



◎根据教育部最新《考试说明》学科标准编写

◎全国重点中学特高级教师审定

2005

高考复习

专项突破

主编 杨 靖

北大
新考案

函数与不等式



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

2005 高考复习 专项突破

主编 杨靖

北大 新 考 案



NLIC2970136029

函数与不等式



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

2005 高考复习专项突破. 函数与不等式/杨靖主编. —北京: 北京大学出版社, 2004. 5
(北大新考案)
ISBN 7-301-07263-5

I. 2… II. 杨… III. 代数课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 030978 号

书 名: 2005 高考复习专项突破·函数与不等式

著作责任者: 杨 靖 主编

责任编辑: 徐杨杨

标准书号: ISBN 7-301-07263-5/G·1139

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://www.pkubook.com.cn>

<http://cbs.pku.edu.cn>

邮购电话: (010) 65661010 800-810-2198

发 行 部: (010) 65662147 62750672

编 辑 部: (010) 65661010-8969

电子信箱: editor@pkubook.com.cn

印 刷 厂: 北京市朝阳区印刷厂

经 销 者: 全国新华书店

开本尺寸: 787mm×1092mm 16 开本

印 张: 12 印张

字 数: 220 千字

2004 年 5 月第 1 版

2004 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 16.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 翻版必究

盗版举报电话: (010) 65679334 62752017

前言

素质教育改革下的高考已成了能力考试,广大考生都在寻找一条备考的捷径,但困难重重。其实,能力是经过不断培养才形成的。多做一些实用性的题目,多遇到一些新的情况,摸索出好的学习方法与技巧就是高考成功的捷径。

我们这套丛书是全国重点名校的特、高级教师根据多年的教学经验并深入研究近几年高考试题精心编写而成的,符合考生的实际学习情况。丛书严格按照中学教学大纲和最新《考试说明》编写。编者本着深入细致地研究、传递高考命题最新信息的宗旨,进行精心策划和选题,旨在帮助同学们形成新的应试观念。

丛书具有如下特点:

知识整合 注重基础知识,对各考点中应掌握的知识点通过网络、图表等形式进行系统的总结,并对此考点在高考中出现的方式、频率等进行分析归纳,指出今后高考的重点和热点所在。

考题精析 精选了历年来有代表性的高考试题和典型题目,并加以详细的分析、说明。

能力训练 所选题目新颖、实用,具有典型性和开放性;既注重基础知识训练,又注重能力的培养,有很高的训练价值。

参考答案 对所有习题进行解答分析,点拨解题思路,提高解题能力。

在编写本丛书过程中,我们虽处处推敲、层层把关,但难免有疏漏和不妥之处,诚盼老师和同学们提出宝贵的意见和建议。

编者

目 录

专题一 集合与简易逻辑

知识整合	(1)
考题精析	(2)
能力训练	(5)
参考答案	(10)

专题二 函数、解析式、反函数、 图像及图像的变换

知识整合	(16)
考题精析	(18)
能力训练	(22)
参考答案	(30)

专题三 定义域、值域及其最值

知识整合	(40)
考题精析	(41)
能力训练	(45)
参考答案	(50)

专题四 函数的性质

知识整合	(61)
考题精析	(62)
能力训练	(67)
参考答案	(73)

专题五 二次函数、两函数

指数函数和对数函数

知识整合	(82)
考题精析	(84)
能力训练	(86)
参考答案	(91)

专题六 函数的应用

知识整合	(102)
考题精析	(103)

能力训练	(108)
参考答案	(116)
专题七 不等式的性质及证明	
知识整合	(126)
考题精析	(127)
(1) 能力训练	(129)
(2) 参考答案	(134)
专题八 不等式的解法	
(01) 知识整合	(143)
考题精析	(145)
能力训练	(147)
(01) 参考答案	(151)
专题九 不等式的应用	
(02) 知识整合	(167)
(03) 考题精析	(168)
能力训练	(170)
(04) 参考答案	(175)
(14)	
(12)	
(20)	
(01)	
(02)	
(03)	
(04)	
(05)	
(06)	
(07)	
(08)	
(09)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
(14)	
(15)	
(16)	
(17)	
(18)	
(19)	
(20)	
(21)	
(22)	
(23)	
(24)	
(25)	
(26)	
(27)	
(28)	
(29)	
(30)	
(31)	
(32)	
(33)	
(34)	
(35)	
(36)	
(37)	
(38)	
(39)	
(40)	
(41)	
(42)	
(43)	
(44)	
(45)	
(46)	
(47)	
(48)	
(49)	
(50)	
(51)	
(52)	
(53)	
(54)	
(55)	
(56)	
(57)	
(58)	
(59)	
(60)	
(61)	
(62)	
(63)	
(64)	
(65)	
(66)	
(67)	
(68)	
(69)	
(70)	
(71)	
(72)	
(73)	
(74)	
(75)	
(76)	
(77)	
(78)	
(79)	
(80)	
(81)	
(82)	
(83)	
(84)	
(85)	
(86)	
(87)	
(88)	
(89)	
(90)	
(91)	
(92)	
(93)	
(94)	
(95)	
(96)	
(97)	
(98)	
(99)	
(100)	

