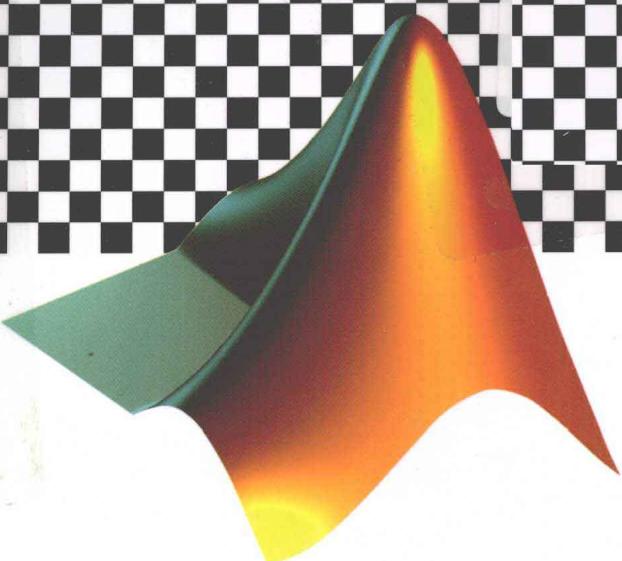


■ 石辛民 翁 智 编著



数学物理方程及其 MATLAB解算

清华大学出版社

数学物理方程及其 MATLAB解算

石辛民 翁 智 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书包括数理方程研究的对象与基本方法、三类典型方程、数理方程的定解问题等基础概论，以及特殊函数和求解数理方程的行波法、积分变换法、分离变量法及格林函数法等基本内容。

本书有两大特色：一是对数理方程的传统架构进行了适当的调整：先讲微分方程，再讲偏微分方程。二是引进了易学好用的 MATLAB 软件。书中所有的计算几乎全用这个软件进行，使读者从费时易错的繁杂数学推导、变换和演算中解放出来。

本书可作为高等学校非数学专业的教材，亦可供科技人员参考。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数学物理方程及其 MATLAB 解算/石辛民,翁智编著.--北京：清华大学出版社,2011.11
ISBN 978-7-302-27060-7

I. ①数… II. ①石… ②翁… III. ①数学物理方程 IV. ①O175. 24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 205051 号

责任编辑：石 磊 陈 明 赵从棉

责任校对：刘玉霞

责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社 地 址：北京清华大学学研大厦 A 座

http://www.tup.com.cn 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：北京国马印刷厂

经 销：全国新华书店

开 本：185×230 印 张：15.75 字 数：343 千字

版 次：2011 年 11 月第 1 版 印 次：2011 年 11 月第 1 次印刷

印 数：1~3000

定 价：29.80 元

产品编号：039634-01

前 言

FOREWORD

宁可将可作小说的材料缩成速写，决不将速写材料拉成小说。

——鲁迅

偏微分方程是数学和其他学科联系的重要桥梁，可以用于表述数学模型，解决实际问题，能够描述、解释和预测多种自然现象。因此，在力学、天文学、物理学、生物学和工程技术等各种学科的许多分支中，都有着广泛的应用。通常把表述物理量随时间和空间变化规律的偏微分方程或积分方程称为数学物理方程，简称数理方程。它主要是指波动方程、输运方程和稳态方程，在高等学校的理、工、农、医等不同学科专业的教学中，一般都设有这门课程，只是内容的多寡和选材的侧重点不同而已。

把数理方程比作一部汽车，那么像造车人、修车人和开车人学习汽车结构一样，人们学习数理方程也因目的不同，而对其要求的深度、广度和侧重面各不相同。大多数应用学科的工作者，学习数理方程类似于开车人学习汽车结构，目的全在于学以致用，以便快捷方便地解决本专业实际问题。本书编写的宗旨亦是如此，这样做更符合“重视实用性和可操作性”的工程教育思想。

