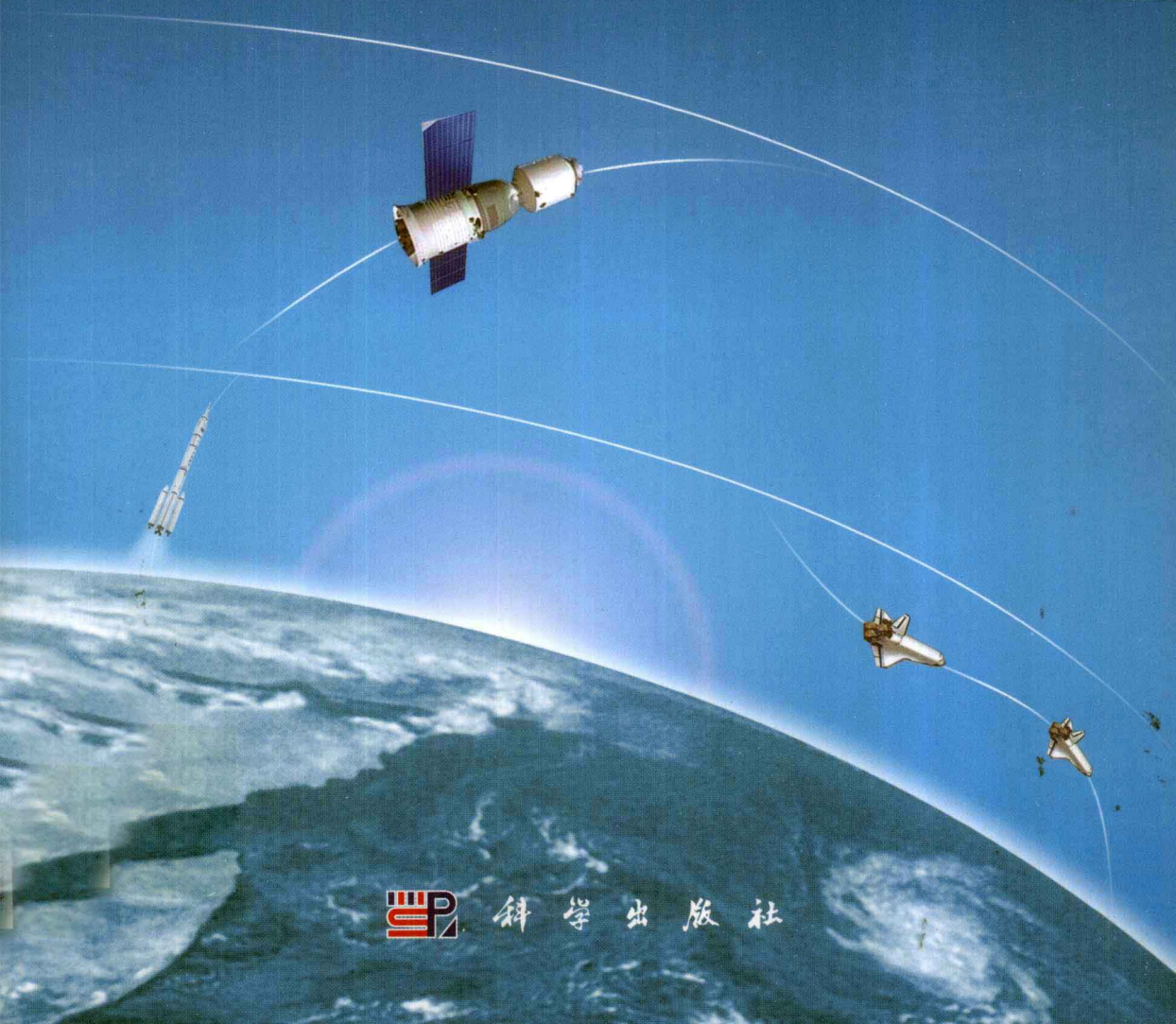


航天器轨迹优化 理论、方法及应用

唐国金 罗亚中 雍恩米 著



科学出版社

航天器轨迹优化 理论、方法及应用

唐国金 罗亚中 雍恩米 著

国防科学技术大学学术著作出版资助专项经费资助

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是飞行器设计领域的一本专著,全书以运载火箭发射、航天器再入、航天器轨道机动为应用背景,从轨迹最优化基本理论、最优控制数值方法、航天领域的各种轨迹优化问题求解等方面着手,系统阐述了航天器轨迹优化的理论、方法、应用和软件等,其主要内容包括:①航天器轨迹优化研究进展;②轨迹最优控制理论;③轨迹优化问题参数化方法;④轨迹优化常用数值优化算法;⑤运载火箭发射轨道设计优化;⑥航天器再入轨迹设计优化;⑦航天器空间脉冲和有限推力最优轨道机动;⑧航天器轨迹优化软件。