专题一 集合与简易逻辑

知识整合



基础知识

1. 有关集合的概念

- (1) 集合的概念的三个特征
- 元素的确定性
 - 元素的互异性
 - 元素的无序性

(2) 子集和真子集

- ①子集 ②真子集 ③两集合相等

(3) 空集：不含有任何元素的集合，空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集。

(4) 交集与并集

- ①交集 ②并集

(5) 全集与补集

(6) 含有 n 个元素的集合 A 的所有子集个数 2^n

(7) 元素与集合间是“从属”关系，集合与集合间是“包含”关系。

2. 有关映射概念

设 A 、 B 是两个集合，如果按照某种对应法则 f ，对于集合 A 中的任何一个元素 a ，在集合 B 中都有惟一的元素 b 和它对应，这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射，记作 $f: A \rightarrow B$ 。其中 A 中的元素 a 叫做原象， B 中与 a 对应的元素 b 叫做 a 的象，因此有 $a \in A$ ， $b \in B$ ， $f(a) = b$ 。



知识联系

集合知识是近代数学重要的基础知识，集合语言是重要的数学语言，集合渗透于中学数学各个方面，函数、方程、不等式、排列组合、曲线及动点轨迹，是高考考查的重点内容之一。有两种考查方式：一是考查集合本身知识，以考查集合的基本概念，运算以简单的计数为主；二是作为基本语言和工具出现在试题中，考查集合语言与集合思想在各类问题中的应用，如函数定义域、方程与不等式的解集。

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科。



考点分析

1. 高考考点

(1) 集合是高考每年必考的知识点之一，主要考查集合的概念、交集、并集、补集运算及有关术语、符号、数轴与韦恩图。

(2) 映射是深入认识函数概念的基础，是沟通两个集合中元素之间的桥梁。映射抽象性强，多在基础题、容易题中考查。

2. 能力要求

(1) 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念, 了解空集和全集的意义, 了解属于、包含、相等关系的意义, 能够掌握有关术语和符号, 能正确地表示一些简单的集合;

(2) 理解并掌握集合交集、并集、补集的运算法则, 能够运用集合语言与集合思想解决有关问题;

(3) 了解映射的概念, 会判断给定的对应是否为映射, 会求在给定的映射中所指定的象与原象.

3. 题目类型

题型多为选择题、填空题中的容易题, 且多在第1题位置, 但以集合语言为工具的中等难度的选择题、填空题可能出现, 也可能出现中等难度的解答题.

4. 分值

每年高考必有一道题.

K 考题精析



选择题

例1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 1 > 0\}$, $B = \{x | \log_2 x > 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 (A)

- A. $\{x | x > 1\}$
 B. $\{x | x > 0\}$
 C. $\{x | x < -1\}$
 D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$

精析——(本题是2003年北京高考题)

$\because x^2 > 1 \quad \therefore x > 1 \text{ 或 } x < -1$,

又 $\because \log_2 x > 0, \therefore \log_2 x > \log_2 1$ 得 $x > 1$

$\therefore \begin{cases} x^2 > 1 \\ x > 1 \end{cases} \text{ 得 } x > 1$

答案——A

例2. “ $\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ” 是 “ $\alpha = k\pi + \frac{5}{12}\pi, k \in \mathbb{Z}$ ”

的

- A. 必要非充分条件
 B. 充分非必要条件
 C. 充分必要条件
 D. 既非充分又非必要条件

精析——(本题是2003年北京文理高考题)

$\because \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore 2\alpha = 2k\pi + \frac{5}{6}\pi \text{ 或 } 2\alpha = 2k\pi + \frac{7}{6}\pi,$

$\therefore \alpha = k\pi + \frac{5}{12}\pi \text{ 或 } \alpha = k\pi + \frac{7}{12}\pi,$

$\therefore \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{5}{12}\pi, \text{ 而 } \alpha = k\pi + \frac{5}{12}\pi$

$\pi \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

答案——A

例3. 若集合 $M = \{y | y = 2^{-x}\}$, $P = \{y | y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $M \cap P$ (C)

- A. $\{y | y > 1\}$ B. $\{y | y \geq 1\}$
 C. $\{y | y > 0\}$ D. $\{y | y \geq 0\}$

精析——(本题是2003年北京春季高考题)

集合 $M: y = 2^{-x}, \therefore y > 0$

集合 $P: y = \sqrt{x-1}, \therefore y \geq 0$

$\therefore M \cap P = \{y | y > 0\}$.

