□ 应用统计学丛书

Structural Equation Models: Methods and Applications

结构方程模型：
方法与应用

王济川 王小倩 姜宝法 著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

□ 应用统计学丛书

Structural Equation Models: Methods and Applications

结构方程模型：方法与应用

JIEGOU FANGCHENG MOXING: FANGFA YU YINGYONG

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

结构方程模型:方法与应用/王济川,王小倩,姜宝法著.—北京:
高等教育出版社,2011.5
ISBN 978-7-04-032188-3
Ⅰ.①结… Ⅱ.①王…②王…③姜… Ⅲ.①统计分析-统计程
序-教材 Ⅳ.①C819
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 046571 号

策划编辑 王丽萍 责任编辑 李华英 封面设计 王凌波
版式设计 范晓红 责任校对 胡晓琪 责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 北京机工印刷厂
开 本 787×1092 1/16
印 张 19.25
字 数 360 000
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn
版 次 2011年5月第1版
印 次 2011年5月第1次印刷
定 价 59.00元

物 料 号 32188-00

前　言

在过去二十年中, 结构方程模型 (structural equation model, SEM) 已广泛应用于社会科学的各个领域, 包括心理学、社会学、经济学、教育学、人口学、政治学以及生物学和健康研究。与传统的统计方法, 如多元回归模型、方差分析、路径分析和多层统计分析模型等相比较, 结构方程模型的优势包括但不限于: 充分考虑了测量误差; 可同时对多个结局变量建模; 可检验总体模型拟合度; 可估计和检验直接、间接和总效应; 可检验复杂和特定假设; 可处理复杂数据 (如带有自相关误差的时间序列数据、非正态数据、删截数据及分类结局数据等); 可检验模型参数跨总体/组群的恒定性。然而, 结构方程模型在社会科学和健康研究中的应用仍相对较少。本书旨在为结构方程模型的初学者提供学习资源, 并为那些比较熟悉结构方程模型的学者提供指导和参考。

本书重点介绍结构方程模型的基本概念、建模方法和模型的应用, 涵盖结构方程模型的基本原理, 同时介绍结构方程模型的最新进展。在写作上力求少使用数学专业术语, 侧重介绍结构方程模型的概念及实际应用。本书采用国际著名 SEM 软件 —— Mplus (Muthén & Muthén, 1998—2008), 使用真实数据来演示各种常见的以及某些新近发展起来的较高级的结构方程模型, 提供相应的 Mplus 程序, 并详细解读程序输出结果。

本书共分为 6 章。第一章对结构方程模型进行了概述, 通过结构方程模型建模的 5 个步骤 (模型表达、模型识别、模型估计、模型评估和模型修正), 对结构方程模型的基本概念、原理和方法进行了阐述。

第二章讨论验证性因子分析 (confirmatory factor analysis, CFA) 及其应用。模型演示中介绍了如何具体处理验证性因子分析中的一些常见性问题, 如怎样处理不遵从多元正态分布假设的数据, 如何分析删截结局测量和不同的分类结局测量等。在本章的最后, 我们将一阶 CFA (first-order CFA) 模型扩展为二阶 CFA (second-order CFA) 模型。

第三章讨论结构方程模型及其应用。本章从结构方程模型的一个特例 —— MIMIC (multiple indicators and multiple causes) 模型开始, 介绍并用真实数据演示了各种结构方程模型。在模型的演示过程中, 我们重点讨论了结构方程模型实际应用中经常遇到的一些问题, 诸如协变量间的交互作用、涉及潜变量的交互作用、条目差异功能 (differential item functioning, DIF) 检验、间接效应和总效应的估计和检验, 以及单标识变量 (single indicator variable) 中测量误差效应校正等。

第四章将结构方程模型的应用扩展到纵向数据分析。纵向数据是指对研究对象进行长期追踪观察、重复测量个体有关变量所获得的数据。本章介绍了一个新近发展起来的分析纵向数据的结构方程模型 —— 潜发展模型 (latent growth model, LGM), 讨论并演示了潜发展模型的各种形式, 如线性潜发展模型、非线性潜发展模型、多结局测量的潜发展模型、两部式潜发展模型 (two-part LGM) 和分类结局测量的潜发展模型。

