

神机妙算

奥数题

★ 轻松学 · 开心练 · 奥数并不难
★ 开发潜能 · 训练思维 · 提高智商



六年级

丛书主编 吴庆芳
分册主编 谭则海



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS





$1 \times 1 = 1$

$1 \times 2 = 2 \quad 2 \times 2 = 4$

$1 \times 3 = 3 \quad 2 \times 3 = 6 \quad 3 \times 3 = 9$

$1 \times 4 = 4 \quad 2 \times 4 = 8 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 4 \times 4 = 16$

$1 \times 5 = 5 \quad 2 \times 5 = 10 \quad 3 \times 5 = 15 \quad 4 \times 5 = 20 \quad 5 \times 5 = 25$

$1 \times 6 = 6 \quad 2 \times 6 = 12 \quad 3 \times 6 = 18 \quad 4 \times 6 = 24 \quad 5 \times 6 = 30 \quad 6 \times 6 = 36$

$1 \times 7 = 7 \quad 2 \times 7 = 14 \quad 3 \times 7 = 21 \quad 4 \times 7 = 28 \quad 5 \times 7 = 35 \quad 6 \times 7 = 42 \quad 7 \times 7 = 49$

$1 \times 8 = 8 \quad 2 \times 8 = 16 \quad 3 \times 8 = 24 \quad 4 \times 8 = 32 \quad 5 \times 8 = 40 \quad 6 \times 8 = 48 \quad 7 \times 8 = 56 \quad 8 \times 8 = 64$

$1 \times 9 = 9 \quad 2 \times 9 = 18 \quad 3 \times 9 = 27 \quad 4 \times 9 = 36 \quad 5 \times 9 = 45 \quad 6 \times 9 = 54 \quad 7 \times 9 = 63 \quad 8 \times 9 = 72 \quad 9 \times 9 = 81$

口算 心算 速算 巧算 一年级

口算 心算 速算 巧算 二年级

口算 心算 速算 巧算 三年级

口算 心算 速算 巧算 四年级

口算 心算 速算 巧算 五年级

口算 心算 速算 巧算 六年级

计算题 一年级

计算题 二年级

计算题 三年级

计算题 四年级

计算题 五年级

计算题 六年级

奥数题 一年级

奥数题 二年级

奥数题 三年级

奥数题 四年级

奥数题 五年级

奥数题 六年级

应用题 一年级

应用题 二年级

应用题 三年级

应用题 四年级

应用题 五年级

应用题 六年级

应用题 小升初总复习

必考题 一年级

必考题 二年级

必考题 三年级

必考题 四年级

必考题 五年级

必考题 六年级

必考题 小升初总复习

易错题 一年级

易错题 二年级

易错题 三年级

易错题 四年级

易错题 五年级

易错题 六年级

易错题 小升初总复习

封面设计: 北京世纪金源印刷厂

ISBN 978-7-111-35696-7

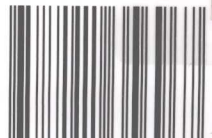
定价: 15.50 元

地址: 北京市百万庄大街 22 号
电话服务
社服务中心: (010)88361066
销售一部: (010)68326294
销售二部: (010)88379649
读者购书热线: (010)88379203

邮政编码: 100037
网络服务
门户网站: <http://www.cmpbook.com>
教材网: <http://www.cmpedu.com>
封面无防伪标均为盗版

上架指导: 专题类教学

ISBN 978-7-111-35696-7



9 787111 356967 >

神机妙算

奥数题

六年级

丛书主编 吴庆芳

分册主编 谭则海

参 编



陈世秀

肖茂林

谭则海



YZLI0890160290



机械工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

神机妙算:奥数题.六年级/吴庆芳主编;谭则海分册主编. —北京:机械工业出版社, 2011.8

ISBN 978-7-111-35696-7

I. ①神… II. ①吴… ②谭… III. ①小学数学课—习题集 IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 172417 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:崔汝泉

责任编辑:崔汝泉 贾雪

责任印制:李妍

北京振兴源印务有限公司印刷

2011 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm·7.5 印张·150 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-35696-7