本书内容丰富翔实,具有较强的前沿性和实用性,可作为高等院校飞行器设计及相关专业研究生和本科高年级学生的参考教材,也可供从事航天任务设计的研究人员和工程设计人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

航天器轨迹优化理论、方法及应用/唐国金,罗亚中,雍恩米著. —北京:科学出版社,2011

ISBN 978-7-03-032642-3

I. ①航… II. ①唐…②罗…③雍… III. ①航天器轨道-轨道力学
IV. ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 220228 号

责任编辑:王志欣 陈 捷 潘继敏 / 责任校对:何艳萍
责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012 年 1 月第一次印刷 印张:19 1/2

字数:378 000

定价:70.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

航天器轨迹优化是贯穿航天器全寿命周期的重要问题,其研究解决对于提高航天器设计性能指标包括减少起飞质量或增大有效载荷质量等,延长航天器在轨运行寿命,增大执行任务能力等,具有重要的实践价值。同时,航天器轨迹优化是涉及飞行力学、最优控制理论、非线性规划、仿真技术等交叉学科分支。人类探索太空领域的范围不断扩大,从而带来了更具挑战性的航天器轨迹优化问题,促使相关学科不断发展新的理论和方法。正因为如此,自 20 世纪 50 年代以来,航天器轨迹优化一直是航天器总体设计及控制领域最重要的理论研究课题之一,也是工程优化领域发展最为蓬勃的分支之一,国内外众多学者在该领域已取得了丰硕的成果。

作者在航天器轨迹优化领域的研究工作起自 21 世纪初,近 10 年来先后完成了运载火箭轨迹优化、航天器再入轨迹优化、交会对接飞行任务规划、深空探测任务分析等相关科研项目。本书是作者在对所取得的成果和国内外航天器轨迹优化领域研究进展总结的基础上撰写的。本书力图从轨迹最优化基本理论、最优控制数值方法、航天领域的各种轨迹优化问题求解等方面较为系统地对航天器轨迹优化技术进行阐述。

全书共分 9 章,主要阐述轨迹优化的理论、方法与应用。第 1 章阐述航天器轨迹优化问题的分类和研究发展历程;第 2 章阐述轨迹最优化的经典数学理论,包括变分法、极小值原理和数学规划理论等;第 3 章总结了用于处理航天器轨迹优化问题的参数化方法,主要是如何将轨迹动态优化问题转换为静态优化问题的处理方法;第 4 章给出了求解航天器轨迹优化问题的常用优化算法模型,包括两点边值问题求解算法、非线性规划算法、约束处理算法、智能优化算法及多目标优化算法等;第 5~8 章,分别给出了运载火箭上升段轨迹优化、航天器再入轨迹优化和空间最优轨道机动三类典型轨迹优化问题的若干典型求解方法,其中轨道最优机动以脉冲机动和有限推力机动为区分各安排一章;第 9 章概述国外典型的航天器轨迹优化软件及作者开发的相关软件。本书由唐国金制定编写提纲,第 1 章由唐国金撰写,第 4、5、7~9 章由罗亚中撰写,第 2、3、6 章由雍恩米撰写。全书由唐国金统稿和审校。