答案——C

例4. 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$,
 $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ 则 (B)

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$
 C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

精析——(本题是2002年全国高考题)

解法一: 可利用特殊值法, 令 $k = -2, -1, 0, 1, 2$

可得 $M = \{-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}\}$, $N = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$

$\therefore M \subseteq N$

解法二: 集合 M 的元素为 $x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2k+1}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$), 集合 N 的元素为 $x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{k+2}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$), 而 $2k+1$ 为奇数, $k+2$ 为整数, 因此 $M \subseteq N$.

答案——B

例5. 满足条件 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集

合 M 的个数

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

精析——(本题是2002年北京高考题)

$M = \{2, 3\}$ 或 $M = \{1, 2, 3\} \because M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$, $\therefore M$ 必为集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集, 同时含元素 2, 3.

答案——C

例 (1) 函数 $y = x^2 + bx + c$ ($x \in [0, +\infty)$) 是单调函数的充要条件是

- A. $b \geq 0$ B. $b \leq 0$
C. $b > 0$ D. $b < 0$

(2) 函数 $f(x) = x|x+a| + b$ 是奇函数的充要条件是

- A. $ab = 0$ B. $a + b = 0$
C. $a = b$ D. $a^2 + b^2 = 0$

精析——(1) (本题是2002年全国高考题)

若 $b \geq 0$, 设 $x_1 < x_2$, $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ $f(x_2) - f(x_1) = x_2^2 + bx_2 + c - (x_1^2 + bx_1 + c) = x_2^2 - x_1^2 + b(x_2 - x_1) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 + b) > 0$

$$\therefore f(x_2) > f(x_1)$$

$\therefore y = f(x)$ 是单调函数, 即 $b \geq 0$ 是 $y = f(x)$ 为单调函数的充分条件, 若 $f(x_2) - f(x_1) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 + b) > 0$

$$\because x_2 - x_1 > 0, x_2 + x_1 > 0, \therefore \text{此时必有 } b \geq 0$$

即 $b \geq 0$ 是 $y = f(x)$ 是单调函数的必要条件.

答案——A

(2) (本题是2002年河南、广西、广东高考题) 若 $a^2 + b^2 = 0$, $a = b = 0$, 此时, $f(x) = x|x|$ $-f(-x) = -f(x)$

$$\therefore a^2 + b^2 = 0 \text{ 是 } f(x) \text{ 为奇函数的充分条件}$$

又若 $f(x) = x|x+a| + b$ 是奇函数, 即 $f(-x) = (-x)|(-x)+a| + b = -f(x)$

$$\text{则必有 } a = b = 0, \text{ 即 } a^2 + b^2 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 0 \text{ 是 } f(x) \text{ 为奇函数必要条件.}$$

答案——D

例 7. $a = 3$ 是直线 $ax + 2y + 3a = 0$ 和直线 $3x + (a-1)y = a-7$ 平行且不重合的

- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分也非必要条件

精析——(本题是2001年上海市高考题) 当 a

$= 3$ 时, 直线 $l_1: 3x + 2y + 9 = 0$

$$l_2: 3x + 2y + 4 = 0$$

$\therefore l_1$ 与 l_2 中 $A_1: A_2 = B_1: B_2 = 1:1$ 而 $C_1: C_2 = 9:4 \neq 1$ 即 $C_1 \neq C_2$

$$\therefore a = 3 \Rightarrow l_1 \nparallel l_2.$$

答案——C

填空题

例 1. 设集合 $A = \{x | |x| < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 > 0\}$, 则集合 $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B\} = [1, 3]$

精析——(本题是2003年上海市高考题)

$$A = \{x | -4 < x < 4\},$$

$$B = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x | -4 < x < 1 \text{ 或 } 3 < x < 4\},$$

$$\therefore x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B$$

$$\therefore x \in [1, 3].$$

答案—— $x \in [1, 3]$

例 2. 对于四面体 $ABCD$, 给出下面四个命题

①若 $AB = AC$, $BD = CD$, 则 $BC \perp AD$

②若 $AB = CD$, $AC = BD$, 则 $BC \perp AD$

③若 $AB \perp AC$, $BD \perp CD$, 则 $BC \perp AD$

④若 $AB \perp CD$, $BD \perp AC$, 则 $BC \perp AD$ 其中真命题的序号是 写出所有真命题的序号.

精析——(本题是2003年河南高考题) 对于命题①, 取 BC 的中点 E , 连接 AE , DE , 则 $BC \perp AE$, $BC \perp DE$, $\therefore BC \perp AD$. 对于命题④过 A 向平面 BCD 作垂线 AO , 连结 BO 与 CD 交于 E , 则 $CD \perp BE$, 同理 $CF \perp BD$, $\therefore O$ 为 $\triangle BCD$ 垂心, 连结 DO , 则 $BC \perp DC$, $BC \perp AO$, $\therefore BC \perp AD$.

