

状元 学习方案

THUANGYUAN
XUEXIFANGAN

高中数学必修 3

人教A版

主编 刘 强



YZLI0890161897

学案=方法+考点
状元=有方法+知考点



北京出版集团公司
北京教育出版社

★内含教材习题答案

状元 学习方案

YUANGYUAN
XUEXIFANGAN



高中数学必修

3

人教A版

主 编：刘 强
本册主编：曹敬坤 赵丽萍
本册编者：刘汉亮 王文涛



YZLI0890161897



北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

状元学习方案:人教A版.高中数学.3:必修/刘强主编. —北京:北京教育出版社,2011.10

ISBN 978 - 7 - 5303 - 9186 - 0

I. ①状… II. ①刘… III. ①中学数学课 - 高中 - 教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第211013号

状元学习方案

高中数学必修3(人教A版)

刘强 主编

*

北京出版集团公司 出版
北京教育出版社

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100120

网址:www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行

全国各地书店经销

九州财鑫印刷有限公司印刷

*

890 × 1240 16开本 10.25印张 205000字
2011年10月第1版 2011年10月第1次印刷

ISBN 978 - 7 - 5303 - 9186 - 0

定价:20.80元

版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393



学案=方法+考点 状元=有方法+知考点

通过对状元的走访和研究发现，状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥，很少“失常”发挥，这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究，源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

状元学习方案

高中数学必修③(人教A版)

栏目功能说明

状元学法

链接背景知识，轻松引出新知识，让你整体把握，有的放矢，对本节知识的学习做到心中有数。

本章整体解读

本章主要讲述集合的初步知识、集合概念及其理论，称为集合论，是现代数学的一个重要基本理论。一方面，许多重要的数学分支都建立在集合理论的基础上；另一方面，集合论及其所反映的数学思想，在越来越广泛的领域中得到应用。

本章的主要内容是集合的概念、表示方法和集合之间的关系与运算。第一节是集合与集合的表示方法，首先通过实例引入集合与集合的元素的概念，然后学习集合的两种表示方法。第二节是集合之间的关系与运算，首先从观察集合与集合之间元素的关系开始，给出子集、真子集以及集合相等的概念，同时学习用 Venn 图表示集合、接着学习交集、并集、以及补集、全集的初步知识。

本章的重点是集合之间的关系与运算，难点是对集合概念的理解。本章是高中数学的起始章，学好本章知识，对于顺利学习高中数学意义重大。学习时，应注意以下三点：

- (1) 注意和初中数学知识衔接，这就需要认真整理初中知识，形成良好的知识基础。
- (2) 认真理解，反复推敲思考本章知识点的含义，各种表示方法，容易混淆的知识点，达到熟练掌握。
- (3) 通过本章的学习，要努力培养自己观察、比较、抽象、概括的能力，培养科学的、严谨的学习态度，为树立辩证唯物主义的、科学的世界观、人生观打下坚实的基础。

1.1 集合与集合的表示方法

1.1.1 集合的概念

状元学法 提纲挈领 一目了然



状元笔记 善于归纳 活学活用

► 知识点1 集合的概念(★)

一般地，把一些能够确定的不同的对象汇集在一起构成一个整体，这个整体称为一个集合。

集合是现代数学中不加定义的基本概念，学习这个概念时应注意以下几点：

- (1) 集合是一个“整体”；
- (2) 构成集合的对象必须是“确定”的且“不同”的，其中“确定”是指构成集合的对象具有非常明确的特征，这个特征不是模棱两可的，“不同”是指构成集合的各个对象互不相同。

以上两条是判定某些对象能否构成集合的标准。一般地，判定一组对象 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 能否构成集合，就是要看判定对象 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是否具有一个确定的特征，如果有，能构成集合；如果没有，就构不成集合。这个确定的特征非常明确。

如“全世界所有的高个子”这一组对象就构不成集合，因为“高个子”这个标准不明确。而“全世界身高 1.75 米的所有人”这一组对象能构成集合，因为“身高 1.75 米”是一个非常确定的标准。

例 1 下列各组对象能确定一个集合吗？

- (1) 所有很大的实数；(2) $\sqrt{2}$ 的近似值的全体；(3) 1, 2, 2, 4, 5；(4) 不超过 20 的非负数；(5) 某校 2006 年在校的所有高个子同学。

【解析】本题是判断所给对象能否构成集合的问题，只需根据构成集合的条件，即首先要判断这组对象是否是一个整体，其次是这组对象中的成员是否是“确定”的且“不同”的。

【答案】(1)“所有很大的数”，(5)“某校 2006 年在校的所有高个子同学”标准不明确，所以(1)(5)不是集合。

(2)“ $\sqrt{2}$ 的近似值”没有明确精确到什么程度，因此很难判断一个数(如 2)是不是它的近似值，所以也不能构成集合。

(3)对象中的成员有重复现象，不能构成集合。

(4)“不超过 20 的非负数”，即 $0 \leq x \leq 20$ ，能构成集合。

故能构成集合的是(4)，不能构成集合的是(1)(2)(3)(5)。

点拨：一些对象能否构成集合必须具有以下两个特点：一是整体性，二是确定性，其中“汇集在一起”一词，说明集合是某些对象的整体而不是指其中的个别对象，这就是集合的整体性。“确定的不同的对象”一词，说明集合中的元素是确定的，而且是互异的，一个对象要么是集合的元素，那么不是集合的元素，二者必居其一，这是集合的确定性。

跟踪训练

1. 由下列对象组成的集合：①不超过 π 的正整数；②高一教材课本中的所有难题；③平方后等于自身的数；④中国的大城市；⑤高一上学期中考试成绩在 500 分以上的学生。

其中能构成集合的是()

- A. ①②③ B. ②③④
C. ①③⑤ D. ①②⑤

► 知识点2 集合的元素(★)

(1) 集合中的每个对象都叫做这个集合的元素，集合常用大写的英语字母 A, B, C... 表示，集合中元素常用小写的英语

状元笔记

采用“讲、例、练”三结合的方式，系统梳理和剖析本节知识，对误区进行警示，从教材出发又适当拓展延伸，让你事半功倍，轻松突破重点难点。

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)





学案=方法+考点 状元=有方法+知考点

通过对状元的走访和研究发现，状元的学习和一般学生的学习有所不同。状元在学习和考试中能“正常”发挥甚至“超常”发挥，很少“失常”发挥，这与状元自身总结的一系列学习方案有着密切的关系。高效的学习和探究，源于对知识本质的领悟和对方法规律的掌握。

状元学习方案

高中数学必修③(人教A版)

栏目功能说明

学习方案

高中数学必修(人教A版)

【剖析】用另一种方法表示集合，关键是把握好集合的代表元素。

【答案】(1)代表元素是 x, x 满足的条件是 $x^2 - x - 6 = 0$ ，因此这个集合是方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的解集，所以这个集合还可表示为 $\{-2, 3\}$ 。

(2)代表元素是 y ，这个集合是当 x 取任意实数时， $y = x^2 - x - 6$ 中 y 的取值范围， $\therefore y = x^2 - x - 6 = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4}$ ， $\therefore y \geq -\frac{25}{4}$ ，所以这个集合还可表示为 $\{y | y \geq -\frac{25}{4}\}$ 。

状元思维 提高思维 培养兴趣

探究1 分类讨论

当问题不易按同一标准解决时，要适时地选择好分类标准，进行恰当的讨论。在分类讨论中，关键是分类的标准要明确，做到不重不漏。

【例3】(新课标创新题)设 a, b, c 为非零实数，则 $x = \frac{abc}{ab+bc+ca}$ 的所有值组成的集合为()