本书参阅了国内外众多学者的研究成果。初稿得到了清华大学李俊峰教授和

西安卫星测控中心李恒年研究员的审阅。此外,国防科技大学航天与材料工程学院的王华、彭祺擘、沈红新、张进、牛智勇参与了部分章节内容的编写。在此一并向他们表示感谢。

本书的研究工作得到了国家自然科学基金项目(10902121)的支持,出版得到了国防科学技术大学学术著作出版资助专项经费的资助,在此深表谢意。

由于作者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

作 者

2011年9月于长沙

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 航天器轨迹优化的研究背景与意义	1
1.2 航天器轨迹优化问题分类	2
1.3 航天器轨迹优化的发展历程	3
1.3.1 20 世纪 50 年代前后的最优控制理论	4
1.3.2 20 世纪 60 年代发展兴起的间接法	5
1.3.3 20 世纪 70 年代以来的直接法	7
1.3.4 20 世纪 90 年代以来的智能优化算法	11
1.4 本书的目的和内容安排	13
参考文献	14
第 2 章 轨迹最优化基础理论	17
2.1 最优控制问题的数学描述	17
2.2 变分法	18
2.2.1 泛函极值与变分	18
2.2.2 泛函极值的必要条件	21
2.2.3 最优控制问题的变分法	24
2.3 极小值原理	26
2.3.1 极小值原理的基本形式	26
2.3.2 具有轨线约束的最优控制问题	28
2.4 数学规划基本理论	31
2.4.1 无约束极值理论	31
2.4.2 等式约束极值问题的经典拉格朗日理论	32
2.4.3 不等式约束极值问题的库恩-塔克(Kuhn-Tucker)理论	33
参考文献	35
第 3 章 轨迹优化参数化方法	37
3.1 基于极小值原理的间接法	37
3.1.1 间接法的参数化方法	37
3.1.2 间接法的特点	38
3.1.3 间接法的若干典型应用	38

3.2 传统的直接法	39
3.2.1 传统直接法的参数化方法	39
3.2.2 传统直接法的特点	43
3.2.3 传统直接法的若干典型应用	43
3.3 伪谱法	43
3.3.1 伪谱法的参数化方法	44
3.3.2 伪谱法的特点	49
3.3.3 伪谱法的若干典型应用	49
3.4 其他方法	50
3.4.1 动态逆方法	50
3.4.2 动态规划方法	51
3.4.3 滚动时域优化	52
3.4.4 快速探索随机树法	53
3.4.5 轨迹优化方法的其他相关问题	54
参考文献	55
第4章 轨迹优化数值优化算法	58
4.1 航天器轨迹优化中的优化算法研究概述	58
4.1.1 航天器轨迹优化中的经典优化算法	58
4.1.2 航天器轨迹优化中的智能优化算法	59
4.2 两点边值问题的求解方法	60
4.2.1 两点边值问题的打靶法	61
4.2.2 共轭梯度法	61
4.2.3 两点边值问题的非线性优化	62
4.3 经典非线性规划算法	62
4.3.1 无约束直接优化算法	62
4.3.2 无约束间接优化算法	63
4.3.3 约束处理算法	63
4.4 序列二次规划算法	67
4.4.1 概述	67
4.4.2 算法原理与步骤	68
4.4.3 软件	71
4.5 智能优化算法	71
4.5.1 遗传算法	71
4.5.2 模拟退火算法	73
4.5.3 微粒群算法	76

4.5.4 差分进化算法	77
4.5.5 蚁群算法	78
4.6 多目标优化算法	79
4.6.1 多目标优化问题	79
4.6.2 多目标问题求解方法分类	80
4.6.3 传统的多目标优化算法	82
4.6.4 多目标进化算法	82
4.6.5 物理规划方法	88
参考文献	92
第5章 运载火箭发射轨道设计优化	101
5.1 运载火箭发射轨道设计优化研究进展	101
5.1.1 国外研究进展	101
5.1.2 国内研究进展	102
5.2 发射轨道设计优化基本模型	103
5.2.1 运载火箭发射轨道动力学模型	103
5.2.2 运载火箭发射轨道优化问题	104
5.2.3 发射轨道程序角参数化方法	105
5.2.4 目标轨道入轨条件计算	106
5.3 地球同步轨道发射轨道设计	107
5.3.1 发射过程	107
5.3.2 停泊轨道的选择与进入停泊轨道的条件	108
5.3.3 GTO 的选择与进入 GTO 的条件	108
5.3.4 俯仰角程序的选择	109
5.4 基于分解策略的 GTO 发射轨道优化	110
5.4.1 研究内容	110
5.4.2 参数化处理及分析计算模型	110
5.4.3 两级规划模型	111
5.4.4 发射轨道的分解优化模型	112
5.4.5 优化策略设计	114
5.4.6 GTO 发射轨道优化结果分析	115
5.5 LEO 和 SSO 发射轨道优化策略	119
5.5.1 LEO 发射轨道优化策略	120
5.5.2 SSO 发射轨道优化策略	120
5.6 最小起飞质量两级优化	121
5.6.1 最小起飞质量优化策略	121