答案——①④

例 3. 已知函数 $f(x)$ (定义域为 D , 值域为 A) 有反函数 $y = f^{-1}(x)$, 则方程 $f(x) = 0$ 有解 $x = a$ 且 $f(x) > x$ ($x \in D$) 的充要条件是 $y = f^{-1}(x)$ 满足

精析——(本题是2002上海高考题)

$\because y = f(x)$ 有反函数, 则 $y = f(x)$ 必为单调函数, 由方程 $f(x) = 0$ 有解 $x = a$, 则 $f(a) = 0$, 又 $f(x) > x$, 说明在定义域 D 内, 函数 $y = f(x)$ 的图象在直线 $y = x$ 的上方, 而 $y = f(x)$ 的反函数

$y=f^{-1}(x)$ 与 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称.

答案—— $f^{-1}(0)=a$ 且 $f^{-1}(x)<x, x\in A$
或 $y=f^{-1}(x)$ 的图象在直线 $y=x$ 的下方, 且与 y 轴的交点为 $(0, a)$

例 4. 若全集 $I=\mathbf{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P=\{x|f(x)<0\}$,

$Q=\{x|g(x)\geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x)<0 \\ g(x)<0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 $P\cap Q$.

精析——(本题是 2002 年上海春季高考题)

$g(x)\geq 0$ 的解集为 $Q, g(x)<0$ 的解集为 Q

$\therefore \begin{cases} f(x)<0 \\ g(x)<0 \end{cases}$ 的解集为 $\complement_I Q$.

答案—— $\complement_I Q$

例 5. 在空间中, ①若四点不共面, 则这四个点中任意三点都不共线; ②若两条直线没有公共点, 则这两条直线是异面直线; 以上两个命题中, 逆命题为真命题的是 ② (指符合要求的命题序号填在横线上)

精析——(本题是 2001 年天津高考题) ①中的逆命题是: 若四点中任何三点都不共线, 则这四点不共面, ①中逆命题不真. ②中的逆命题是: 若两条直线是异面直线, 则这两条直线没有公共点. ②中逆命题是真命题.

答案——②

例 6. 设集合 $A=\{x|2\lg x=\lg(8x-15), x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|\cos\frac{x}{2}>0, x\in\mathbf{R}\}$, 则 $A\cap B$ 的元素个数为 1.

精析——(本题是 2001 年上海高考题)

集合 $A: \begin{cases} x>0 \\ 8x-15>0 \\ x^2=8x-15 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x>0 \\ x>\frac{15}{8} \end{cases} \therefore x=3 \text{ 或 } x=5$
 $x^2-8x+15=0$

对 $\cos\frac{x}{2}>0$ 当 $x=3$ 时, $\cos\frac{x}{2}=\cos\frac{3}{2}>0$

当 $x=5$ 时, $\cos\frac{x}{2}=\cos\frac{5}{2}<0$

$\therefore A\cap B$ 的元素个数为 1.

答案——1

解答题

例 1. 已知 $c>0$ 设 P : 函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减

Q : 不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

如果 P 和 Q 有且仅有一个正确, 求 c 的取值范围.

精析——(本题是 2003 年全国高考题)

函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减 $\therefore 0<c<1$

不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$,

$\therefore$ 函数 $y=x+|x-2c|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒大于 1

$\therefore x+|x-2c|=\begin{cases} 2x-2c, & x\geq 2c \\ 2c, & x<2c \end{cases}$

$\therefore$ 函数 $y=x+|x-2c|$ 在 $\mathbf{R}$ 上的最小值为 $2c$

$\therefore$ 不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$,

$\therefore 2c>1 \therefore c>\frac{1}{2}$

如果 P 正确, 且 Q 不正确, 则 $0<c\leq\frac{1}{2}$

如果 P 不正确, 且 Q 正确, 则 $c\geq 1$

$\therefore c$ 的取值范围为 $(0, \frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$

例 2. 设集合 $A=\{x||x-a|<2\}$, $B=\{x|\frac{2x-1}{x+2}<1\}$, 若 $A\subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

精析——(本题是 1999 年上海高考题)

由已知得 $A=\{x|a-2<x<a+2\}$, $B=\{x|-2<x<3\}$, $\therefore A\subseteq B$

$\therefore \begin{cases} a-2\geq -2 \\ a+2\leq 3 \end{cases} \therefore 0\leq a\leq 1$

例 3. 已知集合 $M=\{a, a+d, a+2d\}$, $N=\{a, ar, ar^2\}$, 如果 $M=N$, 求 r 的值.

