



状元笔记

教材详解

八年级数学下

JS

丛书主编：洪林旺 本册主编：王玉琴 董耀波 刘顿



YZLI0890151064

昔日状元读书留笔记
今朝我用笔记中状元

ZHUANGYUAN BIJI
JIAOCAI XIANGJIE



龍門書局

龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com

★ 内含教材习题答案 ★

状元笔记

教材详解

ZHUANGYUAN BIJI
JIAOCAI XIANGJIE

八年级数学 下



丛书主编：洪林旺
本册主编：王玉琴 董耀波 刘 颖
副主编：崇庆锋 李 磊 季友柱
编 委：周 华 江学臣 潘少伯 刘延阳
王振宏 徐 波 王 燕 马兆兵



YZLI0890151064

龍 門 書 局

北 京

版权所有 侵权必究

举报电话:010-64031958;13801093426

邮购电话:010-64034160

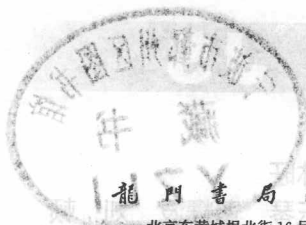
图书在版编目(CIP)数据

状元笔记教材详解. 八年级数学. 下:JS/洪林旺丛书主编;王玉琴,董耀波,刘顿本册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2011
ISBN 978-7-80160-036-3

I. 状… II. ①洪…②王…③董…④刘… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 139894 号

责任编辑:张凤玲 赵胜男/封面设计:魏晋文化



北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

天时彩色印刷有限公司印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2001年10月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2011年10月第八次修订版 印张:10 1/2

2011年10月第二十六次印刷 字数:434 000

定 价: 21.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

他山之石，可以攻玉

——《状元笔记·教材详解》前言

是否，在冥思苦想之余，仍感困惑？

是否，在洗耳恭听之时，还是无助？

是否，在挑灯夜战之后，犹觉茫然？

问鼎状元，如千军万马过独木桥。父母、老师不要求每一位孩子、每一位学生都能力争状元，但如果我们都来借鉴、掌握状元的学习方法、学习技巧，那么，我们就能跳出题海，用较少的时间取得良好的学习效果。因此，龙门书局将全国各省高考状元的各个学科的学习心得和方法技巧，经过名师整理、挖掘与提升出来，形成《状元笔记·教材详解》，与同学们一起分享。

它用“详解”破译你的困惑；用“技巧”解除你的无助；用“警示”驱走你的茫然。

翻开这本笔记，你将看到的经典栏目有：

教材详解：全面、细致地讲解教材上的知识点，深入剖析其内涵，并配典型例题对其进行巩固。一讲一练夯实基础，使你考试稳拿基础分。

解题技巧：归纳各节的解题方法和技巧，辅以例题，通过对例题的分析和点评，让你掌握解题所用的通性通法以及小窍门，快速提高解题能力。

状元笔记：总结规律、提炼学习方法和技巧，让你掌握状元的学习方法。

陷阱警示：梳理学习过程中遇到的易错点和易混点，通过错因透视，扫除学习中的困惑和障碍。

参考答案及点拨：给出本书所有习题以及教材习题的答案，并用精辟的分析，对习题进行点拨。

亲爱的同学，“他山之石，可以攻玉”，取状元学习之精华，架成功积累之天梯。如能掌握本书的方法和技巧，到时，你将成为或班级、或学校、或县市、或全省乃至全国的佼佼者。

在学习过程中有什么疑问或本书如有遗漏之处，请与 zyxxbj@163.com 联系，不胜感谢！

洪林旺

2011年9月



学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢“地基”，从基础知识中演绎难题，争取举一反三；融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信“天道酬勤，勤能补拙”。

学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统的梳理，无论是预习时或复习时，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。



学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习习惯，如制订学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。



学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。



学习方法、技巧: 1.要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2.学会从各种测验考试中总结经验、教训,而不要仅仅局限于分数。3.学会计划每一天的学习任务,安排每一天的学习时间。4.坚持锻炼,劳逸结合。