5.6.2 最小起飞质量两级规划模型	122
5.6.3 结果分析	124
参考文献	126
第6章 航天器再入轨迹设计优化	129
6.1 再入轨迹设计优化研究进展	129
6.1.1 传统航天器再入轨迹设计	129
6.1.2 机动再入飞行器轨迹优化	129
6.2 传统再入航天器轨迹设计优化	131
6.2.1 弹道-升力式再入轨迹设计	131
6.2.2 升力式再入轨迹设计	133
6.3 基于平面运动模型的滑翔式再入轨迹优化	135
6.3.1 轨迹优化问题描述	136
6.3.2 轨迹优化算例与结果分析	138
6.3.3 基于轨迹优化的最优攻角设计	142
6.4 基于空间运动模型的滑翔式再入轨迹优化	144
6.4.1 轨迹优化问题描述	145
6.4.2 轨迹优化策略与求解器	149
6.4.3 轨迹优化算例与结果分析	150
6.5 基于空间运动模型的滑翔式再入轨迹在线生成	156
6.5.1 轨迹在线生成问题描述	157
6.5.2 再入走廊的确定	158
6.5.3 纵向参考轨迹的在线规划	159
6.5.4 三自由度轨迹的在线生成	161
6.5.5 轨迹在线生成算例与结果分析	163
参考文献	164
第7章 空间最优脉冲轨道机动	167
7.1 空间最优轨道机动问题	167
7.1.1 基本数学模型	167
7.1.2 轨道机动问题的分类	168
7.1.3 不同推力模型及设计变量	169
7.2 最优脉冲轨道机动研究概述	170
7.2.1 间接方法	171
7.2.2 直接方法	172
7.3 最优脉冲轨道机动基本理论和算法	173
7.3.1 主矢量理论及算法	173

7.3.2 Lambert 算法	178
7.4 最优脉冲轨道转移典型算法	187
7.4.1 典型最优轨道转移结论	187
7.4.2 基于 Lambert 算法的最优多脉冲转移	188
7.4.3 基于 Gauss 伪谱法的多脉冲最优转移	190
7.5 最优脉冲轨道交会典型算法	195
7.5.1 基于主矢量理论的最优脉冲线性交会	195
7.5.2 最优多脉冲非线性交会的规划模型	199
7.5.3 基于主矢量理论和进化算法的交互式求解方法	201
7.6 深空探测引力辅助最优脉冲机动优化	211
7.6.1 引力辅助机动分析模型	211
7.6.2 多脉冲机动优化模型	212
7.6.3 算例分析	215
7.7 小行星探测多脉冲交会轨道多目标优化	217
7.7.1 小行星探测深空转移轨道机动问题	218
7.7.2 多目标优化模型与算法	219
7.7.3 算例分析	220
参考文献	223
第 8 章 空间有限推力最优轨道机动	228
8.1 有限推力最优轨道机动研究概述	228
8.1.1 间接方法	228
8.1.2 直接方法	230
8.1.3 其他方法	231
8.2 固定推力地球轨道转移问题	231
8.2.1 两点边值问题	232
8.2.2 边值条件分析	233
8.2.3 算例分析	235
8.3 小推力火星探测最优轨道转移问题	236
8.3.1 小推力星际轨道转移问题	237
8.3.2 最短时间轨道转移的间接算法	238
8.3.3 基于模拟退火算法的直接优化方法	240
8.4 有限推力最优线性交会问题	242
8.4.1 C-W 交会动力学模型	242
8.4.2 连续推力最优线性交会	243
8.4.3 固定推力最优线性交会	248

8.5 小推力最优非线性交会问题	252
8.5.1 小推力轨道动力学模型	252
8.5.2 小推力最优交会的典型间接法	256
8.5.3 小推力最优交会的直接法性能分析	258
8.6 月面最优着陆问题	266
8.6.1 月面最优定点着陆问题描述	266
8.6.2 优化策略	270
8.6.3 算例分析	271
参考文献	273
第9章 航天器轨迹优化软件	279
9.1 概述	279
9.2 美国典型轨迹优化软件	281
9.2.1 POST 和 GTS	281
9.2.2 OTIS	281
9.2.3 SOCS	282
9.2.4 DIDO	282
9.3 欧洲典型轨迹优化软件	282
9.3.1 ASTOS	282
9.3.2 其他轨迹优化软件	285
9.4 著者开发的轨迹优化软件	286
9.4.1 运载火箭轨迹优化软件	286
9.4.2 空间交会路径规划软件	288
9.4.3 优化算法与最优控制软件(SOAOC)	294
参考文献	297