数理方程是一门十分古老的学科，基本理论和方法都已经非常成熟。作为一本入门教材，本书在内容上不可能有什么创新之举，编写成功与否的关键，全在于对材料的选取和编排。基于这种观点，在编写中尽量把基本概念、基本知识讲清、讲准、讲透。从实用的角度出发，不过分强调其数学上的严密衔接性，在保证一定系统性和逻辑性的基础上，更为强调简洁、通俗和实用。在内容选取上突出方法和应用，力求简明易懂、深入浅出、重点突出、篇幅适当。在例题选择上强调典型性、覆盖性和普遍性，并使其难度适当。

像其他同类教材一样，本书包括数理方程研究的对象与基本方法、三类典型方程、数理方程的定解问题等基础概论，以及特殊函数和求解数理方程的行波法、积分变换法、分离变量法及格林函数法等基本内容。关于数理方程的建立，在专业课中解决更为合适，因此本书的重点放在求解数理方程的主要方法和技巧上。

在内容顺序的安排上，本书对传统架构进行了适当的调整。不再把常微分方程和偏微分方程的内容穿插讲述，而是作了相对分离。先讲常微分方程，包括变系数常微分方程和特殊函数，再讲数理方程。这样从数学上看显得条理更清晰，免得造成概念的混淆。由于特殊函数在这门课程中的作用主要是为求解数理方程服务，并不需要具有绝对的独立性、系统性和完整性，因此不是把它放在数理方程之后，而是反之。在介绍特殊函数时，精简了一些关

于其性质方面的内容,因为这些主要是为手工演算时进行推导、变换和简化运算所必需,若用计算机软件运算,已不再非得熟悉不可。

在科技迅猛发展、已处于信息化时代的今天,计算机的应用变得非常重要,而且也已高度普及。因此,数理方程的教学中,应该纳入使用计算机的内容,否则,学过这门课的学生会像偏僻山沟里的木匠,虽然锯、凿、刨等各种手艺精通娴熟,一旦走进现代化大城市却毫无用武之地,因为这里已经电气化了。为此,本书引进了使用 MATLAB 软件进行计算的内容,并使之融入整个课程的各个部分,而不是仅仅作为这门课程的辅助教学手段,这正是本书的一个主要特色。

几十年来,特别是计算机高度发展和极为普及的近十多年,许多应用数学类课程都引进了计算机软件,而数理方程基本上还停留在手工演算阶段,确实有悖于时代发展的精神。引入计算机软件可以将数理方程中的大量繁杂数学演算,比如广义积分的计算、复杂代数方程和常微分方程的解算等纯数学运算问题,由计算机去做。这就可以使读者从费时易错的繁杂数学推导、变换和演算中解放出来,把更多的精力集中在基本概念及数学变换技巧的学习上,专注于物理的数学化和数学方法的精挑细选上。同时,计算机软件的应用,会使许多因数学演算繁难而却步的题目轻而易举地得出答案,进而能深入分析其物理意义。

之所以选用 MATLAB 软件,是因为它凭借其数值计算与图形可视化功能的完美结合以及开放的设计理念,已经取得了可喜的成绩,成为理工类学科必须掌握的软件之一。该软件具有语法简单、使用方便、易学好用、界面友好和运算功能强大的特点,用它可以直接受指令得出运算结果,不以学习编程为使用的前提,更不用在调试程序上花费太多时间和精力。许多繁杂费时的数学演算,只要选用一个合适的指令,就会像使用计算器一样,立即得出结果。更为重要的是它不是一个纯数学软件,已经衍化出二十多个工程应用方面的专用工具箱,如信号处理、控制系统、神经网络、财经统计等,这就为不同学科的专业人员数值计算、建模仿真和工程设计提供了极为方便有力的工具。通过本课程对它的使用,也为后继课程中的使用和未来工作的应用做了很好的铺垫,打下良好的基础。

为了学习方便,本书专门编写了“第 1 章 MATLAB 基础知识”,内容简练、全面而实用,靠自学完全可以掌握。

本书第 5,6,7,8 章的内容具有相对独立性,学习顺序可以任意选择。书中标有“*”号的章节和例题可以跳过,并不影响后续内容的学习。本书选列了较多的例题,略显庞杂,但却为读者的不同需求提供了挑选余地。另外,书中将一些约定俗成的符号,如希腊字母 ω, ν ,换用了录入方便且与软件一致的英文字母 w, v ,敬请注意和见谅。