A. $\{1, -2\}$ B. $\{-2, 0\}$ C. $\{-2, 0, 2\}$ D. $\{0, -2, 4, 2\}$

【解析】此题首先要读懂题意，要求由 x 的所有值组成的集合，关键是把表达式中的绝对值去掉，根据得到的若干个不同的数值，确定出集合来。

【答案】当 a, b, c 全为正数时， $x = 1$ ；
当 a, b, c 中有且只有一个负数时， $x = -2$ ；
当 a, b, c 中有两个负数时， $x = 0$ ；
当 a, b, c 全是负数时， $x = 2$ ，故选 D。

探究2 创新应用

在高考中，经常会出现一些新情景的题目，这些题目往往难度不大，但要求我们细心、认真，深刻领会题目的意义。

【例4】(原创题)设符号“ $\oplus$ ”是数集 A 的一种运算，如果对任意的 $x, y \in A$ ，都有 $x \oplus y \in A$ ，则称运算“ $\oplus$ ”对集合 A 是封闭的。

(1)设 $A = \{x | x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbb{Z}\}$ ，判断 A 对通常的实数的乘法运算是否封闭？

(2)设 $B = \{x | x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbb{Z} \text{ 且 } n \neq 0\}$ ，问 B 对通常的实数的乘法运算是否封闭？试证明你的结论。

【解析】这是一道创新应用题，用网络符号“ $\oplus$ ”作为运算符号，这就使读者感到新颖，而实际上从两个问题的问法来看，还是具体判断从所给的集合中任取两个元素，经过乘法运算后得到的数是否还在这个集合内。

【答案】(1)根据定义，可设 $x = m_1 + \sqrt{2}n_1, y = m_2 + \sqrt{2}n_2$ ，那么 $x \times y = (m_1 + \sqrt{2}n_1)(m_2 + \sqrt{2}n_2) = \sqrt{2}(m_1n_2 + m_2n_1) + m_1m_2 + 2n_1n_2$ ，可以说明 A 对通常的实数的乘法运算是封闭的。

(2)不封闭，例如 $x = 2 + \sqrt{2}, y = 2 - \sqrt{2}$ ，而 $x \times y = (2 + \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2}) = 2 \notin B$ ，(此时 $n = 0$)， $\therefore$ 集合 B 对通常的实数的乘法运算不封闭。

提醒：例(1)(2)只有一个细小的差别，但结论完全不同，搞清楚数量关系的概念和注意特殊情况十分重要，应当仔细审题。通过本例对同学们在学习过程中养成严谨、审慎的作风是大有益处的。

跟踪训练

17. (原创题)设“ $*$ ”是集合 A 中元素的一种运算，如果对于任意的 $x, y \in A$ ，都有 $x * y \in A$ ，则称运算“ $*$ ”对集合 A 是封闭的，若 $M = \{x | x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbb{Z}\}$ ， $\mathbb{Z}$ 为整数集，则对集合 M 不封闭的运算是()

A. 减法 B. 乘法
C. 除法 D. 幂方

18. (原创题)设 A, B 为两个非空实数集，定义 $A + B = \{\frac{a}{b} | a \in A, b \in B\}$ ，若 $A = \{2, 3, 5\}$ ， $B = \{1, 2, 6\}$ ，则 $A + B$ 中元素的个数是()

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

19. 定义集合运算 $P * Q = \{x | x = \sqrt{ab}, a \in P, b \in Q\}$ ，设集合 $P = \{1, 2, 4\}$ ， $Q = \{4, 6, 8\}$ ，则集合 $P * Q$ 中共有()个元素。

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

20. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4 < 0\}$ ， $N = \{x | x^2 = 2n + 1, n \in \mathbb{M}, n \in \mathbb{Z}\}$ ，则 N 中的元素个数为()

A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

状元实践 提高思维 培养兴趣

集合在高考中是每年必考的内容，这一部分内容主要是以工具的形式出现，以列举法或特征性质描述法给出集合，单独命题考查列举法或特征性质描述法的时候不多，但有时在创新题目中有体现。

【例5】(高考试题)定义集合运算： $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$ ，设 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{0, 2\}$ ，则集合 $A * B$ 的所有元素之和为()

A. 0 B. 2 C. 3 D. 6

【解析】“ $*$ ” $\Rightarrow xy, x \in A, y \in B$ ， $\therefore z$ 的取值有： $1 \times 0 = 0, 1 \times 2 = 2, 2 \times 0 = 0, 2 \times 2 = 4$ ，故 $A * B = \{0, 2, 4\}$ 。

$\therefore$ 集合 $A * B$ 的所有元素之和为 $0 + 2 + 4 = 6$ 。

【答案】D

【例6】(2011·山东模拟)设 $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ ，若“方程 $x^2 - bx - c = 0$ 满足 $b, c \in A$ ，且方程至少有一根 $a \in A$ ”，就称该方程为“漂亮方程”，则“漂亮方程”的个数为()

A. 8 B. 10 C. 12 D. 14

【解析】由于方程至少有一根 $a \in A$ ，且 $b, c \in A$ ，则方程的两根均为整数，由于两根之和为 $-b$ ，可得两根为一正一负，由于判别式恒大于零，则当有一根为 -1 时， $b - c = -1$ ， b, c 可取的数有： $1, 2; 3, 4; 4, 5; 5, 6; 6, 7; 7, 8; 8, 9; 9, 10$ 可得 9 个不同的方程，当一根为 -2 时， $c = 2b + 4$ ， b, c 可取的数有： $1, 6; 2, 8; 3, 10$ 可得 3 个不同的方程，方程的根不可能为更小的整数了，如根为 -3 ，代入已知方程可得： $c = 3b + 9 \notin A$ ，与已知矛盾，故选 C。

【答案】C

跟踪训练

21. (2009·北京)设 A 是整数集的一个非空子集，对于 $k \in A$ ，如果 $k-1 \notin A$ 且 $k+1 \notin A$ ，那么 k 是 A 的一个“孤立元”，给定 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ，由 S 的 3 个元素构成的所有集合中，不含“孤立元”的集合共有 _____ 个。

22. (高考题)设 $a, b \in \mathbb{R}$ ，集合 $\{1, a + b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$ ，则 $b - a$

状元思维

针对本节知识与科技发展、生活实际相联系的问题，或是学科内、学科间的综合问题，进行探究讨论，举例说明。

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)





目 录

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图 (1)

1.1.1 算法的概念 (1)

状元学法 (1)

状元笔记 (1)

状元思维 (3)

状元实践 (3)

状元心得 (4)

状元素养 (4)

答案专区 (5)

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构(第1课时)

..... (6)

状元学法 (6)

状元笔记 (6)

状元思维 (8)

状元实践 (9)

状元心得 (10)

状元素养 (10)

答案专区 (10)

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构(第2课时)

..... (12)

状元学法 (12)

状元笔记 (12)

状元思维 (14)

状元实践 (15)

状元心得 (16)

状元素养 (16)

答案专区 (17)

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构(第3课时)

..... (20)

状元学法 (20)

状元笔记 (20)

状元思维 (22)

状元实践 (25)

状元心得 (28)

状元素养 (28)

答案专区 (29)

1.2 基本算法语句 (31)

1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句 (31)

状元学法 (31)

状元笔记 (31)

状元思维 (34)

状元实践 (36)

状元心得 (37)

状元素养 (37)

答案专区	(37)
1.2.2 条件语句	(39)
状元学法	(39)
状元笔记	(39)
状元思维	(42)
状元实践	(43)
状元心得	(44)
状元素养	(44)
答案专区	(45)
1.2.3 循环语句	(47)
状元学法	(47)
状元笔记	(47)
状元思维	(50)
状元实践	(51)
状元心得	(52)
状元素养	(52)
答案专区	(53)
1.3 算方案例	(55)
状元学法	(55)
状元笔记	(55)
状元思维	(59)
状元实践	(60)
状元心得	(60)
状元素养	(60)
答案专区	(61)

章末总结提高	(63)
--------------	------

状元知识总结	(63)
状元专题归纳	(63)
答案专区	(67)