第 1 章 绪 论

本章阐述航天器轨迹优化的研究背景与意义、航天器轨迹优化问题的分类、航天器轨迹优化的发展历程以及本书的内容安排。

1.1 航天器轨迹优化的研究背景与意义

优化技术是一种以数学为基础,用于求解各种工程问题优化解的应用技术。作为一个重要的科学分支,兴起于 20 世纪三四十年代的现代优化理论在诸多工程领域得到迅速应用和推广,受到人们的广泛重视。航天器设计优化研究是众多设计优化研究领域中最为活跃的一个,随着生产力的发展和科技进步而不断丰富发展,形成了一个庞大的研究领域。几十年来,众多学者在这一领域取得了丰硕的研究成果。航天器设计优化领域涉及轨迹优化、构型设计优化、气动外形设计优化、推进系统设计优化和多学科设计优化等。

航天器(如各类航天运载器、空间飞行器和再入飞行器等)的飞行轨迹优化对航天器的设计有着十分重要的意义及实际工程价值,是贯穿航天器全寿命周期的重要问题。

在方案论证与设计阶段,飞行任务分析与设计是总体设计的一个基本环节,是开展航天器各分系统设计的必要前提。由于任何涉及航天器的总体优化都离不开经过优化的轨迹的检验,因此航天器的总体设计在很大程度上依赖于轨迹优化。轨迹优化从来都被作为总体优化的一个重要组成部分,航天器性能优化往往就是指轨迹优化。基于轨迹优化,通过航天器总体设计,可以最佳地动态与静态的组合与航天器的各子系统匹配,以达到最小起飞质量或最大有效载荷,或最大可靠性等性能指标,这对提高航天任务及航天器设计性能具有显著意义。

在飞行任务运营阶段,航天器设计状态基本已定,轨迹优化是提高航天任务及航天器性能为数不多的途径,在某种程度上也是唯一途径。通过轨迹优化,设计出性能更好的飞行轨迹,进行在轨控制实现,能够减少航天器在轨运行的燃料消耗,延长在轨寿命(大多数航天任务的重要评价指标),增大执行任务能力(如交会对接试验任务时增加交会任务次数,深空探测时飞越多的小行星等),或获得满足特定任务要求的最优性能指标(如交会时间最短、碰撞概率最小,对地观测弧度最大等)。

航天器轨迹优化是优化理论在航天器设计领域最早的应用之一。航天器轨迹优化随着人类探索太空领域的不断扩大和数字计算机技术的不断发展而发展进

步。人类探索太空领域的不断扩大,带来了一系列具有挑战性的技术问题,轨迹优化设计问题即是其中的一个。而计算机的发展又给解决这些问题的新方法的产生提供了条件。航天器轨迹优化问题实质上是最优控制问题,早期求解最优控制问题的理论方法是变分法。在一些问题中,当状态变量和控制变量受到不等式约束时,就不便于用变分法求解。与新的技术要求,特别是空间技术的发展相适应,自20世纪50年代中期以来,逐渐形成了庞特里亚金的极小值原理和贝尔曼的动态规划法,为最优控制问题的解决奠定了基础。70年代以来,随着空间任务的复杂化,航天器任务设计(包括轨迹优化)面临着更大的技术挑战,随着计算机水平的高速发展,带动了以直接打靶法、配点法和伪谱法(pseudospectral method, PM)等各类最优控制数值方法和非线性规划算法的发展。因此,航天器轨迹优化研究也带动了最优控制理论、非线性规划算法等其他领域的发展。

1.2 航天器轨迹优化问题分类

航天器轨迹优化的研究内容很多,迪克曼斯(1988)将其分为13类典型问题;南英等(1996)将其归纳为4类问题,并提出了13类典型的性能指标;陈小前(2001)对其进行了进一步补充完善。本书讨论的对象主要是各类航天器包括运载火箭(弹道导弹)、卫星、载人飞船和星际探测航天器的轨迹优化问题。

参考上述论述,本书将航天器轨迹优化问题分为4类,对每一类问题给出较常用的性能指标和问题形式描述。

(1) 上升轨迹优化,包括各种类型的航天运载器,如一次性运载火箭、航天飞机和可重复使用运载器的最优上升轨迹,以及各类弹道导弹的程序飞行段轨迹优化。上升段轨迹优化最常用的性能指标是有效载荷质量最大或燃料消耗质量最小。上升段飞行时间较短,轨迹优化问题通常为有限推力形式。