由于水平所限,本书错误和不妥之处在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

2011 年 7 月

(电子信箱: aushixm@126.com, wzhi@imu.edu.cn)



CONTENTS

第 1 章 MATLAB 基础知识	1
1. 1 走进 MATLAB 软件	1
1. 1. 1 指令窗简介	1
1. 1. 2 键盘上常用的功能键	3
1. 1. 3 在线查询方法	3
1. 2 字符串和数据变量	6
1. 2. 1 字符串定义和数据变量分类	6
1. 2. 2 变量名赋值和字符串显示	7
1. 3 数值矩阵及其运算	8
1. 3. 1 数值矩阵的创建	8
1. 3. 2 数值矩阵间的矩阵算法	10
1. 3. 3 数值矩阵间的数组算法	12
1. 4 符号矩阵及其运算	15
1. 4. 1 符号变量和符号表达式	15
1. 4. 2 符号矩阵的创建	16
1. 4. 3 符号矩阵的运算	18
1. 4. 4 求算与微积分有关的指令	19
1. 5 绘图入门	25
1. 5. 1 图形窗简介	25
1. 5. 2 初等绘图方法	27
第 2 章 常微分方程的求解及特征值问题	34
2. 1 常微分方程的 MATLAB 求解	34
2. 1. 1 常微分方程的符号格式	35
2. 1. 2 求常微分方程解析解的专用指令	35
2. 2 斯图姆-刘维尔理论	37
2. 2. 1 斯图姆-刘维尔方程	37
2. 2. 2 边值条件和初始条件	38

2.2.3 本征值与本征函数	38
2.3 谐振问题	41
2.3.1 谐振方程的通解	41
2.3.2 谐振问题的本征值及本征函数	42
思考与练习题	45
第3章 特殊函数与二阶常微分方程的级数解	47
3.1 Γ 函数与 β 函数	47
3.1.1 Γ 函数及其 MATLAB 算法	47
*3.1.2 β 函数及其 MATLAB 算法	49
3.1.3 脉冲函数 $\delta(t)$	52
3.1.4 单位阶跃函数 $H(t)$	56
3.1.5 $\delta(t)$ 和 $H(t)$ 的 MATLAB 算法	56
3.2 常微分方程在常点邻域内的级数解	57
3.2.1 常微分方程的常点、奇点和正则奇点	57
*3.2.2 埃尔米特方程的幂级数解	57
3.2.3 计算机软件 Maple 的调用	60
*3.2.4 用计算机软件求算埃尔米特多项式	61
3.3 勒让德函数	62
3.3.1 勒让德方程及勒让德函数	63
3.3.2 缔合勒让德函数	65
3.3.3 用 MATLAB 软件求算勒让德函数	67
*3.3.4 傅里叶-勒让德级数	71
3.4 常微分方程在正则奇点邻域内的级数解	73
3.4.1 正则奇点邻域内的级数解法	73
*3.4.2 拉盖尔方程的幂级数解	75
*3.4.3 用计算机软件计算拉盖尔多项式	77
3.5 贝塞尔函数	78
3.5.1 贝塞尔方程的幂级数解及贝塞尔函数	79
*3.5.2 诺依曼函数和汉克尔函数	82
3.5.3 用 MATLAB 软件解算贝塞尔函数	84
*3.5.4 傅里叶-贝塞尔级数	89
思考与练习题	90