定价:15.50 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

读者购书热线:(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

为了激发同学们学习数学的兴趣、培养同学们的数学学习与应用能力、提高同学们的数学成绩,我们组织长期工作在教学一线的小学数学特级教师、高级教师,依据《小学数学课程标准》,依据各版本小学数学教材,编写了“神机妙算”丛书。该丛书包括“口算 心算 速算 巧算”、“应用题”、“必考题”、“易错题”、“计算题”、“奥数题”,分为1~6年级各一册,其中“应用题”、“必考题”和“易错题”分别另加小升初总复习一册。该丛书6大类共39个分册。

“奥数题”是这次推出的新品种之一。我们依据各年级学生的认知水平,参考了各种数学奥赛书,确立了各年级专题。每个专题设如下栏目:

“专题讲解”下的“专题解说”是对本讲的专题进行解释与说明;“解题技法”是讲解题的方法与技巧;“举一反三”是针对该专题设计各种类型、各种层次的例题,思路点拨具体,解题过程及答案详细;“趁热打铁”是针对例题出示类似的习题,一题、两题或多题,让同学们及时地进行练习。“举一反三”和“趁热打铁”两栏为左、右分栏,两相对应,便于同学们针对例题进行迁移练习。“综合练习”为纯练习部分,同学们既可全做,也可选做。书后设“全国小学生数学‘神机妙算’杯——奥数题竞赛卷”。

这是一本人人可学且可学好奥数的书。学好奥数,好处是多方面的,不仅可以开发潜能、训练思维、提高智商,还能以后进入初中学好数理化打好坚实的基础;不仅可以使奥数水平提高,还能轻松应对各种数学基础题和能力题,解答各种数学难题。总之一句话,学好本书,同学们一定会如虎添翼,成为数学学科的佼佼者。

“神机妙算”丛书,一改图书市场上同类书籍的老面孔、老模式,体例独特,设计合理,编排科学,给人以耳目一新的感觉。关键是该丛书内容及题目的设计切合实际、题量丰富、题型新颖,既重基础又重技能,既重训练方法又重训练过程,既可作教案又可作学案,既实用又好用。可谓一册“神机妙算”在手,让你学习数学无忧,助你学习数学夺冠!

编 者

目 录

前言	
第一讲 拆分分数	1
第二讲 循环小数化分数	5
第三讲 分数运算的技巧	8
第四讲 定义新运算	12
第五讲 行程问题	15
第六讲 分数、百分数应用题	19
第七讲 工程问题	24
第八讲 浓度问题	28
第九讲 比和比例	31
第十讲 利率和利润问题	36
第十一讲 圆的周长	40
第十二讲 圆的面积	44
第十三讲 圆柱的表面积	49
第十四讲 圆柱和圆锥的体积	53
第十五讲 找规律	58
第十六讲 包含与排除	62
第十七讲 还原问题	66
第十八讲 钟表问题	69
第十九讲 鸡兔同笼问题	73
第二十讲 抽屉原理	77
第二十一讲 逻辑推理	81
第二十二讲 牛吃草问题	85
第二十三讲 加法原理和乘法原理	89
第二十四讲 不定方程(组)	93
全国小学生数学“神机妙算”杯——奥数题竞赛卷(A)	97
全国小学生数学“神机妙算”杯——奥数题竞赛卷(B)	99
参考答案	101

第一讲 拆分数



专题讲解

【专题解说】 在进行分数计算时,为了使计算简便,常常要拆分数。根据需要可以把一个分数拆分成两个分数或几个分数的和或差。

【解题技法】 1. 把 $\frac{1}{n}$ 分为两个分数的和或差的形式,可以分成四个步骤:

①找出分母 n 的所有因数;②将 $\frac{1}{n}$ 的分子、分母同时乘其中两个因数的和或差;③再将所得分数拆分成同分母的两个分数之和或差;④将各个分数分别约分,使分子为 1。

2. 一般地,形如 $\frac{1}{n(n+1)}$ 、 $\frac{d}{n(n+d)}$ 的分数都可以拆分成两个分数的差。如果只求一种答案可用下面的方法拆分。

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \quad \frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}$$

3. 把单位分数拆分成三个单位分数。方法同拆分成两个单位分数,只是分子、分母同时乘三个因数的和。



举一反三例题 (1)

把 $\frac{1}{10}$ 写成两个单位分数和的形式。

你可要写出所有表达形式哦!