第二章 统计

2.1 随机抽样	(69)
2.1.1 简单随机抽样	(69)
状元学法	(69)
状元笔记	(69)
状元思维	(71)
状元实践	(71)
状元心得	(72)
状元素养	(72)
答案专区	(72)
2.1.2 系统抽样	(74)
状元学法	(74)
状元笔记	(74)
状元思维	(75)
状元实践	(76)
状元心得	(77)
状元素养	(77)
答案专区	(77)
2.1.3 分层抽样	(79)
状元学法	(79)
状元笔记	(79)
状元思维	(82)



状元实践	(82)	状元实践	(103)
状元心得	(83)	状元心得	(104)
状元素养	(83)	状元素养	(104)
答案专区	(84)	答案专区	(105)
2.2 用样本估计总体	(85)	章末总结提高	(107)
2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布	(85)	状元知识总结	(107)
状元学法	(85)	状元专题归纳	(107)
状元笔记	(85)	答案专区	(109)
状元思维	(88)		
状元实践	(88)		
状元心得	(89)		
状元素养	(90)		
答案专区	(90)		
2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	(92)		
.....	(92)		
状元学法	(92)		
状元笔记	(92)		
状元思维	(95)		
状元实践	(96)		
状元心得	(97)		
状元素养	(97)		
答案专区	(98)		
2.3 变量间的相关关系	(99)		
状元学法	(99)		
状元笔记	(99)		
状元思维	(102)		
		第三章 概率	
		3.1 随机事件的概率	(110)
		3.1.1 随机事件的概率	(110)
		状元学法	(110)
		状元笔记	(110)
		状元思维	(112)
		状元实践	(112)
		状元心得	(113)
		状元素养	(113)
		答案专区	(113)
		3.1.2 概率的意义	(114)
		状元学法	(114)
		状元笔记	(114)
		状元思维	(115)
		状元实践	(116)
		状元心得	(116)
		状元素养	(116)

答案专区	(117)	状元素养	(132)
3.1.3 概率的基本性质	(118)	答案专区	(133)
状元学法	(118)	3.3 几何概型	(134)
状元笔记	(118)	3.3.1 几何概型	(134)
状元思维	(121)	状元学法	(134)
状元实践	(121)	状元笔记	(134)
状元心得	(122)	状元思维	(135)
状元素养	(122)	状元实践	(136)
答案专区	(123)	状元心得	(137)
3.2 古典概型	(124)	状元素养	(137)
3.2.1 古典概型	(124)	答案专区	(137)
状元学法	(124)	3.3.2 均匀随机数的产生	(139)
状元笔记	(124)	状元学法	(139)
状元思维	(126)	状元笔记	(139)
状元实践	(127)	状元思维	(140)
状元心得	(128)	状元实践	(140)
状元素养	(128)	状元心得	(141)
答案专区	(128)	状元素养	(141)
3.2.2 (整数值)随机数(random numbers)的产生	(130)	答案专区	(141)
状元学法	(130)	章末总结提高	(142)
状元笔记	(130)	状元知识总结	(142)
状元思维	(131)	状元专题归纳	(142)
状元实践	(132)	答案专区	(144)
状元心得	(132)	附录:教材课后习题答案	(145)

第一章 算法初步

★ 本章整体解说 ★

本章内容主要分为三单元.一是算法与程序框图,首先,通过实例引发算法的描述性定义及算法的主要特征,接着通过一个较为复杂的程序框图,分解出程序框图中的三种基本的逻辑结构:顺序结构、条件结构和循环结构.二是基本算法语句,用算法语句描述算法是用计算机解决问题的前提条件,教科书介绍了输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句和循环语句.三是算法案例,教科书介绍了三个案例,辗转相除法与更相减损术、秦九韶算法、进位制.通过经典案例有助于学生深入理解算法的特征和进一步体会算法的思想.

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

状元学法 提纲挈领 一目了然



状元笔记 善于归纳 活学活用

► 知识点1 算法的概念(★)

在数学中,现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题的程序或步骤,这些程序或步骤必须是明确的、有效的,而且能够在有限的步骤之内完成.

学习算法的概念应注意以下几点:

(1)算法没有一个精确化的定义,可以理解为由基本运算及规定的运算顺序所构成的完整的解题步骤,或看成按要求设计好的有限的、确切的计算序列,并且这样的步骤或序列能够解决一类问题.

(2)通俗点说,算法是计算机解题的过程.在这个过程中,无论是形成解题思路还是编写程序,都是在实施某种算法,前者是推理实现的算法,后者操作实现的算法.

易错警示:不要将算法的含义错误地理解为求解具体问题的算法.

(3)描述算法可以有不同的方式,例如,可以用算法语言给出精确的说明,或者用框图直观地显示算法的全貌.

例1 下列关于算法的说法中,正确的是 ()

- A. 算法就是某个具体问题的解题过程
- B. 算法执行后可以不产生确定的结果
- C. 解决某类问题的算法不是唯一的
- D. 算法可以无限地操作下去不停止

【分析】 算法与一般意义上具体问题的解法既有区别,又有联系,算法的获得要借助一类问题的求解方法,而这一类任何一个具体问题都可以利用这类问题的算法来解决.因此A选项不正确;算法中的每一步都应该是确定的,并且能有效的执行,得到确定的结果,而不能含糊其辞,含有歧义,所以B也不正确;算法的操作步骤必须是有限的,必须在有限的步骤之内完成,所以D也错误,故选C.

【答案】 C

点拨: 本题考查对算法概念的正确理解.

跟踪训练

- 找到了某种算法,是指使用一定的规定则能在_____内求解某类问题,其中的每条规则必须是_____.
 - 下列语句表达中是算法的有 ()
 - ①从南京到巴黎可以先乘火车到北京再坐飞机抵达;
 - ②利用公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 计算底为1,高为2的三角形的面积;
 - ③ $\frac{1}{2}x > 2x + 4$;
 - ④求过 $M(1, 2)$ 与 $N(-3, -5)$ 两点的直线方程可以先求 MN 的斜率,再利用点斜式方程求得.
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

► 知识点2 算法的基本特征(★)

对于某一个问题,找到解决它的某种算法是指使用一定的规则能在有限步骤内求解某类问题,其中的每条规则必须是确定的、可行的,不能模棱两可,我们过去学习的许多数学公式都是算法,加、减、乘、除运算法则以及多项式的运算法则也是算法.

算法是解决问题的过程的抽象而精确的描述,一般具备以下几个特征:

(1)有穷性:算法有一个清晰的起始步,终止步是表示问题得到的解或指出问题没有解,所以序列必须在有限个步骤之内完成,不能无停止地执行下去.

(2)确定性:算法中每一步的含义都应该是清楚无误的,不能模棱两可,也就是说不应该存在“歧义性”,例如让学生求 $\sqrt{3}$ 的近似值却没有要求近似的精确度,不同的学生会得到不同的结果,或者说该问题根本不能求解.

(3)顺序性与正确性:算法从初始步骤开始,分为若干个明确的步骤,每一个步骤只能有一个确定的后继步骤,前一步是后一步的前提,只有执行完前一步才能进行下一步,并且每一步都准确无误,才能解决问题.

(4)不唯一性:求解某一问题的算法不一定只有一个,可以

易错剖析:在对算法概念及其基本特征的理解上,有些同学很容易出错,我们这里讲的算法,它不同于一般意义上的解决某一具体问题的方法,它是解决一类问题的求解步骤或程序,其所包含的步骤必须是有限个,也就是说必须是计算机能够执行的.可以结合下面例2理解.