学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得不过的门槛。不要总因为喜好就偏废其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。



学习方法、技巧:认真听讲,勤于思考,作阶段性总结,及时调整学习计划,坚持阅读课外书和新闻,一以贯之,学不偏废。



学习方法、技巧：1.知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2.知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3.整体把握兴趣和强弱科的平衡。4.正确认识自己的弱点，集中力量克服它。



目 录

CONTENTS

第七章 一元一次不等式

1

7.1 生活中的不等式	2
7.2 不等式的解集	7
7.3 不等式的性质	12
7.4 解一元一次不等式	17
7.5 用一元一次不等式解决问题	24
7.6 一元一次不等式组	31
7.7 一元一次不等式与一元一次方程、一次函数	41
本章小结	51
本章测试题	60

第八章 分式

66

8.1 分式	67
8.2 分式的基本性质	74
8.3 分式的加减	83
8.4 分式的乘除	91
8.5 分式方程	98
本章小结	109
本章测试题	119

第九章 反比例函数

124

9.1 反比例函数	125
-----------------	-----

9.2 反比例函数的图象与性质	132
9.3 反比例函数的应用	144
本章小结	154
本章测试题	163

第十章 图形的相似

168

10.1 图上距离与实际距离	169
10.2 黄金分割	174
10.3 相似图形	179
10.4 探索三角形相似的条件	187
10.5 相似三角形的性质	200
10.6 图形的位似	211
10.7 相似三角形的应用	220
本章小结	231
本章测试题	238

第十一章 图形与证明(一)

245

11.1 你的判断对吗	246
11.2 说理	251
11.3 证明	257
11.4 互逆命题	269
本章小结	275
本章测试题	281

第十二章 认识概率

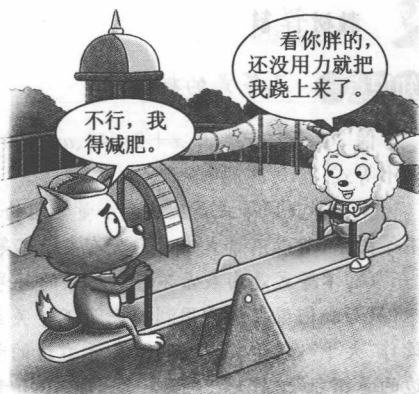
288

12.1 等可能性	289
12.2 等可能条件下的概率(一)	292
12.3 等可能条件下的概率(二)	301
本章小结	310
本章测试题	319

第七章

一元一次不等式

方程是等式,它跟不等式有两字相同,说明他们有很多地方是类似的,有一字不同,说明他们有本质上的区别,因此学习不等式应类比方程来学习.



本章学习目标

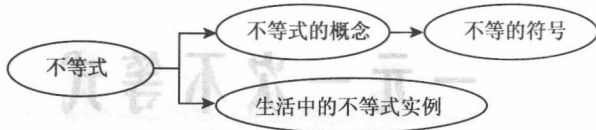
- ◆能够根据具体问题中的大小关系了解不等式的意义,并探索不等式的基本性质.
- ◆会解简单的一元一次不等式,并能在数轴上表示出解集;会解由两个一元一次不等式组成的不等式组,并会用数轴确定解集.
- ◆能够根据具体问题中的数量关系,列出一元一次不等式和一元一次不等式组,解决简单的问题.
- ◆本章的重点是一元一次不等式(组)的解法,和利用一元一次不等式(组)解决问题的方法.本章的难点是把实际问题中抽象的不等关系转化为不等式.

