能測量錘綫的間距（图 2）。

这时，根据已知水平层上进行的測量計算錘綫 A 和 B 的坐标，再根据坐标，則可計算出两錘綫的方向角和两錘綫的間距。

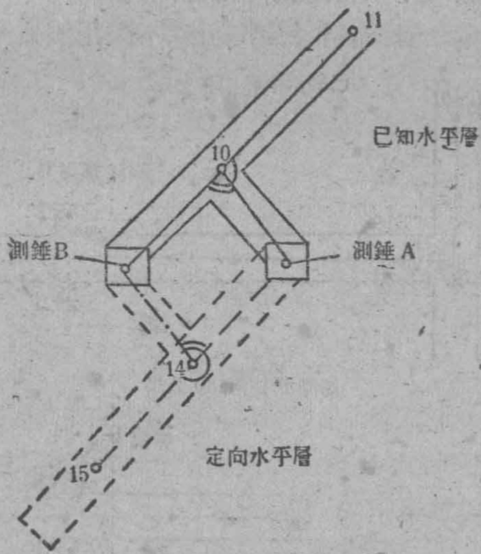


图 2. 在兩个天井不測測錘的間距連接測錘的方法

計算定向水平层上連接三角形，是利用計算出的錘綫間距和測量其他的要素而得（图2，利用每个錘綫的間距和14点的鈍角）。

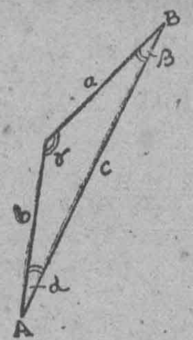
上述定向的例子，在捷尔任斯基矿务局巨人矿矿井，已采用上述方法。在153公尺原水平层（見图1）上，从C_1測出$B-C-10$的角度，以及C_1点測錘綫之間的距离。在130公尺定向水平层測量$B-C-20$的角度以及由C_2点到錘綫之間的距离。根据这一資料，計算出連接三角形和C_2点的坐标及C_2-20的坐标方位角（全部的計算数値列于表1，2，3）。

这一連接方法适用于在一点能瞄准两个錘綫的情况。

（轉載“矿山技术”1957年第9期）

定向水平層上三角形的計算

表 2

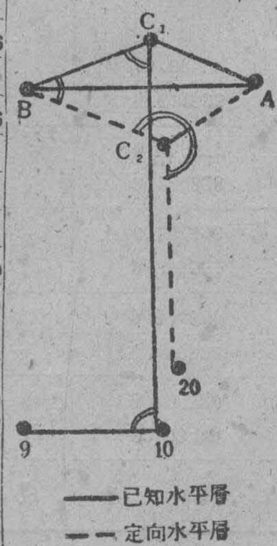
原始資料		測量檢查		角的計算	
		a^2	5.934	β	32°03′06″
		b^2	9.998	$\lg\sin\beta$	9.724820
		a^2+b^2	15.932	$+\lg b$	0.499962
		$\lg^2$	0.301030	$\lg m$	9.224858
		$\lg a$	0.386677	$-\lg\sin\gamma$	9.919551
		$\lg b$	0.499962	$\lg c$	0.694693
		$\lg\cos\gamma$	9.745400	$+\lg m$	9.224858
				$\lg a$	0.386677
		$\lg 2ab\cos\gamma$	0.933069	$\lg\sin\alpha$	9.611535
				α	24°07′54″
		a^2+b^2+	15.932		
		$+2ab\cos\gamma$	8.572		
a	2.436	c^2	24.504	α	24°07′54″
b	3.162	c 的計算值	4.950	β	32°03′06″
c	4.951	c 的測量值	4.951	γ	123°48 30″
γ	123°48′30″			Σ	179°59′30″

坐标計算記录表

表 3

点 测站	点 观测	測量尺架的長度(公尺)	多边形观察角 β °	′	″	坐标方位角，α °	′	″	lg sinα / lg cosα	ΔY, м +	ΔY, м −	Δ, X м +	Δ, X м −	Y, м	X, м
10	9					93	54	07							
		16.886	92	48	00									8036.794	9079.156
						6	42	07	0.11672						
	C_1								0.99316	1.970		16.770		8036.764	9095.926
C_1	10														
		2.314	82	23	30										
						209	05	37	0.99988						
	錘測 B					89	05	37	0.01580		2.313		0.366	8036.451	9095.560
錘測 B	C_1														
		2.436	34	02	20										
						123	07	57	0.83740						
	C_2					56	52	03	0.54659	2.040			1.331	8038.491	9094.229
C_2	錘測 B														
		9.091	244	56	30										
						188	04	27	0.14047						
	20					8	04	27	0.99008		1.280		9.001	8037.211	9085.228