有不同的算法,当然这些算法有简繁之分、优劣之别,对于一个问题应选择操作简单、步骤尽量少的算法。

(5)普遍性:很多具体的问题,都可以设计合理的算法去解决。例如心算、手算或用算盘、用计算器去计算,都要经过有限的、事先设计好的步骤加以解决,同样的一个工作计算、生产流程等都可以视为“算法”。

(6)数据输入与信息输出:任何一个算法应该有零个或多个数据输入、应该有一个或多个信息输出。算法的目的是求解,“解”就是输出。对无解的问题也应该给出“无解”的信息,如果没有信息输出,也就没什么意义了。

例2 下面的结论不正确的是 ()

- A. 一个程序的算法、步骤是不可逆的
- B. 完成一个事情的算法是唯一的
- C. 设计算法要本着简单方便、明确有效的原则
- D. 一个算法,执行的步骤总是有限次的

【答案】 B

点拨:此题考查的是对算法的基本特征的正确理解,掌握了算法的基本特征,此题就很容易选出正确答案。

跟踪训练

3. 算法的有穷性是指 ()
 - A. 算法的最后包含输出
 - B. 算法的每个操作步骤都是可执行的
 - C. 算法的步骤必须是有限的
 - D. 以上说法都不正确
4. 计算下列各式的S值,能设计算法求解的是 ()
 - ① $S=1+2+3+\cdots+100$;
 - ② $S=1+2+3+\cdots+100+\cdots$;
 - ③ $S=1+2+3+\cdots+n(n\geq 1 \text{ 且 } n\in\mathbb{N})$
 - A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③
5. 算法的每一步应该是确定的,并且能有效地执行最后得到正确的结果,而不是模棱两可的;这里指算法的 ()
 - A. 有穷性 B. 确定性 C. 普遍性 D. 不唯一性
6. 算法具有 _____、_____、顺序性与正确性、_____、_____等基本特征。

知识点3 设计算法的要求(★★★)

(1)认真分析问题,找出能够解决一类问题的一般数学方法(如:判断整数7,35是否为质数,求任意方程的近似解……),写出算法,并且能够重复使用。

(2)用简练的语言将各个步骤表示出来,也就是要使算法尽量简单、步骤尽量要少。

(3)借助有关的变量或参数对算法加以表述,要保证算法正确,并且使计算机能够顺利执行,如:让计算机计算 $1\times 2\times 3\times 4\times 5$ 是可以做到的。

例3 写出解方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个算法。

【分析】 本题是求一元二次方程的解的问题,方法很多,下面分别用配方法、判别式法写出这个问题的两个算法。

【解】 算法1:第一步:移项,设 $x^2-2x=3$; ①

第二步:①式两边同时加1,并配方,得 $(x-1)^2=4$; ②

第三步:②式两边开方,得 $x-1=\pm 2$; ③

第四步:解③,得 $x=3$ 或 $x=-1$ 。

算法2:

第一步:计算方程的判别式判断其符号: $\Delta=2^2+4\times 3=16$

>0 ;

第二步:将 $a=1, b=-2, c=-3$ 代入求根公式 $x=$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \text{得 } x_1=3, x_2=-1.$$

点拨:比较以上两种算法,算法2更简单、步骤更少,因此有公式的,利用公式解决问题是较为理想、合算的算法。

跟踪训练

7. 写出一个求解任意二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的最值的算法。

例4 设计求半径为2的圆的面积该问题的算法(精确度为0.001)。

【分析】 根据圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 求解,由于精确度为0.001,所以可取 π 为3.141 6。

【解】 算法步骤如下:

第一步:取半径 $r=2$;

第二步:计算 $S=3.141\ 6\times 2^2$;

第三步:输出结果12.566 4;

第四步:根据精确度,确定答案12.566。

点拨:求平面图形的面积,若有公式可以套用的,在选择算法时,一般选择利用面积公式求解。

跟踪训练

8. 已知球的表面积为 64π ,写出求球的体积的一个算法。

例5 已知直角坐标系中的两点 $A(-1,2), B(3,4)$,写出求直线AB方程的斜率的一个算法。

【分析】 根据两点的斜率公式 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 可求AB的斜率。

【解】 算法步骤如下:

第一步:取 $x_1=-1, y_1=2, x_2=3, y_2=4$;

第二步:计算 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$;

第三步:输出运算结果。

点拨:求过两点的直线斜率,结果可能斜率不存在,因而在求解过程中如果坐标不是具体的数时,要进行讨论。

跟踪训练

9. 写出求过 $A(a_1, b_1), B(a_2, b_2)$ 两点的直线斜率的一个算法。

例6 设计一个算法,对任意三个整数 a, b, c ,求出其中的最小值。

【分析】 从三个数中选出最小的数,我们可以设想有一个基础数(如第一个数 a),先确定 a 为最小值,然后将它和下一个数 b 比较,找出其中最小数,再和 c 作比较,找出最小数。

【解】 算法步骤如下:

第一步:假设 $\min=a$ (即令最小值 $\min$ 是第一个数);

第二步:将 b 与 $\min$ 比较,如果 $b<\min$,则 $\min=b$;否则 $\min$ 的值不变;

第三步:将 c 与 $\min$ 比较,如果 $c<\min$,则 $\min=c$;否则 $\min$ 的值不变;

第四步:输出的 $\min$ 就是 a, b, c 中的最小值。

点拨:此题的算法是寻求一系列数中最大值或最小值的通法,要求有限个数中的最大值或最小值,我们就可以采用这种逐一比较的办法。

例7 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x-1 & (x\geq 1) \\ x+1 & (x< 1) \end{cases}$,设计一个算法求函数的任一函数值。

【分析】 此函数是分段函数,在不同区间上的函数解析式不同,故必须讨论自变量与1的关系,比如求 $x=a$ 时, $f(a)$ 的值可设

计如下算法.

【解】 算法步骤如下:

第一步:输入 a 的值;

第二步:若 $a \geq 1$,则执行第三步;若 $a < 1$,则执行第四步;

第三步:输出 $a^2 + 2a - 1$;

第四步:输出 $a + 1$.

点拨:以上算法是求分段函数的函数值的一个最基本的算法.比如:求 $f(2)$,则 $f(2) = 2^2 + 2 \times 2 - 1 = 7$;求 $f(-2)$,则 $f(-2) = -2 + 1 = -1$.

例8 写出求过两点 $M(-2, -1)$, $N(2, 3)$ 的直线与坐标轴围成的三角形的面积的一个算法.

【分析】 已知直线两点坐标,则可先由两点式求出直线方程,再求出直线与坐标轴的交点,然后求出三角形两直角边的长,根据面积公式求出三角形的面积.

【解】 算法步骤如下:

第一步:取 $x_1 = -2, y_1 = -1, x_2 = 2, y_2 = 3$;

第二步:列直线两点式方程 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$;

第三步:在第二步的结果中令 $x = 0$ 得到 y 的值 m ,从而得直线与 y 轴的交点为 $(0, m)$;

第四步:在第二步中的结果中令 $y = 0$ 得到 x 的值为 n ,则直线与 x 轴的交点坐标为 $(n, 0)$;

第五步:计算 $S = \frac{1}{2} |m| \cdot |n|$;

第六步:输出运算结果.

点拨:由于两点式直线方程有公式可以套用,所以这一步骤选择了公式算法.当然第三、四步是解一元一次方程,在实施过程中也可以用一元二次方程的公式设计算法.

跟踪训练

10. 写出在实数范围内解方程 $px + q = 0$ (p, q 为常数)的一个算法.

状元思维 提高素质 培养兴趣

探究 算法是对一类问题的求解方法,这些问题包含了数值计算问题与非数值计算问题,对于数值计算问题,例如:解方程、解方程组、解不等式、解不等式组、累加求和、累乘求积等,可通过相应的数学模型借助一般数学计算方法,分解成清晰的步骤,使之条理化即可.对于一些非数值计算问题,例如:排序、查找最大(小)值、变量交换、文字处理等,需要先建立过程模型,通过过程模型进行算法设计与描述.

非数值计算问题:

例9 (应用题) 上海到东京的海底电缆有一处发生故障,请你设计一个检修方案.

【分析】 要检测出故障发生的地点,可以用类似于求方程零点的“二分法”.