3.1 生活中的不等式



整体感知

概念图



教材详解

知识点一 不等式的概念

像 $30 < 55$ 、 $x > 50$ 、 $x + 2 < 48$ 、 $a \leq 100$ 、 $3y \geq 10$ 等,用不等号表示不等关系的式子叫做不等式。

详解 (1)等式是反映两个量之间的相等关系,显然不等式则反映了两个量之间的不等关系,所以不等式中必定含有表示不等关系的符号。

(2)不等式是由表示不等式关系的符号与它左、右两边的代数式组成的。

(3)我们现在经常用到的表示不等关系的符号有: $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 和 $\neq$ 五种。其中“ $>$ ”读作“大于”,表示其左边的量大于右边的量;“ $<$ ”读作“小于”,表示其左边的量小于右边的量;“ $\geq$ ”读作“大于或等于”,即“不小于”,表示左边不小于右边;“ $\leq$ ”读作“小于或等于”,即“不大于”,表示左边不大于右边;“ $\neq$ ”读作“不等于”,表示两个量之间的关系是不相等的,但并未明确左边大,还是右边大。

易错警示 方程是一个等式,这是与不等式的本质区别。

【例1】 下列式子中哪些是不等式?

(1) $0 < 1$ (2) $a + b = b + a$ (3) $x^2 + 5 > 10$ (4) $x \neq 0$ (5) $3a + 2$ (6) $|a| \geq 0$

分析:用不等号表示不等关系的式子叫做不等式。(2)是等式,不是不等式;(5)是一个代数式,也不是等式;是不等式的有(1)(3)(4)(6)。

解:(1)(3)(4)(6) 是不等式;(2)(5)不是不等式。



规律总结: 判断一个式子是否为不等式,关键是看这个式子中是否含有不等

号,如“ $>$ ”、“ $<$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”和“ $\neq$ ”。本题容易忽视的是: $x \neq 0$ 也是不等式。

知识点二 用不等式表示数量之间的关系

详解 列不等式和列方程类似,都要根据文字说明,在正确理解题意的基础上,联

系实数和代数式的知识,准确地找到题目中的不等关系,从而列出不等式.列不等式是进一步学好不等式的一个重要方面,一定要认真领会内在的数量关系和对一些关键词的理解.

一般按下面步骤进行:(1)分析题意,找出题目中的各种量;(2)找出各量之间的相等或不等关系;(3)用代数式表示各量;(4)用适当的不等号将具有不等关系的量连接起来.

状元笔记 **规律总结:** 根据条件列不等式要特别注意:不等号与一些词语含义的对应关系,如:“ $>$ ”表示大于、高出、多于、超过,“ $<$ ”表示小于、低于、不足、合算,“ $\geq$ ”表示大于或等于、不少于、不低于、至少,“ $\leq$ ”表示小于或等于、不大于、不超过、至多.

【例2】 根据下列数量关系,列不等式:

(1) x 的3倍与2的差是非负数;

(2) a 的 $\frac{1}{2}$ 与3的和小于1;

(3) a 与 b 两数的和的平方不小于3;

(4) $a-b$ 是正数.

分析:解此题的关键是把握关键词:如(1)非负数是大于等于0的数,即“ $\geq$ ”; (2)小于用“ $<$ ”; (3)中的不小于3用“ $\geq$ ”; (4)中的“正数”是大于0的数,即“ $>$ ”.

解:(1) $3x-2 \geq 0$ (2) $\frac{1}{2}a+3 < 1$ (3) $(a+b)^2 \geq 3$ (4) $a-b > 0$

状元笔记 **规律总结:** 解答此类题的关键是:(1)代数式的书写要准确;(2)将题目中的文字叙述转化为正确的不等关系的式子,要弄清非负数(≥ 0),非正数(≤ 0),不小于($\geq$),不大于($\leq$)的意义.

知识点三 生活中的不等式

不等式和方程一样,都是源于生活,又为生活服务.

讲解 在现实生活的数量关系中,总存在着相等和不等两种关系.数量的相等是个别的、相对的,而且是特殊的,数量的不等却是普遍的、绝对的.不等式就是表示不等关系的最基本的形式,要解决数量不等关系的问题就必须用不等式的知识来解决,就像列方程解决实际问题那样,我们也可以通过列不等式来解应用题.同时又是学习其他不等式的基础,不少数学问题以及有些物理、化学问题都要用到不等式的知识.

【例3】 (2011·宁夏改编)在一次社会实践活动中,某班可筹集到的活动经费最多900元,此次活动租车需300元,每个学生活动期间所需经费15元,如果设参加这次活动的学生人数有 x 人,可得不等式_____.

