2012年MBA、MPA、MPAcc联考同步辅导教材

2012年MBA、MPA、MPAcc联考

数学 高分突破

孙晓丹 仲毅 编著

2012

MBA MPA MPAcc

机械工业出版社
China Machine Press

2012年MBA、MF [illegible] 辅导教材

2012年MBA、MPA、MPAcc联考

数学高分突破

孙晓丹 仲毅 编著

2012

机械工业出版社
China Machine Press

数学成绩在联考考试中具有重要的战略地位。本书深入剖析 MBA 联考考试大纲，在详细讲解数学考点的基础上，通过大量例题及解析，使考生能深刻理解、掌握考点，并能够举一反三、融会贯通。通过本书的学习，可以使考生在全面掌握联考数学知识的基础上，提高数学综合应试能力，并最终使考生在入学考试中处于有利地位。书后附有 2008 年来的数学联考的真题以及 2012 年最新模拟题，使得考生紧跟考试步伐、强化解题技巧和方法。

图书在版编目（CIP）数据

2012 年 MBA、MPA、MPAcc 联考数学高分突破 / 孙晓丹，仲毅编著. —北京：机械工业出版社，2011.7
（2012 年 MBA、MPA、MPAcc 联考同步辅导教材）

ISBN 978-7-111-35154-2

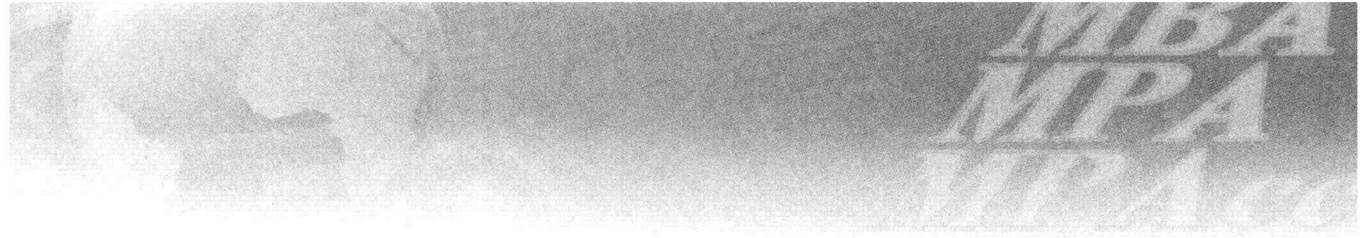
Ⅰ. 2…　Ⅱ. ①孙…　②仲…　Ⅲ. 高等数学－研究生－入学考试－自学参考资料　Ⅳ. 013

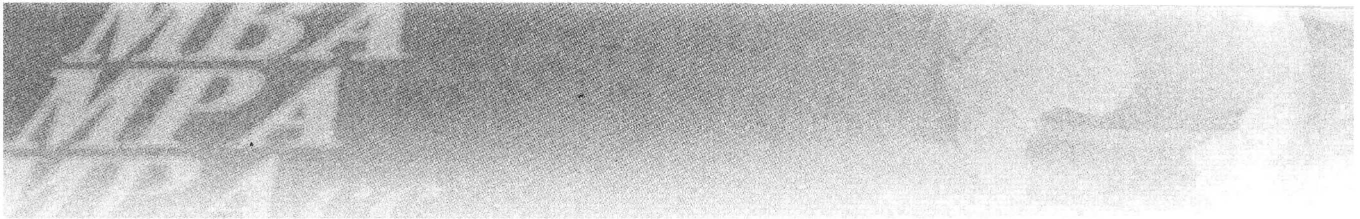
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 122708 号

机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街 22 号　邮政编码　100037）
责任编辑：胡智辉　　白春玲　　　版式设计：刘永青
北京牛山世兴印刷厂印刷
2011 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
186mm×242mm • 16.25 印张
标准书号：ISBN 978-7-111-35154-2
定价：36.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
客服热线：（010）88379210；88361066
购书热线：（010）68326294；88379649；68995259
投稿热线：（010）88379007
读者信箱：hzjg@hzbook.com


MBA
MPA


MBA
MPA


MBA
MPA

目录 CONTENTS

第一章　算　　数

考试基本要求

- 实数的概念、分类、性质及应用。
- 整式与分式的运算、常用公式及应用、多项式因式分解法。
- 算数平均值与几何平均值、比和比例及其相关公式、绝对值性质、三角不等式。

第一节　实数

一、实数的分类

按定义分类：

- 实数
  - 有理数
    - 整数（正整数、零、负整数）——自然数（正整数、零）
    - 分数（正分数、负分数）——有限小数或无限循环小数
  - 无理数（正无理数、负无理数）——无限不循环小数

第一部分

基础考点解析

按正负分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

注意：两种分类方式的不同以及相互包含关系。

二、数的概念

1．自然数：非负整数集，是由正整数和零组成的。

2．无限不循环小数被称为无理数。有理数和无理数统称为实数。

无理数与有理数的本质区别：有理数可以表示为$\frac{a}{b}$的形式，而无理数则不能。

一些常见的无理数：圆周率π、自然对数的底数e（2.71828…）、根式类（$\sqrt{2},\sqrt{5}$等）三角函数$\sin 38^\circ, \tan 20^\circ$等。