第 4 章 数学物理方程简介	91
4.1 数学物理方程的类别	91
4.1.1 数理方程的建立和算子	91
4.1.2 创建数理方程举例	93
4.1.3 数理方程的类别	95
4.1.4 线性偏微分方程的叠加原理	97
4.2 定解条件和定解问题的适定性	97
4.2.1 定解条件——边值条件和初始条件	98
4.2.2 定解问题的适定性及其解算方法	99
思考与练习题	100
第 5 章 行波法	101
5.1 波动方程的达朗贝尔公式	101
5.1.1 一维波动方程的达朗贝尔公式	101
5.1.2 半无界弦上的自由振动	106
5.1.3 无界弦的受迫振动和齐次化原理	108
*5.1.4 半无界弦上的受迫振动	112
5.2 高维齐次波动方程	115
5.2.1 三维波动方程的泊松公式	115
*5.2.2 二维波动方程的求解	120
思考与练习题	122
第 6 章 积分变换法	124
6.1 傅里叶级数与傅里叶变换	124
6.1.1 傅里叶积分定理	124
6.1.2 傅里叶变换	126
6.1.3 傅里叶变换的性质	128
6.2 傅里叶变换的 MATLAB 实现	132
6.2.1 用积分指令计算	132
6.2.2 用专用指令计算	134
*6.2.3 调用 Maple 软件计算	136
6.3 傅里叶变换在解方程中的应用	141
*6.3.1 积分方程	141
6.3.2 无限长弦振动的初值问题	143

6.3.3 无界域内输运方程的初值问题.....	146
*6.3.4 半无界域内输运方程的初值问题.....	150
6.4 拉普拉斯变换及其性质	153
6.4.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换.....	153
6.4.2 拉普拉斯变换的性质.....	154
6.5 拉普拉斯变换的 MATLAB 实现	158
6.5.1 用积分指令计算.....	159
6.5.2 用专用指令计算.....	159
6.6 拉普拉斯变换在解方程中的应用	163
*6.6.1 微分方程的初值问题.....	163
6.6.2 波动方程的定解问题.....	165
6.6.3 输运方程的定解问题.....	168
思考与练习题.....	170
第 7 章 分离变量法.....	172
7.1 齐次偏微分方程	173
7.1.1 有界弦的波动问题.....	173
7.1.2 有界域内的输运问题.....	179
7.2 非齐次偏微分方程	184
7.2.1 本征函数法.....	185
7.2.2 圆域上的定解问题.....	193
7.3 非齐次边值条件的处理	207
7.3.1 变量代换法.....	207
*7.3.2 变量代换杂例.....	215
思考与练习题.....	218
第 8 章 格林函数法.....	220
8.1 格林函数	220
8.1.1 格林公式.....	221
8.1.2 格林函数的互易性.....	221
8.2 格林函数法在稳态问题中的应用	222
8.2.1 泊松方程边值问题解的积分式.....	222
8.2.2 用格林函数法求解稳态问题.....	225
8.3 波动问题和输运问题	227
8.3.1 含时格林函数.....	227

8.3.2 用格林函数法求解波动问题.....	229
8.3.3 用格林函数法求解输运问题.....	231
思考与练习题.....	235
部分思考与习题答案或提示.....	237
参考文献.....	242

科技界流行的 MATLAB 软件,凭借其数值计算、符号运算、数据可视化和建模仿真等功能的完美结合,以及简捷的操作,已经非常普及。尤其是它只用指令就能够迅速获得复杂算式的运算结果,像书写数学算式一样直观,像使用计算器一样方便,加之通常不用编程,不用调试程序,更是受到广大科技工作者的青睐。

数理方程中大量使用的是“符号运算”,因此下面主要介绍这方面的内容。读者如需要更多的内容,可参阅《基于 MATLAB 的实用数值计算》(石辛民、郝整清,清华大学、北京交通大学出版社,2006)或其他有关书籍。

1.1 走进 MATLAB 软件

MATLAB 软件的一切操作,都是在该软件的不同视窗(指令窗、图形窗、编辑调试窗等)中实现的。下面先介绍基本和常用的指令窗。

1.1.1 指令窗简介

打开计算机进入 Windows 操作系统后,在屏幕左下角单击【开始】→【所有程序(P)】命令,再单击其右侧显示出的 MATLAB 选项;或者直接双击屏幕上的 MATLAB 小图标,就可进入 MATLAB 指令窗,如图 1-1 所示。