分析:本题是一道简单的不等式的应用问题,解决问题的关键是抓住不等关系,活动经费不超过900元.列出 $15x+300 \leq 900$.

答案: $15x+300 \leq 900$

状元笔记 **规律总结:** 生活中的图象、文字、徽标等信息,已经成为考试中的一种有效素材,解决这类问题,需要将图象、文字、徽标等信息转化为数学语言,通过本题目也让我们认识到关注身边数学的重要性.



解题技巧

技巧1 巧用不等式解决学科内综合题

【例4】已知三角形的两边长分别为4cm和9cm,则下列长度的四条线段中能作为第三边的是 ()

A. 13cm

B. 6cm

C. 5cm

D. 4cm

分析:根据三角形的三边的关系可得第三边长应该大于两边之差,而小于两边之和.因此第三边大于 $9-4=5$,而小于 $9+4=13$.在A. 13cm

B. 6cm C. 5cm D. 4cm 四个选项中,只有B.

6cm符合要求.本题首先要根据三角形的三边之间的关系得出第三边的范围,再从中找出符合要求的一个数.

答案:B



解题关键

及时发现不等关系,将问题转化.

状元笔记

规律总结: 三角形三边之间的关系要从两方面考虑,即最大值与最小值.

技巧2 巧用不等式解决生活中的问题

【例5】已知扬州大桥长1000米,一辆汽车通过桥时用了1分钟,桥的两端都竖立着一个如图7.1-1中的限速牌,提醒司机汽车时速不得超过40千米.设时速为 v 千米,你用不等式表示 v 的限速范围,然后判断该车是否超速.

40

分析:不得超过是不大于的意思, $\therefore$ 表示为 $v \leq 40$.然后根据桥长和汽车过图7.1-1桥用的时间,可以求出汽车的时速,就能判断该汽车是不是超速.

解: v 的限速范围可以表示为 $v \leq 40$. $1 \div \frac{1}{60} = 60$, $\therefore$ 汽车的时速是60千米,是超速行驶.

状元笔记

规律总结: 不得超过表示为不大于,即小于或等于.用不等式表示不等关系,关键是抓住重点词语,把文字语言转化为数学符号表示的不等式.



陷阱警示

易错点1 对概念理解不透彻导致错误

错因实质是把不等当成了不等式概念的本质属性.事实上,不等式是用符号“ $<$ ”(或“ $\leq$ ”),“ $>$ ”(或“ $\geq$ ”)“ $\neq$ ”连接的式子,式子只要用不等号连接就是不等式,与不等式是否成立无关.

【例6】下列式子不是不等式的是 ()

A. $-2 > 6$ B. $x > -8$ C. $3x + 2 = 8$ D. $|x - 2| + 4 \neq 0$

正解:C

错解:A

错因分析:不等式是指式子在形式上由符号“ $\neq$ ”“ $\leq$ ”“ $\geq$ ”“ $<$ ”“ $>$ ”连接,而不受不等式是否成立的影响.如问题中对 $-2 > 6$ 的理解应为:它是不等式但不成立.

易错点 2 对字母的取值理解不清导致错误

误认为 a 一定是正数, 其实 a 既可以表示正数, 也可以表示负数和零.

【例 7】若 a 为实数, 请问 $3+a$ 一定大于 $3-a$ 吗?

正解: 因为 a 为实数, 所以当 $a > 0$ 时,
 $3+a > 3-a$; 当 $a = 0$ 时, $3+a = 3-a$;
 当 $a < 0$ 时, $3+a < 3-a$.

错解: 因为 a 为实数, 所以一定
 能判断 $3+a$ 大于 $3-a$.

错因分析: 错解是因为错误的认为 a 一定为正数, a 可以是任意数, 要分情况讨论.

易错点 3 对表示不等关系的语句理解错误

【例 8】用不等式表示: a 的 4.5 倍与 a 的 $\frac{1}{2}$ 的和是非负数.

正解: 根据题意, 得 $4.5a + \frac{1}{2}a \geq 0$.