例如，$\sqrt{7}$是无理数——正确；$\sqrt{269}$是无理数——正确。

3．倍数、约数：当a能被b整除时（余数为0），称a是b的倍数，b是a的约数。

4．奇数与偶数：整数中，能被2整除的数是偶数，不能被2整除的数是奇数，偶数可用$2k$表示，奇数可用$2k+1$表示，这里k是整数，即

$$\begin{cases}\text{奇数}\quad 2k+1\\ \text{奇数}\quad 2k\end{cases}\qquad k\text{是整数}$$

例如，存在既是奇数又是偶数的整数——不正确（0是偶数）。

5．素数（质数）：只有1和它本身两个约数的数。

50以下的质数：2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47

互质数：公约数只有1的两个正整数称为互质数，一般记为$(a,b)=1$

例如：最小的质数是多少？——2

有些负数是质数——不正确（质数在正整数范围）

互质数都为质数——不正确（例如3和4为互质数，但4不是质数）

6．合数：除了1和它本身之外还有其他的约数。

例如：最小的合数是多少？——4；有些负数是合数——不正确（合数在正整数范围）。

7．相反数：符号不同的两个数（绝对值相同，但正负号相反）。

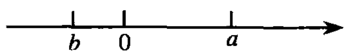
例如：0 的相反数不存在——不正确（0 的相反数为 0）

8．非负数：$c \geqslant 0$，称 c 为非负数。

非负数几种常见形式：$|c|, c^2, c^{2n}$（n 是整数），$\sqrt{c}$

9．倒数：乘积为 1 的两个实数互为倒数。

例如，任何数都有倒数——不正确（0 不存在倒数）。

10．数轴：

规定了唯一的原点（0）、唯一的正方向和唯一的单位长度的直线叫数轴。所有的实数都可以用数轴上的点来表示，也可以用数轴来比较两个实数的大小。

数轴上的点与实数之间存在着一一对应关系，即对于数轴上的每一点都可以找到唯一的实数与它对应；反过来，对于每一个实数都可以在数轴上找到一个确定的点与它对应。

【例 1】 下列说法正确的是（　　）

A．无理数与无理数之和必为无理数　　B．有理数与无理数之积必为无理数

C．无理数与无理数之积必为无理数　　D．有理数与无理数之和必为无理数

E．以上说法都不正确

解：A 不正确，例如 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$（有理数）；

B 不正确，例如 $0\times\sqrt{2}=0$（有理数）；

C 不正确，例如 $\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})=-2$（有理数）；

D 正确，有理数与无理数（无限不循环小数）之和必为无理数，选 D。

【例 2】 三个质数的积是其和的 5 倍，则这三个质数的和为（　　）

A．10　　B．11　　C．12　　D．14　　E．20

解：设三个质数分别为 m_1、m_2、m_3，由题意 $m_1m_2m_3=5(m_1+m_2+m_3)$，则 $m_1m_2m_3$ 必有 5 的倍数，又因为在质数中，只有 5 满足该性，故这三个质数中必有一个为 5，令 $m_1=5$，则 $5m_2m_3=5(5+m_2+m_3) \Rightarrow m_2m_3=5+m_2+m_3 \quad \Rightarrow m_2=\dfrac{5+m_3}{m_3-1}$

当 $m_3=2$ 时，$m_2=7$ 满足题意；

当 $m_3=3$ 时，$m_2=4$ 非质数；

当 $m_3=5$ 时，m_2 为非负整数；

当 $m_3=7$ 时，$m_2=2$ 满足题意；

$m_1+m_2+m_3=2+5+7=14$，选 D。

【例 3】若 x, y 是整数，那么 $(x+y)^2$ 的值为 36

(1) $xy=5$ (2) $xy=-5$

解：由条件（1）$xy=5 \Rightarrow x, y$ 同正或同负，且一个绝对值为 5，另一个绝对值为 1。

$\therefore (x+y)^2=(1+5)^2=36$ 或 $(x+y)^2=(-1-5)^2=36$

由条件（2）$xy=-5 \Rightarrow x, y$ 异号

$\therefore (x+y)^2=4^2=16$

这里，只有（1）条件是充分条件，故选 A。

三、整数的整除关系

(1) 能被 2 整除：末位数字可以被 2 整除，则可被 2 整除。

(2) 能被 3 整除：各个位上的数字之和可以被 3 整除，则可被 3 整除。

(3) 能被 4 整除：最后两位可以被 4 整除，则可被 4 整除。

(4) 能被 5 整除：末位数字是 0 或 5，则可被 5 整除。

(5) 能被 6 整除：既可以被 2 整除，又可以被 3 整除，则可以被 6 整除。

(6) 能被 8 整除：最后三位可以被 8 整除，则可被 8 整除。

(7) 能被 9 整除：各个位上的数字之和可以被 9 整除，则可被 9 整除。

(8) 能被 10 整除：末位数字是 0，则可被 10 整除。

(9) 能被 11 整除：从右至左，奇数位上数字之和减去偶数位上数字之和可以被 11 整除，则可被 11 整除。

(10) 能被 12 整除：既可以被 3 整除，又可被 4 整除，则可被 12 整除。

【例 4】若 n 是一个大于 2 的正整数，则 n^3-n 一定有约数（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8　　E. 9