第五章将单组结构方程模型扩展到多组结构方程模型, 以评估同一测量量表是否适用于不同的总体或组别, 以及检验因果效应是否具有跨总体或组别不变性 (或跨组恒定性) (invariant cross populations/groups)。本章所演示的模型包括多组 CFA 模型 (多组一阶 CFA 模型和多组二阶 CFA 模型)、多组 SEM 模型和多组 LGM 模型。

第六章讨论结构方程模型的功效分析 (power analysis) 和样本量的计算。在简要地回顾了结构方程模型样本量估计的经验法则以后, 我们讨论估计结构方程模型建模所需样本量的各种方法。就侦测非零模型参数而言, 我们演示和比较了运用 Satorra-Saris 法和蒙特卡罗模拟法对 CFA 和 LGM 模型进行功效分析和样本量估计。然后, 我们介绍和演示了结构方程模型功效分析的一些新方法, 例如 MacCallum, Browne, Sugawara 法和 Kim 法。这些方法基于模型总体拟合度的零假设检验, 估计达到某统计功效 (如 0.80) 所需的样本量, 或计算给定样本量的统计功效。

目前很多计算机软件可用于构建结构方程模型分析。这些软件均可以构建和估计大多数的结构方程模型。应用哪种软件往往取决于成本、技术支持和个人喜好。本书中用于模型演示的计算机软件为 Mplus (http://www.statmodel.com), 该软件已越来越广泛地应用于构建结构方程模型。应用该软件不需要复杂的编程即可进行多种高级结构方程模型分析。本书所演示的模型旨在向读者展示如何应用 Mplus 软件构建横向数据和纵向数据的结构方程模型。示例模型相应的数据集和 Mplus 程序可登录高等教育出版社网站 (http://www.hep.edu.cn) 下载。虽然本教材中示例模型所用数据均来自健康研究, 但其所应用的方法和分析技术适用于社会科学其他领域。

本书适用于社会科学和健康研究领域的教师、研究生及科研工作者。本书可作为结构方程模型的学习教材和运用 Mplus 构建结构方程模型的参考指南。

目　录

Contents

第一章

绪论 (Introduction)

近年来, 结构方程模型 (structural equation modeling, SEM) 作为统计分析的一般框架 (Bentler, 1995; Bollen, 1989a; Hayduk, 1989; Jöreskog, 1973; Muthén & Muthén, 1998—2008) 被广泛地应用于社会科学的数据分析。结构方程模型在估计一组观察变量 (observed variables) 与其代表的潜变量 (latent variables) (或概念 (constructs)、因子 (factors)) 的关系的同时, 分析各潜变量之间的关系 (Bentler, 1980, 1983; Bollen, 1989a; Jöreskog, 1967, 1969, 1973; Jöreskog & Sörbom, 1979)。这样, 潜变量之间的关系估计便不受测量误差 (measurement errors) 的影响。结构方程模型源于因子分析 (factor analysis) (Spearman 1904; Tucker, 1958) 和路径分析 (path analysis) (或联立方程 (simultaneous equations)) (Wright, 1921,

1934)。基于因子分析的测量模型 (measurement model) 与基于路径分析的结构公式 (structural equations) 的整合, 形成了一个数据分析的一般框架, 叫做结构方程模型 (Jöreskog, 1973; Keesling, 1972; Wiley, 1973)。

结构方程模型对解决数据分析中观察变量测量误差的影响提供了一个机制或平台。社会科学研究中某些概念, 如智力、能力、信任、自尊、动机、成功、雄心、偏见、疏远、保守等, 是不能直接测量的。由于没有可操作性的方法来直接测量这些假设的概念 (constructs or concepts), 研究者只能寻找一些可测量的观察标识变量 (observed indicator variables) 来间接地测量潜变量。遗憾的是, 几乎所有的观察标识变量都会带有一定的测量误差 (measurement errors)。即便是一些可以直接测量的变量, 在统计分析中通常也需要关注其测量误差。传统的分析方法, 如多元回归 (multiple regressions)、ANOVA、路径分析及联立方程等, 都忽略了模型中变量的测量误差。一旦多元回归方程中的自变量出现测量误差, 则模型残差 (model residuals) 就会与自变量相关, 从而违背基本统计假设, 引起回归模型的参数估计值出现偏倚 (bias), 导致推论错误。SEM 提供了一个实用、有效的手段, 可同时评估测量 (measurement) 的质量并检测潜变量 (latent variables) 之间的因果关系 (causal relationships)。运用结构方程模型, 我们不但能构建非观察性潜变量, 还能估计不受测量误差影响的潜变量之间的关系。结构方程模型的优点还包括: 具有同时对多个因变量 (dependent variables) 建模的能力; 检验模型的整体拟合度 (overall model fit); 检验直接效应 (direct effects)、间接效应 (indirect effects) 和总效应 (total effects); 检验复杂与特定假设; 检验跨组参数恒定性 (parameter invariance); 处理复杂数据 (如带自相关误差 (autocorrelated error) 的时间序列 (time series) 数据、非正态分布数据 (non-normal data)、删截数据 (censored data) 以及分类结局数据 (categorical outcomes data)) 等。本书将在以后的章节中讨论这些与模型特征相关的问题。