【解】 设上海到东京的电缆长为 l (千米),算法步骤如下:

第一步:在 $\frac{l}{2}$ 处用仪器检测电缆是否与上海通畅,是否与东京通畅,若两侧均通畅,则该处即为故障点;

第二步:若与上海不畅通,则检测离上海的 $\frac{l}{4}$ 处,否则检测离东京的 $\frac{l}{4}$ 处;

第三步:重复类似于以上步骤的做法,直到找到故障点.

点拨:由此应用题可见,“二分法”的算法思想不只在求方程的近似解或求函数零点的近似值上,在其他方面也有比较广泛的应用.

跟踪训练

11. 一位商人有8枚银元,其中有一枚略轻的是假银元,你能用天平(不用砝码)将这枚假银元快速地找出来吗?

例10 有蓝和黑两个墨水瓶,但现在却错把蓝墨水装在了黑墨水瓶中,黑墨水错装在了蓝墨水瓶中,要求将其互换回来,请设计一个算法解决这个问题.

【分析】 由于两个墨水瓶中的墨水不能直接交换,故可以考虑通过引入第三个空墨水瓶的办法实现交换.

【解】 算法步骤如下:

第一步:取一只空的墨水瓶,设其为白色;

第二步:将黑墨水瓶中的蓝墨水装入白瓶中;

第三步:将蓝墨水瓶中的黑墨水装入黑墨水瓶中;

第四步:将白瓶中的蓝墨水装入蓝墨水瓶中;

第五步:交换结束.

点拨:在以上算法中,白瓶在蓝、黑两个墨水瓶之间起到了一个过渡作用.

跟踪训练

12. 一个人带三只狼和三只羊过河. 只有一条船,同船可以容一个人和两只动物,没有人在的时候,如果狼的数量不少于羊的数量就会吃掉羊,请你设计安全渡河的算法.

数值性计算问题:

例11 已知直线 $l_1: 3x - y + 12 = 0$ 和 $l_2: 3x + 2y - 6 = 0$, 求 l_1 和 l_2 及 y 轴所围成的三角形的面积, 写出解决本题的一个算法.

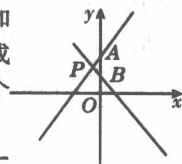


图 1.1.1-1

【分析】 如图 1.1.1-1 所示, 三角形一个顶点为 l_1, l_2 的交点 P , 必须求出 l_1, l_2 与 y 轴交点 A, B 得到另外两个顶点坐标, 求出底和高, 根据面积公式求出面积, 由此得到解决本题的算法.

【解】 第一步: 解方程组 $\begin{cases} 3x - y + 12 = 0 \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$; 解得 l_1, l_2

的交点

$P(-2, 6)$;

第二步: 在方程 $3x - y + 12 = 0$ 中令 $x = 0$ 得 $y = 12$, 从而得 $A(0, 12)$;

第三步: 在方程 $3x + 2y - 6 = 0$ 中令 $x = 0$ 得 $y = 3$, 得到 $B(0, 3)$;

第四步: 求出 $\triangle ABP$ 的底边长 $|AB| = 12 - 3 = 9$;

第五步: 求出 $\triangle ABP$ 的底边 AB 上的高 $h = 2$;

第六步: 根据三角形的面积公式计算 $S = \frac{1}{2} |AB| \cdot h = \frac{1}{2} \times 9 \times 2 = 9$;

第七步: 输出结果.

点拨: 运用解析几何的有关知识及公式写出算法.

状元实践 借鉴高考 未雨绸缪

由于算法具有不唯一性, 高考题目虽然不会出现直接写出算法及它的算法是什么的题目, 但高考中的每个题目是需要用算法解决的, 因而考查对各种类型的题目的算法的掌握程度就成了高考中的重点.

例12 (2011·济南模拟) 下列关于算法的说法正确的有 ()

- ①求解某一类问题的算法是唯一的;
- ②算法必须在有限步操作之后停止;
- ③算法的每一步操作必须是明确的,不能有歧义;
- ④算法执行后一定产生明确的结果.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【分析】 根据算法的定义有②③④三种说法正确.

【答案】 C

点拨: 本题着重考查了算法的概念.

例13 (2011·山东模拟) 设计计算 $f(x) = \begin{cases} x+2(x \geq 0), \\ x^2+2(x < 0) \end{cases}$ 函数的算法.

【分析】 算法分析: 对于给定的自变量 x , 如果 $x \geq 0$, 则 $f(x) = x+2$, 否则 $f(x) = x^2+2$, 也就是说第一步给出 x , 第二步判断 $x \geq 0$ 是否成立, 若成立, 则 $f(x) = x+2$; 否则进行第三步 $f(x) = x^2+2$.

【解】 算法:

第一步: 给出 x ;

第二步: 若 $x \geq 0$, 则 $f(x) = x+2$, 否则进行第三步;

第三步: $f(x) = x^2+2$.

点拨: 算法分析需要数学的其他方面的知识作基础, 在做算法分析时一定要把所要解决的问题各个步骤之间的顺序弄清楚, 这样才能清晰地知道按照几个步骤解决问题, 写出算法.

例14 (2011·山东模拟) 由动点 P 向圆 $x^2+y^2=1$ 引两条切线 PA, PB , 切点分别为 A, B , $\angle APB=60^\circ$, 则动点 P 的轨迹方程是 _____. 设计解决此问题的一个算法.

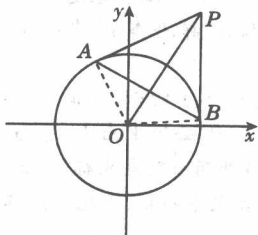


图 1.1.1-2

【分析】 连接 OA, OB (如图 1.1.1-2).

由切线长定理知 OP 平分 $\angle APB$, $OA \perp AP$,

$\therefore \angle APO = 30^\circ$.

在 $Rt\triangle APO$ 中, $OP = 2OA = 2 \times 1 = 2$.

$\therefore P$ 是以 O 为圆心, 以 2 为半径的圆上的点, 从而动点 P 的轨迹方程为 $x^2+y^2=4$.

【解】 $x^2+y^2=4$.

算法: 第一步: 说明 $OA \perp AP$;

第二步: 说明 $\angle APO = 30^\circ$;

第三步: 应用直角三角形性质, 得 $OP = 2OA = 2$;

第四步: 说明点 P 的轨迹是以原点为圆心, 以 2 为半径的圆;

第五步: 写出点 P 的轨迹方程 $x^2+y^2=4$.

点拨: 本题结合解析几何中求轨迹方程的方法写出算法步骤.

跟踪训练

13. 写出求任意给出的四个数 a, b, c, d 的平均数的一种算法.

14. 写出证明 $f(x) = x^3$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调性的一种算法.

状元心得 规律总结 误区点拨

规律方法总结	易误区总结
掌握的打“√”	犯过的打“!”
1. 算法的描述可以有不同的方式: 可以用自然语言或数学语言加以叙述, 也可以用高级语言编写程序实现, 或可以用程序框图直观法清晰地表达. ()	1. 算法不能理解为一般意义上的具体问题的解法. ()
2. 算法的基本特征: 有限性、确定性、顺序性与正确性、不唯一性、普遍性等. ()	2. 算法不只应用于数值性的计算问题, 也常应用于非数值计算问题. ()
3. 算法必须能够解决一类问题, 应尽量简单、步骤尽量少, 并且应保证计算机能够执行. ()	3. 求解某一问题的算法是不唯一的, 在实际问题中应尽量选择操作简单、步骤尽量少的算法. ()

状元素养 补充知识 拓展视野

中国古代数学的发展史

数学体系的形成时期——自秦代至西汉、东汉时期, 即前 221~220 年.

中国古代数学体系形成的标志是《九章算术》的出现.

经过漫长的历史时期, 随着经济和技术的发展, 数学知识的日积月累、不断丰富, 对零散材料逐步加以总结并使之系统化、理论化, 开始陆续出现数学方面的专著. 有记载可考的最早的数学专著是《杜忠算术》和《许商算术》, 但均已失传.