解：$n^3-n=n(n^2-1)=n(n+1)(n-1)$。由于 $n\geqslant 2$，可以看到，因为分解后结果为三个连续的正整数相乘的形式，因此可知该式必可被 2 和 3 同时整除，故可以被 6 整除，选 B。

四、实数的整数与小数部分

对于任意实数 x，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数；令 $\{x\}=x-[x]$，称 $[x]$ 是 x 的整数部分，$\{x\}$ 是 x 的小数部分（$0\leqslant\{x\}\leqslant 1$）。例如：

$[\pi]=3$，$[e]=2$，$\left[\dfrac{2}{5}\right]=0$，$[-2.8]=-3$，$[3.2]=3$

$\{\pi\}=0.1415926\cdots$，$\{\sqrt{2}\}=0.414\cdots$，$\{-2.8\}=0.2$，$\{3.2\}=0.2$

【例 5】设$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$的整数部分为$a$，小数部分为$b$，则$ab-\sqrt{5}=$（ ）

A．3 B．2 C．−1 D．−4 E．0

解：$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，而$2<\frac{3+\sqrt{5}}{2}<3$，因此，

$a=\left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]=2$，$b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}-2=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，即$ab-\sqrt{5}=2\times\frac{-1+\sqrt{5}}{2}-\sqrt{5}=-1$。

答案是 C。

第二节 整式与分式

一、整式

（一）整式的概念

整式是有理式的一部分，在有理式中可以包含加、减、乘、除四种运算，但在整式中如果存在除数，则除数不能含有字母、单项式和多项式。另外，整式从定义上来分，可以分为单项式与多项式。例如，$2x/5y$ 不是整式。

1．单项式：数字或字母的乘积叫单项式（单独的一个数字或字母也是单项式）。单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数。所有字母的指数之和叫做这个单项式的次数。例如，$3x/4$ 是单项式，$2x^3$ 也是单项式，并且是 3 次的。

2．多项式：几个单项式的和叫做多项式，在多项式中，每个单项式叫多项式的项，其中不含字母的项叫常数项。一个多项式有几项就叫几项式。多项式中的符号，看做各项的符号，一元 N 次多项式是 N+1 项。多项式中，次数最高的项的次数就是多项式的次数。

例如，在多项式$2x^2-8$中，$2x^2$和-8是它的项，其中-8是常数项，该多项式为 2 次多项式。

3．一元n次多项式：设n是一个非负整数，则多项式

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$

称为实系数多项式（$a_0,a_1\cdots,a_n\in R$），若$a_n\neq 0$，则称为一元n次实系数多项式，简称多项式。例如，$f(x)=5x^6-3x-2$是六次多项式。

（二）整式的运算率

（1）交换律：$ab=ba$

（2）结合律：$a(bc)=(ab)c$

（3）分配律：$a(b+c)=ab+ac$

（三）整式中的常用公式

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=\dfrac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]$

（四）多项式的因式分解

（1）公式法（见一些常用的公式）：

例如，$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$

（2）提取公因式法：

例如，$2x^4-2x^2=2x^2(x+1)(x-1)$

（3）十字相乘法（可以因式分解的情况下应用）：

步骤：先分解二次项系数，分别写在十字交叉线的左上角和左下角，再分解常数项，分别写在十字交叉线的右上角和右下角，然后交叉相乘，求代数和，使其等于一次项系数（注意：二次项系数一般分解只取正数，而常数项则根据需要而定）。

例如，$2x^2-7x+3=?$（思考：有几种分解方式，哪一种是正确的）

正确的分解方式：$2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$

【例 6】 已知多项式 $f(x)=x^3+a^2x^2+ax-1$ 能被 $x+1$ 整除余-2，则实数 a 的值为（　　）

A．1　　B．1 或 0　　C．-1　　D．-1 或 0　　E．以上均不正确

解：（参数法）设 $f(x)=(x+1)(x^2+bx+c)-2$，显然 c=1。

$f(x)=(x+1)(x^2+bx+1)-2$

$=x^3+(b+1)x^2+(b+1)x-1$

$\therefore$根据对应系数相等的原理，则有：$\begin{cases}b+1=a^2\\ b+1=a\end{cases}\Rightarrow a=0$ 或 $a=1$，选 B。

【例 7】 如果 $a^2+b^2+2c^2+2ac-2bc=0$，则 $a+b$ 的值为（　　）

A．1　　B．0　　C．-1　　D．-2　　E．以上均不正确

解：由原式可得：

$(a^2+c^2+2ac)+(b^2+c^2-2bc)=0$

$\therefore (a+c)^2+(b-c)^2=0$