本章通过以下涵盖结构方程建模过程 (Bollen & Long, 1993) 的 5 个步骤简要介绍结构方程模型:

(1) *模型表述* (model formulation): 指模型估计之前形成的最初理论模型。该模型是在理论研究或实践经验的基础上形成的。

(2) *模型识别* (model identification): 模型识别决定设定模型的参数估计是否有唯一解。如果模型错误设定, 模型估计可能不收敛 (converge) 或无解 (参数估计无唯一解)。

(3) *模型估计* (model estimation): 结构方程模型的估计有多种方法, 最常用的是最大似然估计法 (maximum likelihood estimator), 近几年一些稳健估计法 (robust estimators) 也被广泛应用。

(4) *模型评估* (model evaluation): 获得模型的参数估计值后, 需要评估模型是否拟合数据 (fit data)。如果模型对数据拟合良好, 则经过该步骤后建模过程可

以停止。

(5) 模型修正 (model modification): 如果模型与数据拟合不好, 则需要重新设定或修改模型。此时, 需要决定如何删除、增加或修改模型中的参数 (parameters)。通过重新设定参数以提高模型拟合度。所有的 SEM 计算机程序在其输出结果中都提供模型参数的修正指数 (modification indices, MI) 以指导重新设定模型。一旦重新设定了模型, 可重复上述 4 个步骤。实际研究中的建模过程可能会重复进行多次的模型修正。以下各节我们会逐步介绍结构方程的建模过程。

1.1 模型表述 (Model formulation)

在结构方程模型的建模过程中, 首先要设定所要估计的模型。有多种方法可以设定一个模型。最直接的方法是通过 Wright (1934) 提出的路径图 (path diagram) 来描述研究者所感兴趣的模型。路径图是结构方程模型的基础, 因为它可使研究者用一种直接和有吸引力的方式来表达其所感兴趣的模型。路径图可以清晰地表达研究人员对于变量之间关系的想法, 并可直接转换成建模所需要的方程。构建 SEM 模型的路径图有一些标示规则。例如, 正方形或长方形表示观察变量 (observed variables), 观察变量也称为测量变量 (measured variables)、外显变量 (manifest variables) 或外显标识 (manifest indicators)。圆或椭圆表示潜变量 (latent variables) 或因子。变量之间的关系用线条表示, 如果两变量之间没有线条相连, 则表示二者之间没有直接关系。单向箭头表示两变量之间具有效应 (effect) 关系, 箭头所指的变量受另一个变量的影响。双向箭头表示变量之间具有关联 (associations), 但不表示变量之间的效应。

图 1.1-1 是一假设的结构方程模型路径图。如前所述, 潜变量用椭圆表示, 观察变量用长方形表示。潜变量的测量是通过一个或多个观察标识变量 (observed indicator variables) 完成的。例如, 在本例的模型中, 用两个观察变量 (x_1 和 x_2) 作为潜变量 ξ_1 的标识, 潜变量 ξ_2 的标识为 x_3, x_4 和 x_5, 而潜变量 η_1 的标识为 y_1, y_2, y_3。请注意, η_2 仅有一个标识 y_4, 表示该潜变量只有一个观察标识。

由模型内变量决定的潜变量或因子称为内生潜变量 (endogenous latent variables), 用 η 表示, 如果潜变量的原因基于模型之外, 则称为外源潜变量 (exogenous latent variable), 用 ξ 表示。本例有两个外源潜变量 (ξ_1 和 ξ_2) 及两个内生潜变量 (η_1 和 η_2)。外源潜变量的标识称为外源标识 (exogenous indicator), 本例为 $x_1, \cdots, x_5$。内生潜变量的标识称为内生标识 (endogenous indicator), 本例为 $y_1, \cdots, y_4$。用 δ 表示前者的测量误差项 (measurement error term), 用 ε 表示后者的测量误差项 (见图 1.1-1)。