精析——集合中元素互异性、无序性, 集合相等, 当且仅当集合元素相等. 分两种情形

(I) $\begin{cases} a+d=ar \\ a+2d=ar^2 \end{cases}$ 或 (II) $\begin{cases} a+d=ar^2 \\ a+2d=ar \end{cases}$

(I) $\begin{cases} a+d=ar \\ a+2d=ar^2 \end{cases}$ ①

②-① $\times 2$ 得 $ar^2-2ar+a=0$

若 $a=0$ 时, N 中三个元素均为零, 与元素互异性矛盾.

$$\therefore a \neq 0, \therefore r^2 - 2r + 1 = 0 \therefore r = 1$$

当 $r = 1$, N 中三个元素均相等, 无解.

$$(II) \begin{cases} a + d = ar^2 & ③ \\ a + 2d = ar & ④ \end{cases}$$

$$④ - ③ \quad \therefore d = ar(1 - r)$$

$$\text{代入 } ③ \quad \therefore 2ar^2 - ar - a = 0$$

$$\therefore a \neq 0, \therefore 2r^2 - r - 1 = 0$$

$$\therefore r = -\frac{1}{2}, r = 1.$$

当 $r = 1$ 时, N 中三元素均为 a , 故 $r = 1$ 不合题意.

$$\therefore r = -\frac{1}{2}.$$

能力训练

选择题

1. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中元素的个数是

A. 11

B. 10

C. 16

D. 15

2. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_I A \cup \complement_I B =$

A. $\{0\}$

B. $\{0, 1\}$

C. $\{0, 1, 4\}$

D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

3. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subseteq I$, 若 $M \cap N = N$, 则

A. $\complement_I M \supseteq \complement_I N$

B. $M \subseteq \complement_I N$

C. $\complement_I M \subseteq \complement_I N$

D. $M \supseteq \complement_I N$

4. 已知全集 $I = \mathbf{N}$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$, 则

A. $I = A \cup B$

B. $I = \complement_I A \cup B$

C. $I = A \cup \complement_I B$

D. $I = \complement_I A \cup \complement_I B$

5. 如果 $P = \{x | (x-1)(2x-5) < 0\}$, $Q = \{x | 0 < x < 10\}$, 那么

A. $P \cap Q = \emptyset$

B. $P \subseteq Q$

C. $P \supseteq Q$

D. $P \cup Q = \mathbf{R}$

6. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为

A. $x = 3, y = -1$

B. $(3, -1)$

C. $\{3, -1\}$

D. $\{(3, -1)\}$

7. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N$ 为

A. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

B. $\{x | 0 \leq x < 2\}$

C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

D. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

8. 设全集是 $\mathbf{R}$, $M = \{x | x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $\complement_{\mathbf{R}} M \cap N$ 等于

A. $\{4\}$

B. $\{3, 4\}$

C. $\{2, 3, 4\}$

D. $\{1, 2, 3, 4\}$

9. 设全集为 $\mathbf{R}$, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x | f(x) \neq 0\}$, $N = \{x | g(x) \neq 0\}$, 集合 $\{x | f(x)g(x) = 0\}$ 等于

A. $\complement_{\mathbf{R}} M \cap \complement_{\mathbf{R}} N$

B. $\complement_{\mathbf{R}} M \cup N$

C. $M \cup \complement_{\mathbf{R}} N$

D. $\complement_{\mathbf{R}} M \cup \complement_{\mathbf{R}} N$

10. 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | \sqrt{x+1} \leq 0\}$, $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$, $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B$ 是