(2) 返回(再入)轨迹优化,包括传统返回式航天器如航天飞机轨道器、载人飞船、返回式卫星等的再入轨迹优化,以及机动再入飞行器如机动弹头、高超声速演示验证飞行器系列、高速临近空间飞行器等的再入轨迹优化。返回(再入)轨迹优化通常具有一系列优化性能指标,如总吸热量最小、最大末速度、最大航程和飞行器热防护系统质量最小等。返回(再入)段通常历时较短,因此轨迹优化问题主要为有限推力形式。

(3) 空间最优轨道机动,包括仅利用发动机推力的空间轨道机动如空间拦截、空间轨道转移、空间交会等,采用空气动力辅助变轨的空间轨道机动,利用行星引力辅助变轨轨道机动问题等。空间轨道机动问题按照发动机的作用形式,可划分为脉冲和有限推力两类问题,小推力问题作为有限推力问题中的一类特殊形式常作为一类单独问题来研究。最常用的性能指标是燃料消耗质量最小或等价的速度

增量最小,其次是飞行时间最短,此外还有一些其他性能指标如交会问题中的轨迹安全性指标等(唐国金等,2008)。

(4) 航天器包含飞行轨迹的一体化设计优化,主要包括构型参数(加注量等)/飞行轨迹一体化设计、发动机总体/飞行轨迹一体化设计、气动外形/飞行轨迹一体化设计、多学科设计优化中的轨迹优化内容等。航天器包含飞行轨迹的一体化设计主要是针对各类型运载系统,其次是再入航天器,而针对空间机动航天器的较少。最常用的性能指标是航天器初始质量最小或有效载荷质量最大等。

本书主要研究前三类问题。其中,运载火箭发射轨迹优化和航天器再入轨迹优化分别安排一章的内容进行介绍,在运载火箭发射轨迹优化这一章中简单给出运载火箭轨迹/总体参数一体化设计方法。空间轨道机动问题分为脉冲和有限推力两类问题,将安排两章内容进行介绍。

1.3 航天器轨迹优化的发展历程

航天器轨迹优化涉及飞行力学、现代控制理论、非线性规划、空气动力学、近代数理统计、仿真技术和计算机技术等多门学科,是航天动力学与控制领域最重要的研究课题之一。

20世纪50年代前后的最优控制理论不断发展,为航天器轨迹优化研究奠定了理论基础,其中变分法、极小值原理和动态规划是这一时期最优控制理论最具代表性的成果。早在20世纪50年代末,前苏联就开始了基于早期最优控制理论的火箭发射轨道优化问题研究,并出版了《火箭最佳运动状态》一书。该书研究了火箭运动最少燃料消耗规律,并设计了在等高飞行条件下的火箭发动机推力的最优方案。

20世纪60年代后,在轨迹优化技术领域,基于变分法和极小值原理的轨迹优化方法——间接法不断发展成熟。当时前苏联和西方一些军事发达国家为了军事发展和星际航行的需要,开展了军事争霸和星际空间领域的争夺战。在这样的背景需求下,很多学者开展了大量的最优冲量变轨、气动力辅助变轨和星际航行轨道设计等最优控制问题的研究,同时也促进了间接法的不断发展。

得益于商业计算机的普及、现代控制理论和计算技术的迅速发展,自20世纪70年代以来,航天器轨迹优化方法的另一个大的分支——直接法开始被该领域的研究工作者普遍采用。相对于间接法和其他最优控制求解方法,直接法具有初估值敏感度高、不需要推导一阶最优性条件、收敛性好、易于程序化等优点。经过几十年的发展,直接法已经成为目前分支种类最多、应用最为广泛和效果较好的一类最优控制数值求解方法,应用于航天器轨迹优化领域的各个方面。

20世纪90年代后,智能优化算法为轨迹优化领域中优化算法的相关技术注

入了新的“血液”,如遗传算法(genetic algorithm, GA)、模拟退化(simulated annealing, SA)算法和多目标遗传算法等智能优化算法为寻找轨迹优化的全局最优解提供了有效途径。