路径图中的系数 β 和 γ 为路径系数 (path coefficients)。其下标中第一个数字代表内生因变量 (dependent endogenous variable); 第二个下标代表原因变量

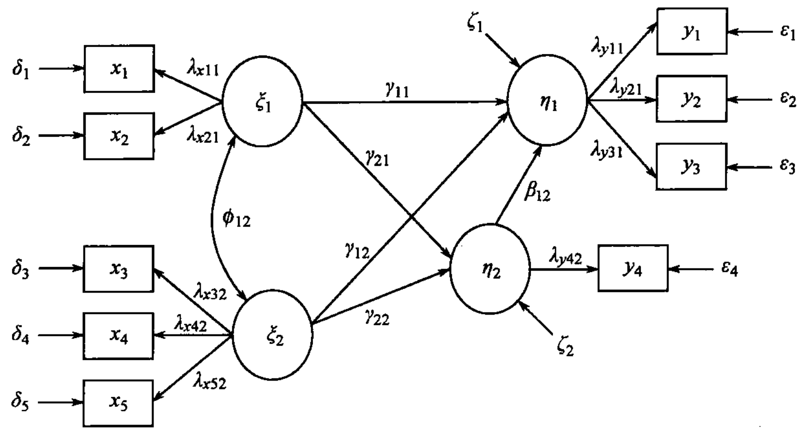

图 1.1-1 假设的结构方程模型路径图

(causal variable), 其可以是内生变量, 也可以是外源变量。如果原因变量为外源变量 (ξ), 则路径系数用 γ 表示; 如果原因变量为内生变量 (η), 则路径系数用 β 表示。例如, β_{12} 表示内生变量 η_2 对 η_1 的效应; γ_{12} 表示第二个外源变量 ξ_2 对第一个内生变量 η_1 的效应。与多元回归一样, 结构方程也有残差项 (residual term)。以上路径图中指向内生变量的 ζ 就是结构方程的残差项。

与多元回归、ANOVA、路径分析等传统统计分析方法不同, 结构方程模型分析的重点是潜变量或因子, 而不是观察变量。结构方程模型的基本目的是提供一种不受测量误差影响的手段来估计设定模型中潜变量间的结构关系。将测量模型 (measurement model) (或验证性因子分析 (confirmatory factor analysis, CFA)) 和结构方程 (structural equations) (或潜变量模型 (latent variable model)) 整合在一个结构方程模型框架内, 就可以实现该目的。因此可以说, 一个一般结构方程模型由两部分组成: (1) 联系观察变量和潜变量 (因子) 的测量模型; (2) 经由联立方程将各潜变量联系在一起的结构方程 (Jöreskog, 1973)。

1.1.1 测量模型 (Measurement model)

测量模型是结构方程模型的测量部分 (measurement component)。测量模型的基本目的是描述观察标识变量是否适合作为潜变量或因子的测量手段。测量模型由验证性因子分析来完成和评估。测量模型或者 CFA 建立观察标识变量与其所测量的潜变量之间的联系或关系, 然后用数据检验是否存在假设的因子结构 (factorial structure)。

我们把图 1.1-1 所示的结构方程中的测量模型分别表述于图 1.1.1-1 至图 1.1.1-3 中。我们可用验证性因子模型 (CFA) 来检验这些测量模型。模型中的系数 λ 在因子分析中称为因子负载 (factor loading), 表示观察变量与潜变量之间