A. $\{2\}$

B. $\{-1\}$

C. $\{x | x \leq -1\}$

D. $\emptyset$

11. 集合 $M = \{x | x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ 集合 M 与 N 的关系为 ()
 A. $M=N$ B. $M \supseteq N$ C. $M \subsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$
12. 若集合 $A = \{1, 4, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cup B = \{1, 4, x\}$, 则满足上述条件的实数 x 的个数是 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
13. 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $\complement_I (M \cup N)$ 等于 ()
 A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$ C. $(2, 3)$ D. $\{(x, y) | y \neq x+1\}$
14. 已知函数 $f(x), g(x) (x \in \mathbb{R}) a > 0$, 设不等式 $|f(x)| + |g(x)| < a$ 的解集为 M , $|f(x) + g(x)| < a$ 的解集为 N , 则集合 M, N 之间的关系是 ()
 A. $N \subsetneq M$ B. $M=N$ C. $M \subseteq N$ D. $M \subsetneq N$
15. 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 4, 5\}$ 且 A 中元素至少有一个奇数, 那么满足条件的集合 A 的个数共有 ()
 A. 6 个 B. 10 个 C. 11 个 D. 12 个
16. 设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{x | |x| < 2, x \in \mathbb{R}\}$ 则 ()
 A. $N \subsetneq M$ B. $M \cap N = M$ C. $M \cup N = M$ D. $M \cup N = \mathbb{R}$
17. 设全集 U , 集合 A, B 满足 $A \subseteq B$, 则下列命题不成立的是 ()
 A. $A \cup B = A$ B. $A \cap B = A$ C. $A \cup C \cup B = U$ D. $(C \cup A) \cup B = U$
18. 若 $A = \{(x, y) | |x+1| + (y-2)^2 = 0, x, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 A, B 两集合间的关系, 满足 ()
 A. $A \supseteq B$ B. $A \subseteq B$ C. $A \in B$ D. 以上都不对
19. 设 $A = \{x | y = \lg(x+1) + \lg(2-x)\}$, $B = \{y | y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\mathbb{R}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$
20. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | ax = 1\}$ 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 能取到的所有值是 ()
 A. 1 B. -1 C. -1 或 1 D. -1 或 0 或 1
21. 设全集是实数集, 若 $M = \{x | \sqrt{x+1} \leq 0\}$, $N = \{x | 2^x = 2^{x+2}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{x | x \leq 2\}$ B. $\emptyset$ C. $\{-1\}$ D. $\{2\}$
22. 已知集合 $A = \{x | a-1 \leq x \leq a+2\}$, $B = \{x | 3 < x < 5\}$, 则能使 $A \supseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围是 ()
 A. $\{a | 3 < a \leq 4\}$ B. $\{a | 3 \leq a \leq 4\}$ C. $\{a | 3 < a < 4\}$ D. $\emptyset$
23. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 且满足 1 的象一定是 4 这样的映射共有 ()
 A. 3 个 B. 5 个 C. 7 个 D. 9 个
24. 下列对应是从 A 到 B 的映射个数为 ()
 ① $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x+1}$
 ② $A = \{a | \frac{1}{2}a \in \mathbb{N}\}, B = \{b | b = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\} f: a \rightarrow b = \frac{1}{a}$

- ③ $A = \overline{\mathbf{R}}, B = \mathbf{R}, f: x \rightarrow y, y^2 = x$
- ④ $A = \{\text{平面 } \alpha \text{ 内的矩形}\}, B = \{\text{平面 } \alpha \text{ 内的圆}\}, f: \text{作矩形的外接圆}$
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
25. 已知 (x, y) 在映射 f 的作用下的象是 $(x+y, x-y)$, 则在 f 的作用下, $(1, 2)$ 的原象是 ()
- A. $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(2, 1)$ C. $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ D. $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
26. 已知集合 A 有 10 个元素, B 有 6 个元素, 全集 I 有 18 个元素, $A \cap B \neq \emptyset$, 设集合 $\complement_I (A \cup B)$ 有 x 个元素, 则 x 的范围是 ()
- A. $3 \leq x \leq 8$ 且 $x \in \mathbf{N}^+$ B. $2 \leq x \leq 8$ 且 $x \in \mathbf{N}^+$
- C. $8 \leq x \leq 12$ 且 $x \in \mathbf{N}^+$ D. $10 \leq x \leq 15$ 且 $x \in \mathbf{N}^+$
27. 今有命题 p, q , 若命题 m 为 “ p 且 q ”, 则 “ $\neg p$ ” “ $\neg q$ ” 是 $\neg m$ 的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
28. 已知命题 “非空集合 M 的元素都是集合 P 的元素” 是假命题, 那么在命题:
- ① M 的元素都不是 P 的元素; ② M 中有不属于 P 的元素
- ③ M 中元素不都是 P 的元素; ④ M 中有 P 的元素
- 中其真命题的个数为 ()
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
29. 下列各组命题中, 满足 “ P 或 Q ” 为真, “ P 且 Q ” 为假, “非 P ” 为真的是 ()
- A. $P: 0 = \emptyset; Q: 0 \in \emptyset;$
- B. $P: \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, 若 } \cos 2A = \cos 2B, \text{ 则 } A = B; Q: y = \sin x \text{ 在第一象限是增函数}$
- C. $P: a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b, \in \mathbf{R}); Q: \text{不等式 } |x| > x \text{ 的解集为 } (-\infty, 0)$
- D. $P: \text{圆 } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \text{ 的面积被直线 } x=1 \text{ 平分}; Q: \text{椭圆 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ 的一条准线方程是 } x=4$
30. 已知命题甲: “ $x > 2$ ” 命题乙: “ $x \geq 2$ ”, 那么命题甲是命题乙成立的是 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
31. $\frac{1}{a} > -1$ 是 $a < -1$ 成立的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
32. 已知命题甲为 $x > 0$; 命题乙为 $|x| > 0$, 那么甲是乙成立的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
33. 设三个集合 A, B, C , 命题甲: $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$; 命题乙: $A \subseteq (B \cap C)$, 则甲是乙成立的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
34. $\triangle ABC$ 中, $\sin 2A > \frac{1}{2}$ 是 $A > 15^\circ$ 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
35. $\alpha > \beta$ 是 $\sin \alpha > \sin \beta$ 成立的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
36. 设 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (ω, A 为正常数, $x \in k$), 则 $f(0) = 0$ 是 $f(x)$ 为奇函数的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
37. “ m, n ” 是方程 $mx^2 + ny^2 = p$ ($p \in \mathbf{R}$) 表示双曲线的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
38. $\triangle ABC$ 中, 条件甲: $A < B$; 条件乙: $\cos^2 A > \cos^2 B$, 则甲是乙的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
39. 若数列 $\{a_n\}$ 的 n 项和 $S_n = 2^n + C$, 则 $C = -1$ 是数列 $\{a_n\}$ 为等比数列的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
40. 等比数列 $\{a_n\}$ 公比为 q 且 “ $a_1 > 0$ 且 $q > 1$ ” 是 “对于任意自然数 n , 都有 $a_{n+1} > a_n$ ” 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
41. “两直线不相交” 是这两条直线是异面直线的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
42. 已知直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ 与直线 $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$ 是两条不重合的直线, 则 $l_1 \parallel l_2$ 的充要条件是 ()
- A. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ B. $B_1 = B_2 = 0$
- C. $A_1B_2 + A_2B_1 = 0$ D. $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$
43. 下列命题中, 使命题 M 是命题 N 成立的充要条件的一组命题是 ()
- A. $M: a > b, N: ac^2 > bc^2$
- B. $M: a > b, c > d, N: a - d > b - c$
- C. $M: a > b > 0, c > d > 0, N: ac > bd$
- D. $M: |a - b| = |a| + |b|, N: ab \leq 0$
44. 直线 l_1 与 l_2 互相平行的一个充分条件中是 ()
- A. l_1, l_2 都平行于同一个平面
- B. l_1, l_2 与同一个平面所成的角相等
- C. l_1 平行于 l_2 所在的平面
- D. l_1, l_2 都垂直于同一个平面
45. 对于直线 a, b 和平行 $\alpha, \beta, a \parallel b$ 的一个充分条件是 ()
- A. $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ B. $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$
- C. $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$ D. $a \perp \beta, a \perp \alpha, b \parallel \beta$
46. 已知直线 a, b, c , 平面 α, β , 则直线 a, b 为异面直线的充分条件是 ()