错解: 根据题意, 得 $4.5a + \frac{1}{2}a < 0$.

错因分析: 本题的错解是没有能正确理解题目中关键语句“非负数”的意义, 处理不等关系问题时, 一定要抓住“正数”、“负数”、“非负数”、“非正数”、“和”、“差”、“倍半”、“小于”、“大于”、“不大于”、“不小于”等.

**最新三年中考经典**

【例 9】(2011·湖北襄阳改编)我国从 2011 年 5 月 1 日起在公众场所实行“禁烟”, 为配合“禁烟”行动, 某校组织开展了“吸烟有害健康”的知识竞赛, 共有 20 道题, 答对一题记 10 分, 答错(或不答)一题记 -5 分. 小明参加本次竞赛得分要超过 100 分, 设小明至少答对 x 道题, 则可得 inequality .

分析: 设小明至少答对 x 道题, 则答错(或不答) $(20-x)$ 道题. 根据题意可得 $10x - 5(20-x) \geq 100$.

答案: $10x - 5(20-x) \geq 100$

名师点评: 细心认真审题, 领会题目含义, 弄清其数量关系, 是解决这类贴近日常生活题型的关键.

**轻松练习**

- (2010·佛山)“数 x 不小于 2”是指
 A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x > 2$
- 在表达式: (1) $-1 < 0$; (2) $2x - 3y > 1$; (3) $2x - 1 = 0$; (4) $y - 3x = 4$; (5) $x \neq 0$; (6) $x^2 - xy + y^2$ 中, 不等式共有
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 据气象台“天气预报”报道, 某天的最低气温是 17°C , 最高气温是 25°C , 则该天气温 $t(^\circ\text{C})$ 的取值范围是

- A. $t < 17$ B. $t > 25$ C. $t = 21$ D. $17 \leq t \leq 25$

4. 式子(1) $2 > 1$, (2) $2x - 3y < 0$, (3) $m = 1$, (4) $x - 5$, (5) $a + 3 \leq 4$ 中, 是不等式的有 个.

5. 用不等式表示 x 不大于 7 为 .

6. 小明与小刚骑车从学校到书店, 小明先行 400 米, 随后小刚出发, 小刚出发 x 分钟后到达书店, 而这时小明还在路上. 已知小明的速度为 200 米/分, 小刚的速度为 250 米/分, 则根据题意列出不等式为 .

7. 若满足 $x \geq -3$ 的 x 的最小值是 a , 满足 $y \leq 1$ 的 y 的最大值是 b , 则 $a + b =$.

8. 用适当的符号表示下列关系:

(1) a 是非负数;

(2) x 的相反数与 2 的差不小于 5;

(3) x 与 1 的和比它的 3 倍小.

9. (开放探究题) 某乡组织 20 辆汽车装运 A、B 两种苹果到外地销售, 按规定, 每辆车只装同一种苹果, 且必须装满. 设有 x 辆汽车只装 A 种苹果, 要求至少运送 30 吨苹果, 且还要求所获利润不少于 31500 元, 根据表中提供的信息, 写出 x 应满足的不等式. (至少写两个)

苹果品种	A	B
每辆汽车运载量(吨)	2	2.4
每吨获利(元)	600	800



参考答案及点拨

[轻松练习]

1. B 点拨: 不小于就是“ $\geq$ ”, 注意不要漏掉“ $=$ ”. 故选 B.

2. C 3. D

4. 3 点拨: 判断是否为不等式, 关键是看所给的式子中是否含有不等符号.

5. $x \leq 7$ 点拨: 本题易写成“ $x < 7$ ”, 错误的原因是没有真正理解“不大于”的含义, “不大于”的含义是“小于或等于”.

6. $400 + 200x < 250x$ 点拨: 小刚出发 x 分钟后, 小刚所走的路程大于小明所走的路程.

7. -2 点拨: 满足 $x \geq -3$ 的 x 的最小值是 -3, 满足 $y \leq 1$ 的 y 的最大值是 1, 所以 $a + b = -3 + 1 = -2$.