【思路点拨】 10 的因数有 1、2、5、10, 这四个因数中,每次取两个,较小数与较大数比值不同的组合有 (1, 2); (1, 5); (1, 10); (2, 5) 四种,因此有 4 种不同填法

【解答】 $\frac{1}{10} = \frac{1+2}{10 \times (1+2)} = \frac{1}{30} + \frac{2}{30} =$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1+5}{10 \times (1+5)} = \frac{1}{60} + \frac{5}{60} = \frac{1}{60} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1+10}{10 \times (1+10)} = \frac{1}{110} + \frac{10}{110} = \frac{1}{110} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{2+5}{10 \times (2+5)} = \frac{2}{70} + \frac{5}{70} = \frac{1}{35} + \frac{1}{14}$$



趁热打铁习题 (1)

1. 在等式 $\frac{1}{30} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$ 的括号里填上两个不同的自然数,使等式成立。(任求一解)

2. 把 $\frac{1}{6}$ 写成两个单位分数的和的形式,你能写出几种?

3. 在等式 $\frac{1}{8} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ 中, A 、 B 均为自然数,求符合条件的所有 A 、 B 的值。





举一反三例题 (2)

在等式 $\frac{1}{6} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$ 的括号中填上两个不同的自然数, 使等式成立。(写出所有表达式)

【思路点拨】 6 的因数有 1、2、3、6。这六个因数中每次取两个, 较大数与较小数比值不同的组合有: (2, 1); (3, 1); (6, 1) (3, 2) 四种, 因此有 4 组不同的解。

$$\text{【解答】} \quad \frac{1}{6} = \frac{2-1}{6 \times (2-1)} = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{3-1}{6 \times (3-1)} = \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{6-1}{6 \times (6-1)} = \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{3-2}{6 \times (3-2)} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$



举一反三例题 (3)

在括号里填上合适的自然数, 使下面的等式成立。

$$\frac{9}{20} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$\frac{2}{63} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

【思路点拨】 分子不是 1 的分数, 有些可以写成两个分数的和或差, 有些不能、如果分母是两个数的积, 分子是这两个数的和或差 (这两个数互质), 可以写成两个单位分数相加、相减的形式。

$$\text{【解答】} \quad \frac{9}{20} = \frac{4+5}{4 \times 5} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{63} = \frac{9-7}{7 \times 9} = \frac{9}{63} - \frac{7}{63} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$$



趁热打铁习题 (2)

在 $\frac{1}{42} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$ 的括号里填两个不同的自然数, 使等式成立。(任求一解)



趁热打铁习题 (3)

1. 下面给出的分数, 哪些能写成两个单位分数的和, 哪些不能? 如果能, 将原分数拆分成两个单位分数的和。

$$(1) \frac{5}{12} \quad (2) \frac{10}{21} \quad (3) \frac{14}{45}$$

2. 将 $\frac{2}{35}$ 拆分成两个单位分数的差。





举一反三例题 (4)

把 $\frac{1}{12}$ 拆分成三个不同的单位分数之和。(任求一解)

【思路点拨】 12 的因数有 1、2、3、4、6、12，从中任意取三个，将原分数的分子、分母同时乘这三个因数的和，再拆分成三个分数相加，约分成三个单位分数相加。

【解答】 任取 12 的三个因数 1、2、3。

$$\begin{aligned}\frac{1}{12} &= \frac{1+2+3}{12 \times (1+2+3)} = \frac{1}{72} + \frac{2}{72} + \frac{3}{72} \\ &= \frac{1}{72} + \frac{1}{36} + \frac{1}{24}\end{aligned}$$



举一反三例题 (5)

$$(1) 1 = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$(2) \frac{1}{20} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

【思路点拨】 本题是开放性题，答案不唯一，下面介绍一种。

$$\begin{aligned}\text{【解答】} (1) 1 &= 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \frac{1}{20} &= \frac{1}{20} \times 1 \\ &= \frac{1}{20} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) \\ &= \frac{1}{20} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{20} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{20} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{20} \times \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{120} + \frac{1}{240}\end{aligned}$$

(以上两题有多组解)



趁热打铁习题 (4)

1. 把 $\frac{1}{10}$ 写成三个不同的单位分数和的形式。(任求一解)

2. 将 $\frac{1}{15}$ 拆分成三个不同的单位分数之和。



趁热打铁习题 (5)

1. 在括号里填上适当的数，使等式成立。

$$(1) 1 = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$(2) \frac{1}{2} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