1984 年 1 月湖北江陵张家山出土的大批竹简中, 有一大部分出于战国时期的《算算术》的抄本, 这是我国目前见到的最早的数学专著.

公元前 1 世纪(西汉末年)出现了一部解释盖天说的文字学著作《周髀算经》, 其中有不少的数学内容, 其中有较为复杂的分数运算, 以及开平方的问题、等差级数问题, 特别是建立了勾股定理, 其中既有“勾三、股四、弦五”的勾股定理的特例, 又给出了普遍形式, 即“以日下为勾, 日高为股, 勾、股各自乘, 并而开方除之, 得邪至日”, 书中还给出了勾股定理的实际应用方法.

公元前 1 世纪(东汉初年)我国古代数学名著《九章算术》诞生, 这是一部经过几代人劳动、多次整理、删补和修订而成的古代数学经典著作, 全书采用问题集的形成编写, 共收集 246 个问题, 分为九章, 如方田、粟米、衰分、少广、均输、盈不足、方程、勾股, 这些问题几乎包含了当时社会生活的各个方面.

从数学成就上看, 《九章算术》中记载了当时世界上最先进的分数四则和比例算法, 各种面积和体积的计算以及关于勾股测量的计算也比较先进, 其中最重要的成就在代数方面, 在“方程”这章中所引入的负数的概念以及正负数加减法则, 在世界数学史上都是最早的记载.

《九章算术》的出现标志着中国古代数学体系的形成, 它对以后中国代数学发展的影响, 正如欧几里得的《几何原本》对西方数学的影响一样, 是非常深刻的, 其注重理论联系实际和以算法为中心的风范, 后来逐渐形成中国古算的传统, 在 1 000 多年间, 《九章算术》一直被当作教科书, 该书对东西方数学的发展有重大影响.

1. 有限步骤 确定的 可行的

2. C 解析: ①②④都是解决某一类问题的方法步骤, 是算法, 故选 C.

点拨: 考查算法概念的理解.

3. C 解析: 算法的一个基本特征是有穷性, 指的是一个算法所包含的步骤序列必须是有限的, 应该在有限的操作之后停止, 不能无限制的进行下去, 故选 C.

4. B 解析: 考查了算法的有穷性特征, 故选 B.

5. B 解析: 考查了对算法的基本特征之一——确定性的理解, 易知选 B.

6. 有穷性(有限性) 确定性 不唯一性 普遍性

7. 分析: 由二次函数的知识得, 当 $a > 0$ 时, 函数有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$; 当 $a < 0$ 时, 函数有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$.

解: 算法步骤如下:

第一步: 计算 $m = \frac{4ac-b^2}{4a}$;

第二步: 若 $a > 0$, 输出最小值 m ;

第三步: 若 $a < 0$, 输出最大值 m .

点拨: 本题考查了初中常用的二次函数求最值的算法.

8. 分析: 由球的表面积公式可求得半径 R , 再由球的体积公式可求得球的体积, 也可由表面积与半径关系及体积与半径关系直接得到体积与表面积的关系, 从而直接求解.

解: 算法 1:

第一步: 取 $S = 64\pi$;

第二步: 计算 $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ (由公式 $S = 4\pi R^2$);

第三步: 计算 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

第四步: 输出运算结果.

算法 2:

第一步: $S = 64\pi$;

第二步: 计算 $V = \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{S}{4\pi}}\right)^3$;

第三步: 输出运算结果.

点拨: 比较算法 1 与算法 2, 算法 1 是用分步算式, 清楚明白; 算法 2 是用综合算式, 步骤简练, 两种方法各有千秋, 但在实际操作中, 第二种算法更可取, 因为它的步骤更为简单, 更有利于计算机执行操作.

9. 分析: 利用两点的斜率公式求解, 注意应首先讨论斜率不存在的情况.

解: 算法:

第一步: 取 $x_1 = a_1, x_2 = a_2, y_1 = b_1, y_2 = b_2$;

第二步: 若 $x_1 = x_2$, 输出斜率不存在;

第三步: 若 $x_1 \neq x_2$, 计算 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, 输出运算结果.

点拨: 已知两点求斜率, 首先应讨论斜率不存在的情况, 这一点易出错.

10. 分析: 此题中一元一次方程的系数是常数, 应首先讨论 x 的系数是否为零, 若 p 不为 0, 则可得解为 $x = -\frac{q}{p}$, 若 p 等于 0, 则须看 q 是

否为 0, 若 $q = 0$, 则方程的解为全体实数, 若 $q \neq 0$, 则方程无实数解, 由此可得算法.

解: 算法如下:

第一步: 输入 p, q 的值.

第二步: 若 $p \neq 0$, 则使 $x = -\frac{q}{p}$, 并执行第三步; 否则执行第四步.

第三步: 输出 x .

第四步: 若 $q \neq 0$, 则输出“方程无实数解”, 否则, 输出“方程的解是全体实数.”

11. 分析: 由于银元个数正好是偶数个, 利用类似于“二分法”的思想, 首先, 将这 8 枚银元分为个数相等的两组, 则肯定有一组较轻, 那么假银元应该在较轻的一组中, 然后再将较轻的一组分为个数相等的两组, 再取较轻的一组, 如此重复进行下去, 就可得到略轻的那枚假银元.

解: 算法如下:

第一步: 将 8 枚银元分为两组, 每组 4 个, 分别放在天平的两边, 那么假银元应在较轻的一组中. 第二步: 将上一步得到的略轻的一组再等分两组, 每组 2 个分别放在天平的两边, 则假银元包含在略轻的一组中.

第三步: 将第二步中的得到的略轻的一组中两个银元分别放在天平的两边, 则此时较轻的那一个银元即为假银元.

点拨: 本题采用了类似于“二分法”解方程的思想.

12. 分析: 在人运送动物过河的过程中, 人离开岸边时必须保证每个岸边的羊数目要大于狼的数目.

解: 算法如下:

第一步: 人带两只狼过河;

第二步: 人自己返回;

第三步: 人带一只狼过河;

第四步: 人自己返回;

第五步: 人带两只羊过河;

第六步: 人带两只狼返回;

第七步: 人带一只羊过河;

第八步: 人自己返回;

第九步: 人带两只狼过河.

点拨: 本题的算法步骤不唯一.

13. 分析: 直接利用公式写出求平均数的算法.

解: 算法如下:

第一步: 输入这四个数 a, b, c, d ;

第二步: 计算 $S = a + b + c + d$;

第三步: 计算 $V = \frac{S}{4}$;

第四步: 输出 V 的值.

14. 分析: 可以按照函数单调性的证明程序进行.

解: 算法如下:

第一步: 取两个正数 x_1, x_2 且 $x_1 < x_2$;

第二步: 计算 $f(x_1), f(x_2)$;

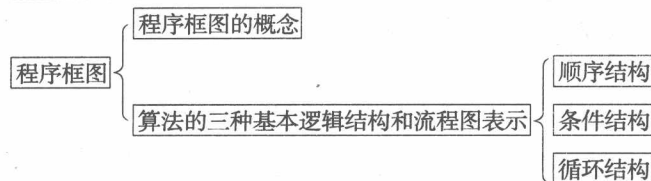
第三步: 计算 $d = f(x_1) - f(x_2)$;

第四步: 如果 $d > 0$, 则 $f(x)$ 单调递减; 若 $d < 0$, 则 $f(x)$ 单调递增.

点拨: 数学中的一些证明过程很多都可以直接改写成算法.