1. 指令窗上的主菜单

指令窗界面上部有六个主菜单:File(文件)、Edit(编辑)、Debug(调试)、Desktop(桌面)、Window(视窗)和 Help(帮助)。单击任何一个主菜单,都会下拉出它的子菜单。图 1-1 就是单击主菜单 Desktop,下拉出子菜单的界面又单击 Desktop Layout 条目后出现的界面。

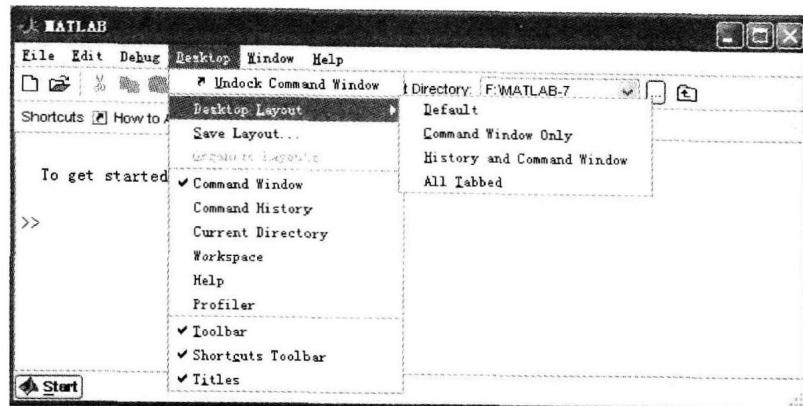


图 1-1 MATLAB 指令窗界面

单击拉出子菜单中的任何一项，都可以打开相应的界面。

2. 指令窗上快捷按钮的功能

指令窗界面上部的第三行，有一排小方形图标，它们是一些常用子菜单的快捷按钮。单击它们和打开相应子菜单的作用一样，但操作比较快捷。把它们与对应的主、子菜单名称及其功能一并列在表 1-1 中，以备查看。

表 1-1 指令窗中菜单与相应快捷按钮对照表

主 菜 单	下 属 子 菜 单	快 捷 按 钮 图 标	功 能
File (文件)	New→M-File	□	创建新的 M-文件
	Open...或 Ctrl+O	□	打开已存盘的 M-文件
Edit(编辑)	Cut 或 Ctrl+W	☒	剪掉选定的内容
	Copy 或 Alt+W	☒	把选定的内容送入剪贴板
	Paste 或 Ctrl+Y	☒	把剪贴板中的内容粘贴在光标处
	Undo 或 Ctrl+Z	↶	撤销刚执行过的操作
	Redo	↷	恢复刚撤销的操作
Simulink(仿真)		☰	浏览仿真模块库的内容
GUIDE(指南)		ℳ	创建和打开指南说明
Help (帮助)	MATLAB Help 或 F1	?	帮助了解 MATLAB 软件的内容

3. 指令窗中的工作面

指令窗上快捷按钮行下的空白处,写有“To get started...”,下面出现的“>”是输入提示符,其右侧闪跳的光标“|”提示可以在此输入指令、数据等内容。书中“在指令窗中输入”,就是指在提示符右侧输入相关内容。输入的指令相当于一个函数,指令中的参数相当于函数的“自变量”。每输完一条指令,必须按一次回车键 Enter,于是就会输出运行结果或者换行出现新的提示符。本书只在需要输出运行结果的指令后面加有回车提示符“↓”,意味着“回车得出”。

1.1.2 键盘上常用的功能键

键盘上常用功能键及其作用列在表 1-2 中。

表 1-2 功能键及其作用

功 能 键	功 能	功 能 键	功 能
Enter(回车)	运行已输入指令并换行	Shift+Enter	使光标换行,但不运行输入指令
↑(↓)	调出前(后)一个指令	Home	使光标移到行首
←	使光标向左移动	End	使光标移到行尾
→	使光标向右移动	Esc	删除光标所在行的全部内容
Page Up	翻出前一页	Backspace	删掉光标左侧的字符
Page Down	打开后一页	Delete	删掉光标右侧的字符
Ctrl+C	强行中止运行中的程序	Ctrl+K	删除从光标到行尾的内容