航天器的轨迹优化方法在不同的时期不断发展,但并非后一时期的新方法就能完全取代相对早期的方法,它们互相补充且不断完善,共同构成了航天器轨迹优化理论与方法体系。

1.3.1 20 世纪 50 年代前后的最优控制理论

最优控制理论的发展经历了相当长的一段时期,其先期工作应当追溯到维纳等人奠基的控制论。1948 年,维纳发表的题为“控制论——关于动物和机器中控制与通讯的科学”的论文,第一次科学地提出了信息、反馈和控制的概念,为最优控制理论的诞生和发展奠定了基础。1954 年,钱学森所著的《工程控制论》面世,直接促进了最优控制理论的形成和发展。20 世纪 50 年代,一系列的最优控制理论已经形成,其中最具代表性的三大成果分别是:变分法、极小值原理和动态规划。

变分法是研究泛函极值的数学分支,其基本问题是求泛函极值及相应极值函数。一些简单的最优控制问题可由变分法求解,如古典等周问题、最速降线问题等。虽然古典等周问题等可用变分法求解的问题很早就产生了,但变分法作为一门数学分支,真正发端于 17 世纪末、18 世纪初由最速降线问题所引发的一系列挑战。18 世纪 30 年代左右,著名数学家欧拉(Euler)开始了在变分法领域的研究。1744 年,欧拉对其研究成果进行了系统总结和改进,撰写并出版了数学史上第一本变分法专著——《求某种具有极大或极小性质的曲线或解最广义的等周问题的技巧》(简称《技巧》)(Goldstine, 1980)。《技巧》一书是变分法发展史上的一座里程碑,为变分法作为一门新的数学分支奠定了基础。由于欧拉的几何与分析相结合的方法比较复杂,且存在诸多缺陷或不足,10 余年后,年轻的拉格朗日(Lagrange)又用纯分析的变分法—— δ 方法,对欧拉的方法进行了改造和变革。拉格朗日的方法是一种纯分析方法,通过引进新的符号 δ 及其运算规则,使整个过程简洁、完美,由此创立了一般意义上的变分法,该变分演算方法成为了古典变分法的标准算法。从 19 世纪上半叶到 20 世纪初,诸多数学家沿着更为严格的数学方向对变分法的理论不断发展和完善,使古典变分法日趋成熟。

然而古典变分理论只能解决一些简单的最优控制问题,即便像探空火箭垂直上升这样一个简单的问题用变分法求解,也必须作大量的假设(袁亚湘等,1997)。当控制域不是开集时,变分法的推演过程会遇到障碍。此外,变分法还要求哈密顿函数存在对控制变量的连续偏导数,某些实际问题这一条件难以满足。为了克服经典变分法的局限性,得到适用范围更广的必要条件,20 世纪 50 年代初,前苏联数学家庞特里亚金等提出了极小值原理,在不久后给出了严格证明,并于 1958 年

在爱丁堡国际数学会议上首次宣读(Pontryagin et al., 1962)。极小值原理发展了经典变分原理,成为处理闭集性约束变分问题的强有力工具。庞特里亚金创立的极小值原理是经典最优控制理论的重要组成部分,也是控制理论发展史上的一个里程碑,是解决最优控制问题的一种最普遍而有效的方法。同时,庞特里亚金在他的著作中已经把最优控制理论初步形成了一个完整的体系。由于该原理放宽了求解问题的前提条件,许多古典变分法和动态规划无法解决的工程技术问题得到了解决。

20世纪50年代初期,为了解决生产部门和空间技术发展中一系列多阶段决策过程的最优化问题,美国数学家贝尔曼等提出了动态规划方法,从而创立了一个新的重要学科——动态规划(Bellman, 1957)。多阶段决策问题实质上是一类离散系统的控制问题,50多年来,动态规划获取了迅速发展,不仅在理论上和方法上都获得了新进展,而且还得到了广泛应用。该方法可以解决如生成过程中的决策、控制工程等多个领域的问题。它和极小值原理一样,还可以解决控制变量受约束的最优控制问题,而且这两种方法存在某种内在联系。动态规划方法建立在贝尔曼所提出的“最优性原理”基础上。该原理归结为一组基本的递推关系式使过程连续最优转移,把一个多级决策过程转化为多个单级决策问题,从而使问题更简单。动态规划对于研究最优控制理论的重要性在于(刘骏跃, 2000):