8. 解: (1) $a \geq 0$; (2) $-x - 2 \geq 5$; (3) $x + 1 < 3x$.

点拨: 用不等式表示不等关系时, 要注意认真读题, 抓住题目中的关键词, 如正数、非负数、大于、零、不小于、不超过、不低于、多、少等, 还要弄清运算顺序和数量之间存在的的关系, 从而列出不等式.

9. 解: 根据表中提供的信息, 我们至少可以得出运载量和利润两种不同的关系式:

(1) 运载量应满足的不等式为: $2x + 2.4(20 - x) \geq 30$;

(2) 运输的利润应满足的不等式为: $600 \times 2x + 800 \times 2.4(20 - x) \geq 31500$.

点拨: 这是一道结论性探索题, 解题方法是抛因索果, 根据表中提供的信息, 结合经济问题的各个基本量之间的关系, 然后得出结论. 开放型探索题的类型很多, 很灵活, 在解题时, 要大胆、细心, 不慌张, 展开丰富的联想、猜想, 注意各综合能力的运用.

[教材习题]

【尝试 P₆】(1) $x \geq 2.9$, $y \geq 3.1$; (2) $x + 2 < 48$; (3) $a^2 > 1$; (4) $\frac{1}{m} \leq 5$.

【思考 P_7 】 $-2 \leq t \leq 6$.

【练习解答 P_7 】1. (1) $a < 0$; (2) $x + 5 > 2$; (3) $x - a < 2$; (4) $x - y \geq 0$.

2. (1) $v \leq 200 \text{ km/h}$; (2) $h \leq 1.74 \text{ m}$; (3) $s \leq 4 \text{ km}$.

【习题解答 P_7 】1. (1) $>$; (2) $>$; (3) $<$; (4) $<$; (5) $>$.

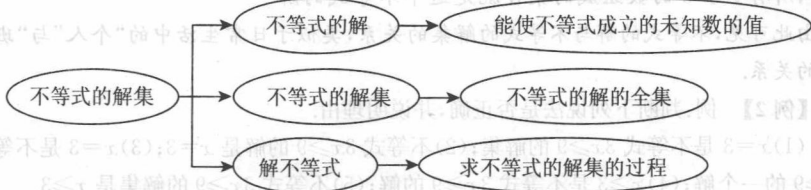
2. (1) $x \leq 14$; (2) $t \geq 30$; (3) $t > 8$; (4) $h > 1.75$; (5) $t < 12$.

3. (1) $x - 6 > -1$; (2) $2x + 5 < 0$; (3) $3x - 2 > 0$; (4) $3a + b \geq 0$.

7.2 不等式的解集

整体感知

概念图



教材详解

知识点一 不等式的解

能使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解. 如 $x=1$ 就是不等式 $x+2>0$ 的一个解. 一般地说, 一个方程有有限个解, 一个不等式的解却有无数个.

拓展延伸 判断一个未知数的值是不是不等式的解, 只需将这个未知数的值代入不等式中检验即可, 若能使这个不等式成立, 则这个未知数的值是这个不等式的一个解.

【例1】试判断数 $-1, 0, 3$ 是否是 inequality $4+x<5-2x$ 的解.

分析: 要判断所给定的数是否是已知不等式的解, 只需将所给的数逐一代入不等式的左右两边, 看看不等式能否成立, 若满足不等式, 即为不等式的解, 若不满足, 则不成立.

解: 当 $x=-1$ 时, $4-1<5-2\times(-1)$ 成立, 所以 -1 是不等式 $4+x<5-2x$ 的解;

当 $x=0$ 时, $4+0<5-2\times 0$ 成立, 所以 0 是不等式 $4+x<5-2x$ 的解;

当 $x=3$ 时, $4+3<5-2\times 3$ 不成立, 所以 3 不是不等式 $4+x<5-2x$ 的解.

所以 $x=-1$ $x=0$ 是不等式 $4+x<5-2x$ 的解.

状元笔记

规律总结: 判断一个数是否是某个不等式的解, 只要将其代入不等式, 看不等号的方向是否改变, 若不变, 则是不等式的解, 变则不是.