的联系。它们实际上是将观察变量作为因变量，相关潜变量作为自变量的线性回归系数。图 1.1.1-1 中的观察变量 $x_1, \cdots, x_5$ 通过因子负载 $\lambda_{x11}, \cdots, \lambda_{x52}$ 分别与潜变量 ξ_1 和 ξ_2 相联系；图 1.1.1-2 中的观察变量 y_1, y_2, y_3 通过因子负载 $\lambda_{y11}, \lambda_{y21}, \lambda_{y31}$ 与潜变量 η_1 相联系。因子负载常用希腊字母 λ_x (或 λ_y) 表示，其中第一个下标代表一个因子负载标识，第二个下标代表相应的潜变量。例如，λ_{x21} 代表标识 x_2 与外源潜变量 ξ_1 之间联系的因子负载；λ_{y31} 代表标识 y_3 与内生潜变量 η_1 之间联系的因子负载。在图 1.1.1-1 的测量模型中，有两个潜变量，分别是 ξ_1 和 ξ_2，均可由一系列观察标识测量。观察变量 x_1 和 x_2 是潜变量 ξ_1 的标识，观察变量 x_3, x_4, x_5 是潜变量 ξ_2 的标识。该测量模型中，两个潜变量 ξ_1 和 ξ_2 相互关联 (图 1.1.1-1 中的 ϕ_{12} 表示 ξ_1 与 ξ_2 间的协方差)，但不表示因果关系。如果这两个潜变量之间没有相关关系，即 $\phi_{12} = 0$，则 ξ_1 和 ξ_2 就分别有两个测量方程，其中，ξ_1 的测量方程仅有两个观察标识，因此不能被识别。对于单因子 CFA 模型 (single factor CFA model)，模型识别至少需要有 3 个标识，而且误差项不能相关。图 1.1.1-2 所示的单因子验证性因子模型是恰识别的 (just identified)，因为该模型的观察数据点，即观察变量的方差/协方差的数量 $(3(3+1)/2 = 6)$，等于自由参数的数量 (即 2 个自由因子负载，3 个误差项方差和 1 个因子方差)。对于该模型，尽管我们能够估计其模型参数，但不能评估模型拟合数据的情况。为了评估模型的拟合度，模型必须是超识别的 (overidentified)，即观察数据点数要大于模型估计的自由参数总数。一个单因子验证性因子分析模型，如果不设定误差相关 (error correlations)，需要 4 个以上的标识才能达到超识别。然而，如果一个 CFA 模型有多因子，且某特定因子至少与另一因子相关，但误差项不相关，那么，这个因子也可以只有两个测量标识 (Bollen, 1989a; Brown, 2006)。图 1.1.1-1 所示的测量模型就是这样。虽然因子 ξ_1 仅有 2 个标识，但整个模型 (即带因子 ξ_1 和 ξ_2 的 CFA 模型) 是超识别的。当然，一个因子只有两个测量标识是不理想

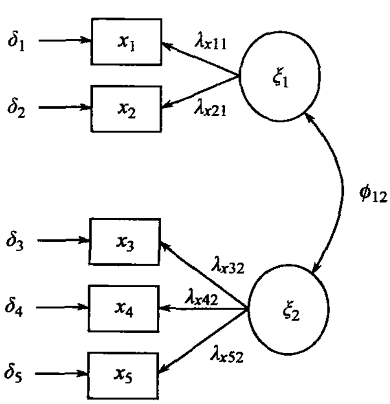

图 1.1.1-1 测量模型 1

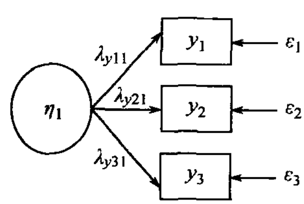

图 1.1.1-2 测量模型 2

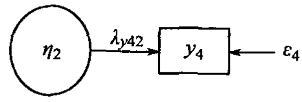

图 1.1.1-3 测量模型 3

的。不同的标识可以反映潜变量的不同侧面, 在 CFA 模型中, 每个因子有多个测量标识能更好地反映相关潜变量。

图 1.1.1-3 是一个简单测量模型 (simple measurement model), 它仅有一个因子 η_2 和一个标识变量 y_4。如果单个观察标识变量没有测量误差, 此时, 简单测量模型就变成 $y_4 = \eta_2$, 其中因子负荷 λ_{y42} 为 1.0, 测量误差为 0.0。也就是说, 观察变量 y_4 是潜变量 η_2 的完美测量 (perfect fit)。如果单标识不是完美测量, 则测量模型不能估计其测量误差。不过, 如果能有该标识可靠度 (reliability) 的信息, 该观察标识变量所代表的潜变量仍可包括在模型中 (Hayduk, 1987; Wang, Fisher, Siegal, Falck & Carlson, 1995)。我们将在第三章中讨论该问题。

1.1.2 结构模型 (Structural model)

确定了测量模型中的潜变量以后, 就可在结构方程模型的另一部分 ——结构模型 (structural model) 中评估潜变量之间的相互关系。结构模型也称结构方程 (structural equations) 或潜变量模型 (latent variable model) (见图 1.1.2-1)。其中路径系数 $\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}$ 和 γ_{22} 设定了潜变量 ξ_1, ξ_2 与潜变量 η_1, η_2 之间的关系, 而 β_{12} 设定了变量 η_2 与 η_1 之间的关系。即结构模型定义了各潜变量之间的关系。