定 向 示 意 图



矿井定向測量联系三角形法的平差

本溪鋼鉄工业学校 吳 永 义

矿井定向測量是矿山測量业务中一項很重要的工作，該項工作包括：地表連接、投点和井下連接三个部分。

地表和井下連接方法有很多种，其中最佳最常用的就是联系三角形法。

关于联系三角形法的图形布置、观測前的准备工作、观测方法和檢核方法等在一般矿山測量書籍中已有叙述，本文茲就其平差問題分成四个部分：条件方程式；伸展联系三角形法的平差；井上下伸展联系三角形的整体平差和銳一鈍和銳一銳角联系三角形的平差加以研究，供同志們參考。

一、条件方程式

为了組成条件方程式，首先必需对联系三角形法的观測情况加以了解。

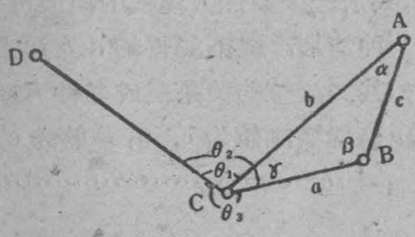


图 1

如图 1 所示的單个联系三角形中，矿山測量技术規程規定必需观測 θ_1、θ_2、θ_3 和 γ 各角及 a、b、c 三边。同时亦不难

看出多余观测数目为3，也就是有三个条件方程式和三項不符值。

三个条件方程式中，前两个条件方程式是由在C点测角因素θ_1、θ_2、θ_3和γ所組成。

即：

$$\left.\begin{aligned}\theta_1-\theta_2+\gamma&=f_1\\ \theta_2+\theta_3-360^\circ&=f_2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

如果令θ_1、θ_2、θ_3和γ的改正値为V_1、V_2、V_3和V_γ，这样不难写出其条件方程式为：

$$\left.\begin{aligned}V_1-V_2+V_\gamma+f_1&=o\\ V_2+V_3+f_2&=o\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

最后一个条件方程式由联系三角形ABC本身观测因素a、b、c和γ所組成。由于其組成情况随联系三角形的解法不同而不同，为此这里分别討論。

1. 按正弦公式解联系三角形的条件方程式

矿山測量技术规程规定：在联系三角形两垂綫处角度$a<20°$、$\beta>160°$的情况下，按正弦公式求解。

应用正弦公式解联系三角形时，除上述在c点测角的两个条件方程式外，其余一个条件方程式的組成可分成两种情况。

（1）第一种情形：根据测得的a、b边長和γ角計算两垂綫距离c和其实測値的关系組成条件方程式。

設两垂綫距离的实測値为c，計算値为c'，則：

$$c-c'=f_c\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

式中

$$c^{2\prime}=a^2+b^2-2ab\cos\gamma\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

矿山測量技术规程规定：$f_c\leqslant\pm2$公厘。如果令观測値a、b、c和γ的改正値为V_a、V_b、V_c和V_γ，則条件方程

式为：

$$a_1V_a+a_2V_b+a_3V_c+a_4V_\gamma+f_c=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

条件方程式系数 a_i 从最小二乘法知：

$$a_1=\frac{\partial fc}{\partial a}、a_2=\frac{\partial fc}{\partial b}、a_3=\frac{\partial fc}{\partial c}、a_4=\frac{\partial fc}{\partial \gamma}.$$

依(2)和(3)式得：

(Ⅰ) $$\frac{\partial fc}{\partial a}=-\frac{a-b\cos\gamma}{c'},$$

从图2知 $a-b\cos\gamma=c\cdot\cos\beta$，

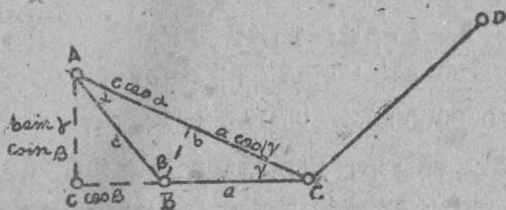


图 2

在計算偏导数时，可令 $c=c'$，所以：

$$a_1=\frac{\partial fc}{\partial a}=-\cos\beta \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

(Ⅱ) $$\frac{\partial fc}{\partial b}=-\frac{b-a\cos\gamma}{c'},$$

从图2知，$b-a\cos\gamma=c\cdot\cos\alpha$，

同理：

$$a_2=\frac{\partial fc}{\partial b}=-\cos\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

(Ⅲ) $$a_3=\frac{\partial fc}{\partial c}=+1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$