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构(第1课时)

状元学法 提纲挈领 一目了然



状元笔记 善于归纳 活学活用

知识点1 程序框图的概念及理解(★)

1. 程序框图的概念

程序框图是由一些图框和带箭头的流线组成的,其中图框表示各种操作的类型,图框中的文字和符号表示操作的内容,带箭头的流线表示操作的先后次序。

程序框图表示算法,直观、形象,容易理解。通常说“一图胜万言”,就是说用程序框图能更清楚地展现算法的逻辑结构。

2. 构成程序框图的图形符号及其作用

图形符号	名称	符号表示的意义
	终端框(起止框)	表示一个算法开始和结束
	输入、输出框	表示一个算法输入、输出的信息
	处理框(执行框)	赋值、计算
	判断框	判断某一条件是否成立,成立时在出口处注明“是”或“Y”;不成立时,注明“否”或“N”。
	流程线	用来连接程序框
	连接点	连接程序框图的两部分

对图形符号的几点说明:

- ①终端框是任何流程图不可缺少的,表明算法的开始和结束。
- ②输入、输出框,可用在算法中任何需要输入、输出的位置,需要输入的字母、符号、数据都填在框内。
- ③算法中间处理数据需要的算式、公式等(它们可以使用输入框输入的数据进行计算),可分别写在不同的处理框用以处理数据;同时还可以对变量进行赋值。
- ④当算法要求你对两个不同结果进行判断时,需要将实现判断的条件写在判断框内。
- ⑤一个算法步骤到另一个算法步骤用流程线连接。
- ⑥如果一个程序框图需要分开来画,要在判断处画上连接点,并标出连接的号码。(如图1.1.2-1-1)。

3. 画程序框图应遵循的规则

为了使大家彼此之间能够读懂各自画出的框图,必须遵守一些共同的规则,下面对一些常用的规则做简单的介绍:

- ①使用标准的框图符号;

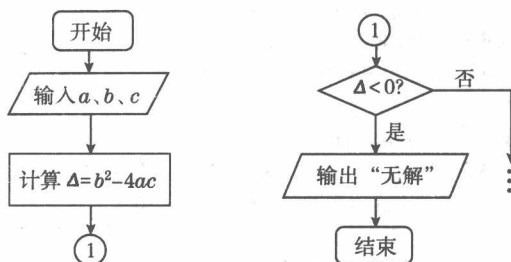


图 1.1.2-1-1

②框图一般按从上到下、从左到右的方向画,一般以中间一条从上到下的线为主,有些步骤在处理完后需要返回到前面某一步,这样的流程线需要画在主线的两侧;

③除判断框外,大多数流程图符号只有一个进入点和一个退出点,判断框是具有超出一个退出点的唯一符号。

④一种判断是“是”与“否”两分支的判断,而且有且仅有两个结果,另一种是多分支判断,有几种不同结果;

⑤在图形符号内描述的语言要非常简练、清楚。

例1 一个完整的程序框图至少包含 ()

- A. 终端框和输入、输出框
- B. 终端框和处理框
- C. 终端框和判断框
- D. 终端框、处理框和输入、输出框

【分析】 用排除法,任何程序框图都必须包含终端框,又知道算法的一个基本特征是有零个或多个数据输入,有一或多个信息输出,因此,任何流程图也必须包含输入、输出框,故可排除B、C,而有的程序框图并不需要处理框,如计算一个学生数学、语文、英语三门学科的平均成绩,只需终端框和输入、输出框就可以了,因为输出框也有计算功能,又可排除D,故选A。

【答案】 A

点拨: 解决问题的关键是明确每个图形符号的名称和功能。

易错剖析: 判断框内有一个入口点两个出口点,代表了两种结果,而有些问题如果包含了3个或3个以上结果时,有些同学容易出错,比如说求 x 的绝对值,这里分三种情况,如果只用一个判断框就会出错,这里可用两个判断框,首先用第一个判断框判断 x 是负数还是非负数两种情况,然后再在非负数的出口处再加上一个判断框,用来判断 x 是等于零还是大于零两种情况,然而有些同学会将判断框直接画成一个入口,三个出口;这样就出错了。例如,输入一个数 x ,输出它的绝对值,若用如图1.1.2-1-2所示的流程图就是错误的。

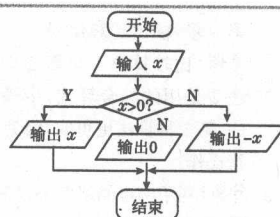


图 1.1.2-1-2

跟踪训练

1. 在程序框图中,算法中要输入或输出信息,可以写在 ()
 - A. 处理框内
 - B. 判断框内
 - C. 输入、输出框内
 - D. 循环框内

2. 符号 的名称是 ()

- A. 处理框
- B. 判断框

C. 循环框

D. 输出框

3. 用点斜式求过 $A(-1,0), B(3,2)$ 两点的直线方程, 写出此题算法, 并画出程序框图.

例2 图 1.1.2-1-3 中的流程图表示的功能是 ()

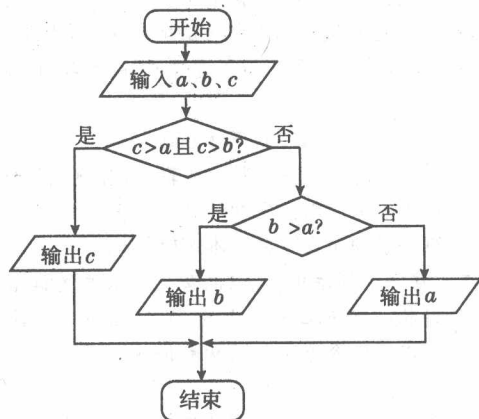


图 1.1.2-1-3

- A. 输出 c, b, a
B. 输出 a, b, c 中的最大值
C. 输出 a, b, c 中的最小值
D. 比较 a, b, c 的大小

【分析】 以上流程图包含了两个判断框, 若第一个判断框内条件成立时, 说明 c 既大于 a 又大于 b , 因此输出的 c 是 a, b, c 当中的最大值, 若条件不成立时, 即 c 不是最大值, 再进行第二个判断框的判断, 若 $b > a$ 成立, 则此时肯定有 $b > c$ 成立 (否则 c 还是最大值), 所以此时输出的 b 也是最大值, 若 $b > a$ 不成立, 则输出的 a 就是最大值, 因此本题的三个结果都是用来输出 a, b, c 中的最大值, 故选 B.

【答案】 B

点拨: 本题的框图是要输出 a, b, c 三者的最大数, 有三种结果, 因此必须利用两个判断框进行条件判断.

跟踪训练

4. 下列程序框中, 有两个出口的是 ()
A. 起止框 B. 输出框
C. 处理框 D. 判断框

知识点2 顺序结构 (算法的三种基本逻辑结构之一) (★★)

1. 任何算法的程序框图都可以用三种基本结构的组合来实现. 这三种基本结构分别是:

顺序结构、条件结构 (选择结构) 和循环结构.

2. 顺序结构及其框图表示

顺序结构是最简单的算法结构, 它是由若干个依次执行的步骤组成的, 语句与语句之间, 框与框之间是从上到下的顺序进行的, 它是由若干个依次执行的处理步骤组成的, 它也是任何一个算法都离不开

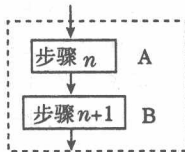


图 1.1.2-1-4

的一种算法结构, 可以用图 1.1.2-1-4 表示顺序结构的示意图, 其中 A 和 B 两框是依次执行的, 只有在执行完 A 框所指定的操作后, 才能接着执行 B 框所指定的操作.

顺序结构在流程图中的体现就是用流程线将程序框自上而下连接起来, 按顺序执行算法步骤.

注意: 顺序结构只能解决一些简单问题.

例3 已知点 $P(x_0, y_0)$ 和直线 $l: Ax + By + C = 0$, 求点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 l 的距离 d , 写出该问题的一个算法, 并画出程序框图.

【分析】 利用点到直线的距离公式可写出算法.

【解】 算法如下:

第一步: 输入点的坐标 x_0, y_0 及直线方程的系数 A, B, C ;

第二步: 计算 $z_1 = Ax_0 + By_0 + C$;

第三步: 计算 $z_2 = A^2 + B^2$;

第四步: 计算 $d = \frac{|z_1|}{\sqrt{z_2}}$;

第五步: 输出 d .