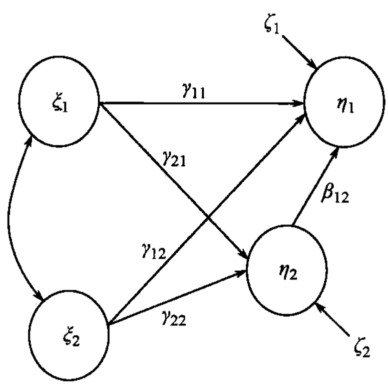

图 1.1.2-1 结构模型

在结构方程模型中, 各潜变量之间的关系是与测量模型同时估计的。注意, 如果结构模型中的变量都是观察变量而不是潜变量, 那么, 结构方程就会变成一组观察变量之间结构关系的建模体系。这样, 模型就简化为传统的社会学中的路径分析 (path analysis) 或计量经济学中的联立方程 (simultaneous equations)。

图 1.1.2-1 所示模型是一个递归模型 (recursive model), 如果模型具有回馈 (reciprocal) 或反馈效应 (feedback effects), 即 η_1 与 η_2 相互影响 (即互为因果关系), 则该模型称为非递归模型 (nonrecursive model)。本书仅讨论递归模型的

应用。

1.1.3 模型表达方程 (Model formulation in equations)

一般结构方程 (general structural equation model) 可用 3 个基本方程表达:

$$\begin{aligned} \eta &= B\eta + \Gamma\xi + \zeta \\ Y &= \Lambda_y\eta + \varepsilon \\ X &= \Lambda_x\xi + \delta \end{aligned} \tag{1.1.3-1}$$

这是以矩阵格式表达的方程式。与这 3 个方程有关的变量矩阵的定义见表 1.1.3-1。公式 (1.1.3-1) 中的第一个方程为结构方程, 其建立反映潜变量间效应关系的结构方程。$\eta = (\eta_1, \cdots, \eta_m)'$ 代表相应的内生潜变量; $\xi = (\xi_1, \cdots, \xi_n)'$ 为外源潜变量。内生与外源潜变量由带系数矩阵 B (beta) 和 Γ (gamma) 及误差向量 ζ (zeta) 的线性方程连接, 其中 Γ 代表外源潜变量对内生潜变量的效应, B 代表某些内生潜变量对其他内生潜变量的效应, ζ 代表回归残差。假定 $E(\zeta) = 0$, 且 ζ 与 ξ, η 不相关。

表1.1.3-1 一般结构方程模型的 3 个基本方程中变量矩阵的定义

变量	定义	维度
η (eta)	内生潜变量	$m\times1$
ξ (xi)	外源潜变量	$n\times1$
ζ (zeta)	方程中的干扰项 (disturbance)	$m\times1$
y	内生标识	$p\times1$
x	外源标识	$q\times1$
ε (epsilon)	y 的测量误差	$p\times1$
δ (delta)	x 的测量误差	$q\times1$

注: m 和 n 分别代表样本中内生潜变量和外源潜变量的数量; p 和 q 是内生标识和外源标识的数量。

公式 (1.1.3-1) 中的第二、三个方程为根据观察变量定义潜变量的测量模型 (measurement models)。第二个方程表示内生标识变量 y 与内生潜变量 (即 η) 之间的关系; 第三个方程表示外生标识变量 x 与外生潜变量 (即 ξ) 之间的关系。观察变量 y 和 x 通过因子载荷 Λ_y 和 Λ_x 分别与相应的潜变量 η 和 ξ 相关。ε 和 δ 分别是与观察变量 y 和 x 相关联的测量误差。假定 $E(\varepsilon) = 0$ 与 $E(\delta) = 0$, 误差 ε 和 δ 与潜变量 η 和 ξ 不相关, 但测量误差之间 (ε 之间或 δ 之间) 或两潜变量间可能相关。当 y 或 x 不存在测量误差时, ε 或 δ 中相应的元素即为零。

注意, 上述结构方程模型中没有设定截距 (intercepts)。为简化模型公式推导起见, 传统上, 结构方程模型的表述和估计不是基于原始观察变量, 而是原始观察变量的均数离差 (deviations from means)。当变量 x 和 y 都是均数离差测量时, 公式 (1.1.3-1) 中各个方程里也就没有截距项了。当模型涉及截距、均数 (如在多