- A. $a \perp c, b \perp c$ B. $a \perp \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$
 C. $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \perp \beta$ D. $\alpha \cap \beta = a, b \perp \alpha, b \parallel \beta$
47. “ $a=1$ ”是函数 $y=\cos^2 ax - \sin^2 ax$ 的最小正周期的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
48. (2002 年, 北京高考题) 设命题甲: “直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 AC_1B 与对角面 BB_1D_1D 垂直”; 命题乙: “直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体”, 那么甲是乙的 ()
 A. 充分必要条件 B. 充分非必要条件
 C. 必要非充分条件 D. 既非充分又非必要条件

填空题

1. 如图 1-1, 设 I 是全集, 非空集合 P, Q 满足 $P \subseteq Q \subseteq I$, 若含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集 $\emptyset$, 则这个运算表达式可以是 _____ . (只要写出一个表达式)

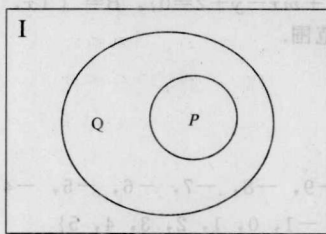


图 1-1

2. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集个数是 _____ .
3. 集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid ax + 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的不同取值的个数是 _____ .
4. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - a < 0\}$, $B = \{x \mid x < 2\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 a 的取值范围是 _____ .
5. 集合 $A = \{x \mid (x-1)^2 - 3|x-1| + 2 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 共有 _____ 个真子集.
6. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid y = \sqrt{9-x^2}\}$, $N = \{(x, y) \mid y = x + b\}$, 且 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 b 的取值范围是 _____ .
7. 同时满足 $\{1\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 中所有元素之和为奇数的集合 A 的个数是 _____ .
8. 设集合 $P = \{x \mid x^2 - 4x - 5 < 0\}$, $Q = \{x \mid x - a \leq 0\}$
 (1) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____ ;
 (2) 若 $P \subseteq Q$, 则实数 a 的取值范围是 _____ .
9. 已知 $M = \{(x, y) \mid y^2 = 2x\}$, $N = \{(x, y) \mid (x-a)^2 + y^2 = 9\}$ 则 $M \cap N \neq \emptyset$ 的充要条件 _____ .
10. 设集合 A 中含 4 个元素, B 中含 3 个元素, 现建立从 A 到 B 的映射 $f: A \rightarrow B$, 且使 B 中每个元素在 A 中都有原象, 则这样的映射有 _____ 个.
11. 已知集合 $A = \{x \mid -2k + 6 < x < k^2 - 3\}$, $B = \{x \mid -k < x < k\}$ 若 $A \subseteq B$, 则实数 k 的取值范围是 _____ .
12. 设集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 使对任意的 $x \in M$, 都有 $x + f(x) + xf(x)$ 为奇数, 这样的映射 f 的个数是 _____ .
13. 已知集合 A 和 B 都含三个元素, 且 $A = \{-1, 3a-8, a^2-3\}$, $B = \{a-3, 2a-5, a+1\}$ $A \cap B = \{-2\}$, 则实数 a 的值等于 _____ .
14. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 \neq 0\}$, 集合 $B = \{x \mid mx + 1 = 0\}$, 全集 $I = \mathbb{R}$, 且 $\complement_I A \cup B =$