由表 1-2 可知,在 MATLAB 软件中功能键↑和↓是调出刚输入过的指令,与文字编辑软件中使光标上下移动的作用不同。例如,已连续输入了三条指令,现在想再输一次其中的第二条指令,则只需连按两下功能键↑即可;如果回车后又想输入先前输入的第三条指令,则再按两下功能键↑。

1.1.3 在线查询方法

MATLAB 软件中的指令特别多,仅靠记忆很难掌握,因此要学会在线查询,学会它就像学会了查字典。常用的在线查询方法有两种:指令法和菜单法。

1. 指令法

在指令窗中输入查询帮助指令,回车后屏幕上就显示出需要了解的内容。表 1-3 列出了一些常用的查询指令及其功能。

表 1-3 常用查询指令功能表

指令及其使用格式	功 能 说 明
help + 标识符	显示“标识符”代表的信息,标识符可以是总目录 topics(可省略)、函数库名、函数指令名称或工具箱名称等
lookfor + 关键词	显示一批功能含有“关键词”的指令
type + M-文件名	显示“M-文件”的性质或其全部内容
doc + M-文件名	显示有关该“M-文件”的全部资料(与 demos 调出的相同)
whos + a b	显示工作空间中变量 a,b(省略时为全部变量)的详细资料
ver	显示 MATLAB 的全部工具箱名称
path	显示或设置 MATLAB 的搜索路径
Which M-文件名	显示“M-文件名”所在子目录的路径
cd	查询或改变运行路径

2. 菜单法

在任何一个窗口界面上,单击主菜单 Help,再单击下拉子菜单中的相关目录名,进行查询。这种方法不必记住具体的查询指令,像翻词典一样方便。

例 1.1 帮助指令 help 的应用举例(此题也为使读者了解 MATLAB 的内容)。

解 (1) 在指令窗中输入

>> help (后面不写标识符,相当于输入 help topics)

屏幕上显示出系统中装入的所有函数库和工具箱名称(部分工具箱加注了中文译文)。

matlab\general	- General purpose commands. (通用命令)
matlab\ops	- Operators and special characters. (算子和特殊字符)
matlab\lang	- Programming language constructs. (程序语言结构)
matlab\elmat	- Elementary matrices and matrix manipulation. (基本矩阵及其操作)
matlab\elfun	- Elementary math functions. (初等函数)
matlab\specfun	- Specialized math functions. (特殊函数)
matlab\matfun	- Matrix functions - numerical linear algebra. (矩阵函数 - 线性代数)

```

matlab\datafun          - Data analysis and Fourier transforms. (数值分析和傅里叶变换)
matlab\polyfun           - Interpolation and polynomials. (插值和多项式)
matlab\funfun            - Function functions and ODE solvers. (功能函数和常微分方程)
matlab\sparfun           - Sparse matrices. (稀疏矩阵)
matlab\graph2d            - Two dimensional graphs. (二维图形)
matlab\graph3d            - Three dimensional graphs. (三维图形)
matlab\specgraph         - Specialized graphs. (特殊图)
matlab\graphics           - Handle Graphics. (手控图)
matlab\uitools            - Graphical user interface tools. (图形用户接口工具)
matlab\strfun             - Character strings. (字符串)
matlab\iofun               - File input/output. (文件输入/输出)
matlab\timefun             - Time and dates. (时间/日期)
matlab\datatypes          - Data types and structures. (数据类型/结构)
matlab\winfun              - Windows Operating System Interface Files (DDE/ActiveX)
                           (Windows 操作系统接口文件)
matlab\demos               - Examples and demonstrations. (举例和演示)
.....                     略去以下内容

```

(2) 如果想了解某个函数库中包含的具体指令,比如想了解“matlab\elmat”(基本矩阵及操作库)中的指令内容,则在指令窗中输入

```
>> help elmat
```