2. 将 $\frac{1}{24}$ 写成五个单位分数和的形式。

3. $\frac{1}{2010} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$ ，请找出 4 个不同的自然数，分别填入 4 个括号中，使这个等式成立。





综合练习

1. 填一填。

$$(1) \frac{1}{18} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$(2) \frac{1}{12} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$$

$$(3) \frac{1}{30} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$$

$$(4) \frac{11}{28} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{28} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$$

$$(5) 1 = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

2. 下面的分数, 哪些能写成两个单位分数的和, 哪些不能? 如果能, 将原分数拆分成两个单位分数的和。

$$(1) \frac{7}{18} \quad (2) \frac{11}{24} \quad (3) \frac{5}{16} \quad (4) \frac{18}{77}$$

3. 下面的分数, 哪些能写成两个单位分数的差? 如果能, 将原分数拆分成两个单位分数的差。

$$(1) \frac{1}{72} \quad (2) \frac{3}{16} \quad (3) \frac{5}{36}$$

4. 将 $\frac{1}{36}$ 拆成两个不同的单位分数之和。

5. ☆表示一个自然数, $\frac{1}{9900} = \frac{1}{\star} - \frac{1}{\star+1}$, 那么☆等多少?

6. $\frac{1}{28} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$, A、B、C 是不相同的自然数, 求 A、B、C 的值。(任意写一组)

7. 将 $\frac{1}{24}$ 拆分成四个单位分数的和。

8. 已知 $\frac{11}{60} = \frac{1}{2+x} + \frac{1}{4+x}$, 求 x。



第二讲 循环小数化分数



专题讲解

【专题解说】 我们已经学过了小数和分数的互化,在计算中,有时把小数化成分数来计算比较方便,下来我们来研究把循环小数化成分数的方法。

【解题技法】 1. 纯循环小数化成分数的方法:(1)循环节是一位数的纯循环小数化成分数,先分别给原循环小数乘 10、乘 1,然后两式相减,得到原循环小数的 9 倍数,于是可以将原循环小数化成分数。(2)循环节是两位(或三位)的纯循环小数化成分数,先分别给原循环小数乘 100(或 1000)、乘 1,然后两式相减,得到原循环小数的 99(或 999)倍数,于是可以将原循环小数化成分数。

2. 混循环小数化成分数的方法:混循环小数的小数部分也可以化成分数,这个分数的分子是第二个循环以前的小数部分的数字所组成的数,减去小数部分不循环部分的数字所组成的数而得到的差,分母的前几位数字是 9,末几位数字是 0,9 的个数和一个循环节的位数相同,0 的个数和不循环部分的位数相同。



举一反三例题 (1)

将 $0.\dot{7}$ 化成分数。

【思路点拨】 把 $0.\dot{7}$ 化成分数的技巧是将 $0.\dot{7} \times 10$, $0.\dot{7} \times 1$, 然后两式相减,这样循环部分减掉了,得到 0.7 的 9 倍数,可以将原循环小数化成分数。

$$\text{【解答】 } 0.\dot{7} \times 10 = 7.\dot{7} \quad \text{①}$$

$$0.\dot{7} \times 1 = 0.\dot{7} \quad \text{②}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得, } 0.\dot{7} \times 9 = 7,$$

$$\text{所以 } 0.\dot{7} = \frac{7}{9}.$$



趁热打铁习题 (1)

1. 把下面的循环小数化成分数。

$$(1) 0.\dot{4} \quad (2) 0.\dot{5} \quad (3) 0.\dot{6} \quad (4) 0.\dot{8}$$

2. 说一说, $0.\dot{9}$ 比 1 小吗?





举一反三例题 (2)

将下面的循环小数化成分数。

$0.\dot{3}\dot{2}$

$0.\dot{4}2\dot{8}$

【思路点拨】 $0.\dot{3}\dot{2}$ 的循环节是两位, 可先分别将 $0.\dot{3}\dot{2}$ 乘 100、乘 1, 然后两式相减, 去掉循环部分; $0.\dot{4}2\dot{8}$ 的循环节是三位, 可先分别将 $0.\dot{4}2\dot{8}$ 乘 1000、乘 1, 然后两式相减去掉循环部分。