知识点二 不等式的解集

1. 把所有满足不等式的解集合在一起, 构成不等式的解集.

2. 求不等式的解集的过程叫做解不等式.

3. 不等式的解集可以在数轴上直观地表示出来.

讲解 (1) 不等式的解集一般用数轴来表示比较形象直观.

(2) 在数轴上表示不等式的解集时, 实点表示含有该点, 空点表示不含有该点, 具体表现为实点包含了等于, 空点是大于、或小于的意思, 并注意数轴上表示大小的方向.

(3) 不等式的解指的是使不等式成立的未知数的值.

这个值是“单一”的、“个体”的, 而不等式的解集指的是由所有这个不等式的解所组成的集合, 它是一个“集体”. 如,

对于不等式 $3x-1 < 8$, 任何一个小于 3 的数都是它的一个解, 所有小于 3 的数组成的集合就是这个不等式的解集.

由此可见, 不等式的解与不等式的解集的关系, 类似于日常生活中的“个人”与“班集体”的关系.

注意体会数形结合思想方法在研究不等式解集时的作用.



【例 2】 例: 判断下列说法是否正确, 并说明理由.

(1) $x=3$ 是不等式 $3x \geq 9$ 的解集; (2) 不等式 $3x \geq 9$ 的解是 $x=3$; (3) $x=3$ 是不等式 $3x \geq 9$ 的一个解; (4) $x \geq 3$ 是不等式 $3x \geq 9$ 的解; (5) 不等式 $3x \geq 9$ 的解集是 $x \geq 3$.

分析: 根据不等式解集的定义, 直接进行判断, 需要注意解集和解的区别.

解: (1) 不正确. 理由: 不等式 $3x \geq 9$ 的解集是该不等式的解的全体, 而 $x=3$ 只是其中的一个解;

(2) 不正确. 理由: 不等式 $3x \geq 9$ 的解有无数个, 不止 $x=3$ 一个;

(3) 正确. 理由: 当 $x=3$ 时, 不等式 $3x \geq 9$ 成立;

(4) 不正确. 理由: 不等式的解是具体的某个值, 而不是取值范围;

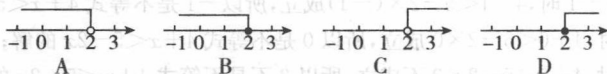
(5) 正确. 理由: 满足 $x \geq 3$ 的所有的数都能使不等式 $3x \geq 9$ 成立, 且使不等式 $3x \geq 9$ 成立的所有的数都大于或等于 3.

规律总结: 不等式的解与不等式的解集的区别与联系: (1) 联系: 不等式的所有解组成了解集, 解集中包括了不等式的每一个解; (2) 区别: 不等式的解集是一个取值范围, 而不等式的解是某个或某些具体的值.

状元笔记

【例 3】 不等式 $x < 2$ 在数轴上表示正确的是

()



分析: “ $x < 2$ ”表示小于 2 的全体实数, 在数轴上表示 2 左边的所有点, 不包括 2 在内. 那么从选项中不难发现只有 A 是符合的.

答案: A

规律总结: (1)用数轴表示不等式的解集应注意“两定”:一定边界点;二定方向. 对于边界点,若边界点表示的数在不等式的解集中,则为实心圆点;若边界点表示的数不在不等式的解集中,则为空心圆圈. 对于方向,相对于边界点而定,即“大于向右,小于向左”.

(2)用数轴表示不等式的解集可参考下表:

类型	用数轴表示	说明
$x > a$		空心圆圈,表示不等式的解集不包括 a 这个数.
$x < a$		
$x \geq a$		实心圆圈,表示不等式的解集包括 a 这个数.
$x \leq a$		



解题技巧

技巧 1 借助于等式确定不等关系

【例 4】 如图 7.2-1,天平中的物体 a 、 b 、 c 使天秤处于平衡状态,试估计质量最大的物体是哪个?