显示出该库包含的子库及它所包含的全部函数指令。

(3) 若想了解某个具体函数指令,如“disp”的功能和使用方法,在指令窗中输入

```
>> help disp
```

屏幕上就显示出有关 disp 指令功能的说明。

例 1.2 用帮助指令 type 查看 M-函数指令 rank 的源程序。

解 在指令窗中输入

```

>> type rank
function r = rank(A,tol)
% RANK Matrix rank.
%
% RANK(A) provides an estimate of the number of linearly
% independent rows or columns of a matrix A.
% RANK(A,tol) is the number of singular values of A
% that are larger than tol.
% RANK(A) uses the default tol = max(size(A)) * eps(norm(A)).
%
% Class support for input A:
% float: double, single
% Copyright 1984 - 2004 The MathWorks, Inc.

```

```
% $ Revision: 5.11.4.3 $ $ Date: 2004/08/20 19:50:33 $
s = svd(A);
if nargin == 1
    tol = max(size(A)') * eps(max(s));
end
r = sum(s > tol);
```

由 rank 程序中第一行“function r = rank(A,tol)”的内容可知,这是求矩阵秩的指令。若在指令窗中输入

>> rank(A) 

就输出矩阵 A 的秩。

说明: (1) 程序中某行首有%符号的文字为注释说明,运行中不予执行。

(2) 程序中若%号后是整行无任何文字的全空行,起隔离作用:如果使用 help rank,只能调出第一个全空行之前的注释内容,在上例中为% Class support for input A:一行之前的内容;而使用 type rank 则可调出注释和程序的全部内容。

1.2 字符串和数据变量

1.2.1 字符串定义和数据变量分类

1. 字符串和标识符

一连串的符号(字母、符号和数字等)组合,称为字符串(character array 或 string)。能把代表变量、常量或文件名称的特定字符串称为标识符(identifier)。标识符必须由英文字母打头,后加阿拉伯数字和下画线等符号组成。不符合这些规定的,如“8ty”、“f(x)”、“k-q”、“文_01”等,虽然也是字符串,但不能做标识符。

2. 数据及其变量类型

MATLAB 软件中的数据分为三类:

(1) 数值型(Double Array),简称数值,包含实数、复数等数字。

(2) 字符串型(Char Array),简称字符串。无论是数字、文字、符号还是表达式、方程式或汉字,只要用英文格式单引号加以界定,都被定义成为字符串。

(3) 符号型(Sym Object),简称符号量,是专门定义的非数值量。

代表上述三类数据的标识符,分别称为数值变量名、字符串变量名和符号变量名。

1.2.2 变量名赋值和字符串显示

1. 变量名的赋值

让某个变量名等价地代表确定的一个数值、字符串或符号量，就称为给该变量名赋值。赋值方法是用赋值符号“=”，将其右边的数据或已赋值的变量名所代表的内容，赋给左边的标识符，通用格式为：

```
>> 变量名 = 数据或已赋值的变量名
```

要查询某个已赋值的变量名，如“a”代表哪类变量时，可在指令窗中输入

```
>> class(a)
```

输出 double(数值型)、char(字符型)或 sym(符号型)，便知 a 属哪类变量。

2. 永久性数值变量

MATLAB 软件中有一类系统事先定义好的数值变量名，它们总是代表着固定的数值，称为永久性数值变量，一般不要另行赋值。表 1-4 中列出了常用的永久性数值变量。

表 1-4 常用的永久变量名

变 量 名	意 义
pi	圆周率 π
INF 或 Inf	正无穷大
ans	临时变量名
eps	机器浮点运算误差限(2.2204×10^{-16})
i 或 j	虚数单位，代表 $\sqrt{-1}$
NaN	不定值(Not a Number) 如： $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty$

3. 字符串的显示

字符串的形式多样而用途广泛，有两种显示它的方法。

(1) 直接显示法

在指令窗中直接输入单引号界定的字符串，回车则照原样显示出来。如输入

```
>> A = '中国,aB=56cd_e(x)'
```