- (1) 可以得出离散时间系统的理论最优结果;
- (2) 可以得出离散时间系统最优解的迭代算法;
- (3) 动态规划的连续形式可以给出它与古典变分法的联系,在一定条件下,也可以给出它与极小值原理的联系。

正是由于上述特点,三种解决最优控制问题的基本方法在一定条件下得以沟通。总之,变分法、极小值原理和动态规划构成了这一时期最优控制理论的基本内容和常用方法。

1.3.2 20世纪60年代发展兴起的间接法

随着最优控制理论的形成与完善,在此基础上的轨迹优化方法也不断发展,其中,20世纪60年代发展兴起的间接法被广泛用于航天器轨迹优化问题的求解。

间接法是基于庞特里亚金极小值原理和经典变分法的拉格朗日乘子法求解最优控制问题的方法,其理论基础又以极小值原理为核心。基于间接法求解轨迹优化问题时,首先根据极小值原理推导最优控制的一阶必要条件,将最优控制变量表示成状态变量和协态变量的函数,从而将轨迹优化问题转换为两点边值问题,当存在内点约束或状态变量不等式约束时,则转换为多点边值问题。求解该边值问题,即可获得相应的最优控制变量和最优轨迹。由于该方法不对性能指标函数直接寻优,故称为间接法。

由于描述航天器运动的非线性运动常微分方程组比较复杂,轨迹优化问题常常涉及的气动力和大气参数具有严重非线性且包含大量的表格函数,以及对控制变量和状态变量通常施加各种类型的约束,从而导致了间接法得到的两点或多点边值问题的求解十分困难,除了一些简单的问题,一般难以得到解析解,只能用数值积分方法求得轨迹优化问题的数值解。

根据对协态微分方程的处理方法不同,求解两点边值问题的算法可以分为两类:第一类包括多重打靶法、临近极值法、牛顿-拉弗森法和拟牛顿法等,这些方法通常要猜测协态变量的初值,正向积分协态微分方程;另一类包括共轭梯度法、变尺度法和微分动态规划法等,这类方法首先确定协态变量的终值,然后反向积分协态微分方程。在这些方法中,打靶法或临近极值法具有计算思路明确、应用方便和编程简单等优点。使用打靶法时,选择合适的策略,充分利用前几步迭代的结果来调整新的初始值,使迭代解快速收敛到最优解是极为重要的。牛顿-拉弗森法是最常用的求解两点边值问题的策略和算法。因为两点边值问题的求解过程需要计算雅可比(Jacobi)矩阵,矩阵中的元素不是解析函数形式,而牛顿-拉弗森法恰不需要提供解析形式的雅可比矩阵,所以适用于两点边值问题的求解。

间接法的最大优点是获得的解的精度高且满足最优性一阶条件。然而,间接法也有几个典型的不足,包括推导最优性条件的困难、收敛半径小、路径约束问题的切换结构知识难以获得和协态变量初值猜测困难等。具体而言,随着系统的复杂化,两点边值问题的数值解对没有物理意义的协态变量的初值的猜测变得十分敏感,随机选择的初始值求得的解通常难以满足另一边界条件,只有在对解的预先估计比较准确的情况下,算法才有可能收敛。对于不需要进行协态变量初值猜测的共轭梯度等算法,要求在整个过程内给出较为精确的控制量变化的初始猜测,这对没有先验知识的系统来说,也是比较困难的。

对此,用间接法寻优的工作者作了许多努力(Bauer et al., 1984; Bets et al., 1984; Zondervan et al., 1984; Martell et al., 1995; Thorne et al., 1996; Yan et al., 1999)来得到协态变量的初值估计,例如,采用遗传算法等智能算法来估计初值,或是尽量建立协态变量与状态变量的关系,通过状态变量的初值来估计无物理意义的协态变量初值,但其应用都有一定的局限性。

间接法的应用往往要经过较复杂的公式推导,这对用户来说使用并不方便,且不易形成较为通用的软件。一些成熟的轨迹优化软件如 POST(program to optimize simulated trajectories)(Brauer et al., 1977),允许采用不同的坐标系统,不同的推进、重力场、气动模型,进行问题构造,但要推导出所有不同组合和模型的最优性的必要条件是一件工作量非常大的事情,从而导致间接法具有较差的适应性。利用自动差分技术可在一定程度上解决这一问题,软件 ADIFOR(Bischof et al., 1992)和 OCCAL(Schopf et al., 1993)代表了这方面的有益尝试。