其程序框图如图 1.1.2-1-5.

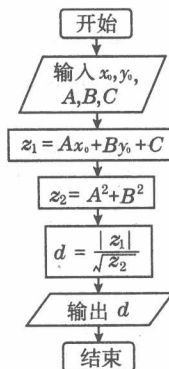


图 1.1.2-1-5

点拨: 本题也是利用公式求解问题, 先写出公式, 看公式中的条件是否满足, 若不满足, 先求出需要的量, 看要求的量需根据哪些条件求解, 需要的条件必须先输入, 或将已知条件全部输入, 求出未知的量, 然后将公式中涉及的量全部代入求值即可, 利用算法和程序框图, 能够规范我们的思维, 可以锻炼我们书面表达的能力, 先求什么, 后求什么, 无论是算法表达, 还是程序框图表达, 都一目了然, 非常清晰, 所以把这种方法用于我们平时的做题会使解题的思路简练、易懂、有逻辑性, 在以后的学习过程中, 同学们可以去尝试, 去体会.

跟踪训练

5. 画出已知梯形两底 a, b 和高 h 求梯形面积的流程图.
6. 三角形的面积公式为 $S = \frac{1}{2}ab$, 用算法描述求 $a = 7.65, b = 13.29$ 时的三角形面积, 并画出程序框图.
7. 画出求坐标平面内两点 $A(a, b), B(c, d)$ 之间的距离的程序框图.

例4 求两底半径分别为 1 和 4, 且高为 4 的圆台的表面积及体积, 写出该问题的一个算法, 并画出流程图.

【分析】 如图 1.1.2-1-6, 设两底半径为 r_1, r_2 , 高为 h , 母线长为 l , 上底面积为 S_1 , 下底面积为 S_2 , 侧面积为 S_3 , 表面积为 S , 体积为 V , 则 $S_1 = \pi r_1^2, S_2 = \pi r_2^2, S_3 = \pi(r_1 + r_2)l, V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) \cdot h, S = S_1 + S_2 + S_3$, 因此必须先求出 l , 再求 S_3 , 才能最终将 S 求出.

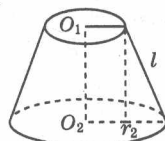


图 1.1.2-1-6

【解】 算法如下:

第一步: $r_1=1, r_2=4, h=4$;

第二步: $l=\sqrt{(r_2-r_1)^2+h^2}$;

第三步: $S_1=\pi r_1^2, S_2=\pi r_2^2, S_3=\pi(r_1+r_2)l$;

第四步: $S=S_1+S_2+S_3$,

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1 S_2}+S_2)h$;

第五步: 输出 S 和 V .

该算法的流程图如图 1.1.2-1-7 所示.

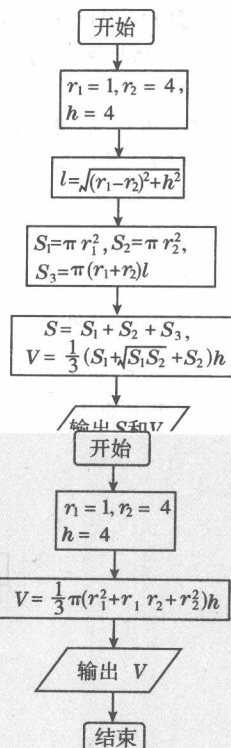


图 1.1.2-1-8

点拨: 在设计本题算法时, 求体积选

了公式 $V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1 S_2}+S_2)h$, 也可

以选公式 $V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_1 r_2+r_2^2)h$; 如果

仅求体积, 可以计如下算法:

第一步: $r_1=1, r_2=4, h=4$;

第二步: $V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_1 r_2+r_2^2)h$;

第三步: 输出 V .

此算法比上面的算法简单, 其程序框

图也非常简单, 如图 1.1.2-1-8 所示, 由此提示我们, 在求解问题有多个公式时, 可以对公式进行选择, 尽量选择那些步骤较少的公式, 只有公式选准了, 算法才会简单, 程序框图才会变短.

例 5 写出求过两点 $P_1(2,0), P_2(0,3)$ 的直线方程的一个算法, 并画出流程图.

【分析】 直线方程的形式有 5 种: 点斜式、斜截式、两点式、截距式及一般式, 要根据条件选择合适的形式, 已知两点为直线与坐标轴的交点即告诉了直线在 x 轴、 y 轴上的截距 $a=2, b=3$, 故应选择截距式 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

1, 代入即可.

【解】 算法步骤如下:

第一步: $a=2, b=3$;

第二步: 计算 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

第三步: 输出结果.

流程图如图 1.1.2-1-9 所示:

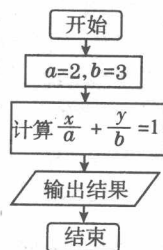


图 1.1.2-1-9

点拨: 解决直线中的有关问题, 大多采用公式法, 先赋值, 再运算, 再输出结果. 如求过两点 $P_1(3,5), P_2(-1,2)$ 的直线斜率的算法可设计如下:

第一步: $x_1=3, y_1=5, x_2=-1, y_2=2$;

第二步: $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$;

第三步: 输出 k .

流程图如图 1.1.2-1-10.

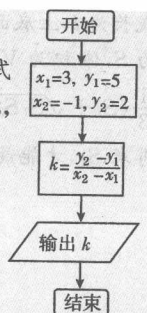


图 1.1.2-1-10

探究 顺序结构的特征

顺序结构是任何一个算法都离不开的一种算法结构, 在顺序结构中, 框与框之间按照从上到下的顺序进行, 不能“回头”.

例 6 算法中通常要三种不同的基本逻辑结构, 下面说法正确的是 ()

- A. 一个算法只能包含一种基本逻辑结构
- B. 一个算法可以包含三种基本逻辑结构的任意组合
- C. 一个算法最多可以包含两种基本逻辑结构
- D. 一个算法必须包含三种基本逻辑结构

【分析】 在一个算法中, 可以包含三种基本逻辑结构的任意组合, 顺序结构一般是必不可少的, 另外可以有条件结构或循环结构, 也可以同时含有条件结构和循环结构.

【答案】 B

点拨: 本题考查对算法的三种基本逻辑结构的理解.

跟踪训练

8. 写出下列算法的功能:

(1) 图 1.1.2-1-11 中算法的功能是 $(a>0, b>0)$ _____.

(2) 图 1.1.2-1-12 中算法的功能是 _____.

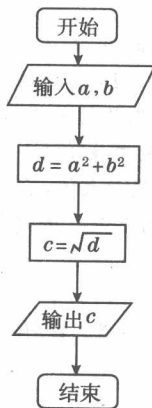


图 1.1.2-1-11

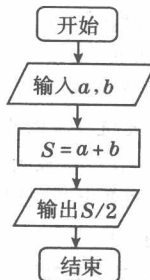


图 1.1.2-1-12

例 7 写出求 $1+2+3+\dots+10$ 的值的两个算法, 并画出程序框图.

【分析】 可以按逐一相加的程序进行, 也可以运用公式 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 直接运算, 由此得到以下两种算法及相应的程序框图.

【解】 算法 1:

第一步: 计算 $1+2$ 得到结果 3;

第二步: 将上一步中的运算结果 3 与 3 相加得到结果 6;

第三步: 将上一步中的运算结果 6 与 4 相加得到结果 10;

第四步: 将上一步中的运算结果 10 与 5 相加得到结果 15;

第五步: 将上一步中的运算结果 15 与 6 相加得到结果 21;

第六步: 将上一步中的运算结果 21 与 7 相加得到结果 28;

第七步: 将上一步中的运算结果 28 与 8 相加得到结果 36;

第八步: 将上一步中的运算结果 36 与 9 相加得到结果 45;

第九步: 将上一步中的运算结果 45 与 10 相加得到结果 55;

第十步: 输出运算结果.

相应的程序框图如图 1.1.2-1-13 所示.

算法 2:

第一步: 取 $n=10$;