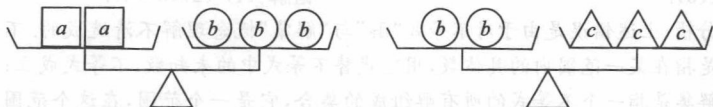


图 7.2-1

分析: 利用天平平衡时,天平左右两盘的质量相等,即可先找到等量关系,再从中发现不等关系.

解: 当两个天平都平衡时,得 $2m_a = 3m_b$, $2m_b = 3m_c$, 由等式的性质,得 $4m_a = 6m_b$, $6m_b = 9m_c$, 即 $4m_a = 6m_b = 9m_c$, 所以, $m_a > m_b > m_c$, 即质量最大的物体是 a .



规律总结: 本题是一道不等式的识别型问题,它突破了常规的考法,从实际天平演示中提炼不等式,体现了数形结合的思想.

技巧 2 借助于数轴确定解集

【例 5】 如图 7.2-2 所示,在数轴上表示 $x > -2$ 的解集,正确的是 ()

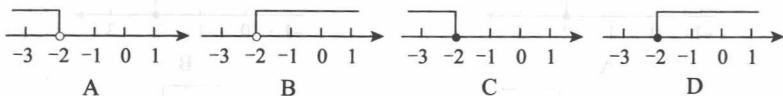


图 7.2-2

分析:由 $x > -2$ 的形式,首先明确在数轴上的图 7.2-2 点是空心,其次方向应该向右,由此可以获得正确选项.

答案:B

小于向左画,大于向右画;无等号画空心圆圈,有等号画实心圆点.

工具箱

状元笔记

规律总结: 弄清楚不等式解集的意义是解决问题的关键一步,另外利用数形结合思想可以降低求解的难度.

状元笔记

陷阱警示

易错点 概念混淆不清,导致错误

不等式的解与解集是不等式的两个重要概念,初学时容易将两者混淆,从两者的意义规定来看,不等式的解和解集是两个不同的概念,在学习中要注意加以区分.

【例 6】 下列说法中

- (1) $x > 5$ 是不等式 $x + 4 > 8$ 的解集; (2) 不等式 $x + 4 < 5$ 有一个正整数解;
(3) $x = 7$ 是不等式 $x + 1 > 2$ 的解集; (4) $x > 5$ 是不等式 $x + 1 > 2$ 的解;
(5) $x + 3 < 4$ 的解有无限多个;

其中说法正确的有 (只填序号).

正解:(5).

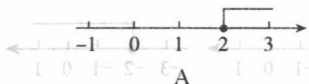
错解:(1)(2)(3)(4).

错因分析: 上述错误是由于对不等式“解”与“解集”概念理解不清造成的. 不等式的解是指在某一范围内的具体数,用它代替不等式中的未知数,不等式成立;不等式的解集是指一个不等式的所有解组成的集合,它是一个范围,在这个范围内的每一个值都是不等式的一个解. 由此可见,不等式的解集应包含不等式的每一个解,也就是说不等式的“解”与“解集”是同一个事物中“个体”与“整体”的关系,它们是两个不同的概念. 对于不等式 $x + 4 > 8$,其解集为 $x > 4$,故(1)的说法不正确;不等式 $x + 4 < 5$ 解集为 $x < 1$,在这个范围内没有正整数,故(2)的说法也不正确;对于(3), $x = 7$ 只是不等式 $x + 1 > 2$ 的一个解,不是其解集,故(3)的说法不正确; (4)中, $x > 5$ 是一个范围,它不能说不等式的解,故(4)的说法不正确;对于(5), $x + 3 < 4$ 的解集是 $x < 1$,显然其解有无限多个,故(5)的说法是正确的.

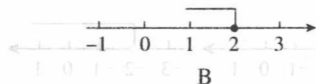
状元笔记

最新三年中考经典

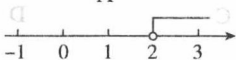
【例 7】 (2011·广东湛江)不等式的解集 $x \leq 2$ 在数轴上表示为 ()



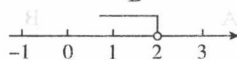
A



B



C



D