$$\text{【解答】 } 0.\dot{3}\dot{2} \times 100 = 32.\dot{3}\dot{2} \quad \text{①}$$

$$0.\dot{3}\dot{2} \times 1 = 0.\dot{3}\dot{2} \quad \text{②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得, } 0.\dot{3}\dot{2} \times 99 = 32,$$

$$\text{所以, } 0.\dot{3}\dot{2} = \frac{32}{99}.$$

$$0.\dot{4}2\dot{8} \times 1000 = 428.\dot{4}2\dot{8} \quad \text{①}$$

$$0.\dot{4}2\dot{8} \times 1 = 0.\dot{4}2\dot{8} \quad \text{②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得, } 0.\dot{4}2\dot{8} \times 999 = 428,$$

$$\text{所以, } 0.\dot{4}2\dot{8} = \frac{428}{999}.$$



举一反三例题 (3)

把 $0.2\dot{6}\dot{5}$ 化成分数。

【思路点拨】 这是把混循环小数化成分数, 技巧是如何使减数和被减数的小数部分都只由循环部分组成, 可将原循环小数分别乘 1000 和 10。

$$0.2\dot{6}\dot{5} \times 1000 = 265.\dot{6}\dot{5} \quad \text{①}$$

$$0.2\dot{6}\dot{5} \times 10 = 2.\dot{6}\dot{5} \quad \text{②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得, } 0.2\dot{6}\dot{5} \times 990 = 263.$$

$$\text{所以, } 0.2\dot{6}\dot{5} = \frac{263}{990}.$$



趁热打铁习题 (2)

1. 将下列循环小数化成分数。

$(1) 0.\dot{3}\dot{5}$

$(2) 0.\dot{1}\dot{8}$

你可要化成最简分数哦!



$(3) 0.\dot{2}\dot{5}$

$(4) 0.\dot{1}4\dot{8}$

2. 计算。(结果用分数表示)

$(1) 0.\dot{1}\dot{3} + 0.\dot{2}\dot{4}$

$(2) 1.\dot{3} + 0.\dot{4}\dot{5}$



趁热打铁习题 (3)

1. 将下列循环小数化成分数。

$(1) 0.2\dot{4}$

$(2) 1.\dot{7}\dot{5}$

$(3) 0.124\dot{8}$

2. 计算 $0.1\dot{5} + 0.2\dot{3} + 0.3\dot{5}$, 结果用分数表示。





综合练习

1. 判断下面的分数中, 哪个能化成有限小数, 哪些能化成纯循环小数, 哪些能化成混循环小数? 为什么?

$$\frac{3}{14} \quad \frac{6}{25} \quad \frac{7}{33} \quad \frac{7}{60} \quad \frac{13}{90} \quad \frac{17}{50}$$

$$\frac{4}{77} \quad \frac{1}{120} \quad \frac{8}{35} \quad \frac{9}{16}$$

2. 数学门诊。(判断下面的循环小数化成分数是否正确, 错误的请改正过来)



$$0.\dot{3}\dot{6} = \frac{4}{11}$$

()



$$0.\dot{2}0\dot{3} = \frac{203}{990}$$

()

3. 把下面的纯循环小数化成分数。

(1) $0.\dot{3}0\dot{5}$ (2) $1.\dot{6}$ (3) $6.\dot{5}\dot{4}$

4. 把下面的混循环小数化成分数。

(1) $0.31\dot{7}$ (2) $0.0\dot{5}\dot{8}$ (3) $0.1\dot{2}5\dot{8}$

(4) $2.3\dot{2}$ (5) $1.3\dot{5}9\dot{1}$ (6) $0.1\dot{4}2\dot{3}$

5.



纯循环小数 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 化成最简分数时, 分子、分母的和是 134, 那么这个循环小数是多少?

6. 计算下面各题。

(1) $0.1\dot{6} + 0.\dot{3}$ (2) $0.\dot{6} \times 0.0\dot{7}\dot{5}$

(3) $0.\dot{4}\dot{5} \div 0.\dot{7}\dot{2}$

(4) $0.\dot{1}\dot{1} + 0.\dot{2}\dot{1} + 0.\dot{3}\dot{1} + \dots + 0.\dot{9}\dot{1}$



第三讲 分数运算的技巧



专题讲解

【专题解说】 在进行分数计算时,不仅要按四则运算的法则和运算定律、运算性质计算,并且更重要的是通过观察和分析,找出规律,灵活地应用运算技巧,达到化繁为简、化难为易的目的。

【解题技法】 1. 约分法。在分数乘、除法运算中能约分的要先约分,还可将分子、分母进行变形得到相同的因子,再进行约分,使计算简便;两个整数相除可以直接写成分数的形式。

2. 裂项法:在进行分数加减运算时,根据分母之间的规律将分数拆开,使其中一些分数互相抵消,从而简算。

3. 代数法:根据算式中数字的特点,用字母代表数字或算式,使复杂的计算变得简便。



举一反三例题 (1)

计算:(1) $2010 \times \frac{2010}{2011}$

(2) $2010 \div 2010 \frac{2010}{2011}$

【思路点拨】 (1)题中,第一个因数可以看成 $(2011-1)$ 再利用乘法分配律计算。(2)题中,可用商不变的性质,被除数和除数同时除以2010,使计算简便。

【解答】 (1) 原式 $= (2011-1) \times \frac{2010}{2011}$
 $= 2011 \times \frac{2010}{2011} - \frac{2010}{2011}$
 $= 2010 - \frac{2010}{2011}$
 $= 2009 \frac{1}{2011}$

(2) 原式 $= (2010 \div 2010) \div \left[2010 + \left(\frac{2010}{2011} \right) \div 2010 \right]$
 $= 1 \div \left(2010 \div 2010 + \frac{2010}{2011} \div 2010 \right)$
 $= 1 \div 1 \frac{1}{2011}$
 $= \frac{2011}{2012}$



趁热打铁习题 (1)

用简便方法计算下面各题。

(1) $87 \times \frac{2}{85}$

(2) $314 \div 314 \frac{314}{315}$

(3) $\frac{1998}{1999} \times 2000$

(4) $2009 \div 2009 \frac{2009}{2010}$





举一反三例题 (2)

化简: (1) $\frac{1 \times 3 + 2 \times 6 + 4 \times 12}{2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}$

(2) $\frac{2005 + 2004 \times 2006}{2005 \times 2006 - 1}$

【思路点拨】 (1)题中, 2×6 可写成 $1 \times 3 \times 2^2$, $4 \times 12 = 1 \times 3 \times 2^4$, 4×8 可写成 $2 \times 4 \times 2^2$, 8×16 可写成 $2 \times 4 \times 2^4$, 变形后约分计算。在(2)题中, 分子中有 2004×2006 , 分母中有 2005×2006 , 可以把 2005×2006 写成 $2004 \times 2006 + 2006$, 这样分子、分母就变得相同了。

【解答】 (1) $\frac{1 \times 3 + 2 \times 6 + 4 \times 12}{2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}$
 $= \frac{1 \times 3 + 1 \times 3 \times 2^2 + 1 \times 3 \times 2^4}{2 \times 4 + 2 \times 4 \times 2^2 + 2 \times 4 \times 2^4}$
 $= \frac{1 \times 3 \times (1 + 2^2 + 2^4)}{2 \times 4 \times (1 + 2^2 + 2^4)} = \frac{3}{8}$

(2) $\frac{2005 + 2004 \times 2006}{2005 \times 2006 - 1}$
 $= \frac{2005 + 2004 \times 2006}{2004 \times 2006 + 2006 - 1}$
 $= \frac{2005 + 2004 \times 2006}{2005 + 2004 \times 2006} = 1$



举一反三例题 (3)

计算: $\frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{2}{8 \times 9 \times 10}$

【思路点拨】 尝试把每个分数拆分成两个分数的差, 使中间的项互相抵消。

【解答】 原式 $= \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right) +$
 $\left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{8 \times 9} - \frac{1}{9 \times 10} \right)$
 $= \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{9 \times 10} = \frac{22}{45}$



趁热打铁习题 (2)

巧算下面各题。

(1) $\frac{35 + 3535 + 353535}{43 + 4343 + 434343}$

(2) $\frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 4 \times 8}{2 \times 3 + 4 \times 6 + 8 \times 12}$

(3) $\frac{1111 + 2222 + 3333 + \dots + 9999}{1000 + 2000 + 3000 + \dots + 9000}$

(4) $\frac{205 + 797 \times 208}{209 \times 797 - 592} - \frac{4}{15}$



趁热打铁习题 (3)

计算: $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100}$





举一反三例题 (4)

$$\begin{aligned} \text{计算: } & \left(1 - \frac{1}{2010}\right) + \left(1 - \frac{1}{2010} \times 2\right) + \\ & \left(1 - \frac{1}{2010} \times 3\right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2010} \times 2009\right) + \\ & \left(1 - \frac{1}{2010} \times 2010\right) \end{aligned}$$

【思路点拨】 可以先去掉括号, 将算式变形。

$$\begin{aligned} \text{【解答】 原式} &= 1 \times 2010 - \frac{1}{2010} - \frac{1}{2010} \times \\ & 2 - \frac{1}{2010} \times 3 - \cdots - \frac{1}{2010} \times 2009 - \frac{1}{2010} \times 2010 \\ &= 2010 - \left(\frac{1}{2010} + \frac{2}{2010} + \frac{3}{2010} + \cdots + \frac{2009}{2010} + \right. \\ & \left. \frac{2010}{2010}\right) = 2010 - \frac{1}{2010} \times \frac{(1+2010) \times 2010}{2} = \\ & 2010 - 1005 \frac{1}{2} = 1004 \frac{1}{2} \end{aligned}$$



举一反三例题 (5)

$$\begin{aligned} \text{计算: } & \left(1 + \frac{465}{466} + \frac{464}{465}\right) \times \left(\frac{465}{466} + \frac{464}{465} + \right. \\ & \left. \frac{463}{464}\right) - \left(1 + \frac{465}{466} + \frac{464}{465} + \frac{463}{464}\right) \times \left(\frac{465}{466} + \frac{464}{465}\right) \end{aligned}$$

【思路点拨】 直接计算此题很复杂, 我们用代数法来解答, 而将每个乘法算式里相同的部分用字母来代替, 计算较简便。

$$\text{【解答】 设 } \frac{465}{466} + \frac{464}{465} = m,$$

$$\frac{465}{466} + \frac{464}{465} + \frac{463}{464} = n$$

$$\text{原式} = (1+m) \times n - (1+n) \times m$$

$$= n + mn - m - mn = n - m$$

$$= \left(\frac{465}{466} + \frac{464}{465} + \frac{463}{464}\right) - \left(\frac{465}{466} + \frac{464}{465}\right)$$

$$= \frac{463}{464}$$



趁热打铁习题 (4)

计算下面各题, 怎样算简便就怎样算。

$$\begin{aligned} (1) & \left(1 - \frac{1}{2008}\right) + \left(1 - \frac{1}{2008} \times 2\right) + \left(1 - \frac{1}{2008} \times \right. \\ & \left. 3\right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2008} \times 2007\right) + \left(1 - \frac{1}{2008} \times \right. \\ & \left. 2008\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(1 - \frac{1}{2008}\right) + \left(2 - \frac{1}{2008} \times 2\right) + \left(3 - \frac{1}{2008} \times \right. \\ & \left. 3\right) + \cdots + \left(2007 - \frac{1}{2008} \times 2007\right) + \left(2008 - \right. \\ & \left. \frac{1}{2008} \times 2008\right) \end{aligned}$$



趁热打铁习题 (5)

$$\begin{aligned} \text{计算: } & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}\right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \right. \\ & \left. \frac{1}{14}\right) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}\right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \right. \\ & \left. \frac{1}{13}\right) \end{aligned}$$

你可要巧算哦!





综合练习

1. 看谁算得快。

$$(1) \frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{99}{100} + \frac{100}{100}$$

$$(2) \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \dots + \frac{1}{48 \times 49} + \frac{1}{49 \times 50}$$

2. “算你狠”。

$$(1) \frac{1988 + 1989 \times 1987}{1988 \times 1989 - 1} \quad (2) 126 \frac{1}{49} \div 25$$

$$(3) \frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}{2 \times 3 + 4 \times 6 + 8 \times 12 + 16 \times 24}$$

$$(4) (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 9 \times 10 \times 11) \div (28 \times 27 \times 25 \times 24 \times 22)$$

3. 小小神算手。

$$(1) 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \dots - \frac{1}{512} - \frac{1}{1024}$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{97 \times 100}$$

4. 计算魔术师。

$$(1) \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} \right) \times \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} + \frac{1}{51} \right) - \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} + \frac{1}{51} \right) \times \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{41} \right)$$

$$(2) \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{2}{28 \times 29 \times 30}$$