$\complement_I A$, 则实数 m 的集合是_____.

解答题

1. 已知 R 为全集, $A = \{x \mid \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$, $B = \{x \mid \frac{5}{x+2} \geq 1\}$, 求 $\complement_R A \cap B$.
2. 已知集合 $A = \{y \mid y^2 - (a^2 + a + 1)y + a(a^2 + 1) > 0\}$, $B = \{y \mid y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{5}{2}, 0 \leq x \leq 3\}$.
若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围
3. 已知 $A = \{x, xy, \ln(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A = B$, 求 x, y 的值.
4. 已知 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x \mid \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x \mid 2^{x^2 - 2x - 8} = 1\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ 同时成立, 求实数 a 和集合 A
5. 已知 $A = \{x \mid |x - \frac{(a+1)^2}{2}| \leq \frac{1}{2}(a-1)^2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3(a+1)x + 2(3a+1) \leq 0\}$, 求使 $A \subseteq B$ 的 a 的范围.
6. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + mx - y + 2 = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y + 1 = 0, 0 \leq x \leq 2\}$, 如果 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

参考答案

选择题

1. C 精析—— $\because A = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$
 $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 $\therefore A \cup B = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
共 16 个元素.
2. C 精析——解法一: $\complement_I A = \{4\}$, $\complement_I B = \{0, 1\}$, 则 $\complement_I A \cup \complement_I B = \{0, 1, 4\}$
解法二: $\complement_I A \cup \complement_I B = \complement_I (A \cap B) \because A \cap B = \{2, 3\}$, $\therefore \complement_I A \cup \complement_I B = \complement_I (A \cap B) = \{0, 1, 4\}$.
3. C 精析——解法一: 利用韦恩图如图 1-2, $\complement_I M \subseteq \complement_I N$
解法二: $\complement_I M \cap N = \complement_I M \cup \complement_I N$, $\therefore M \cap N = N$
 $\therefore \complement_I (M \cap N) = \complement_I N$, $\therefore \complement_I M \cup \complement_I N = \complement_I N$, $\therefore \complement_I M \subseteq \complement_I N$
4. C 精析——解法一: A 中元素是非 2 的倍数的自然数, B 中元素是非 4 的倍数的自然数, 显然只有 C 正确.
解法二: $\because B \subsetneq A$, $\complement_I A \subsetneq \complement_I B \therefore \complement_I A \cap \complement_I B = \complement_I A$
 $\therefore I = A \cup \complement_I A = A \cup \complement_I B$
解法三: $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $\complement_I B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, \dots\}$
 $\therefore I = A \cup \complement_I B$
5. B 精析——集合 P 得 $1 < x < \frac{5}{2}$
集合 Q 有 $0 < x < 10$
 $\therefore P \subsetneq Q$.
6. D 精析——解法一: 解方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=4 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 且 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 满足 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=4 \end{cases}$
 $\therefore M \cap N = \{(3, -1)\}$



图 1-2

解法二: $\because M \cap N$ 为两个点集的交点, 只有 D 符合要求.

7. B 精析—— $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}$

$\therefore M \cap N = \{x | 0 \leq x < 2\}$.

8. B 精析—— $\complement_{\mathbb{R}} M$ 中不等式 $x > 1 + \sqrt{2}$, 又 $1 + \sqrt{2} < 3$

$\therefore \complement_{\mathbb{R}} M \cap N = \{3, 4\}$.

9. D 精析—— $\{x | f(x)g(x) = 0\} = \{x | f(x) = 0 \text{ 或 } g(x) = 0\} = \{x | f(x) = 0\} \cup \{x | g(x) = 0\} = \complement_{\mathbb{R}} M \cup \complement_{\mathbb{R}} N$.

10. B 精析——由 $\sqrt{x+1} \geq 0 \therefore A = \{-1\}$, $B = \{2\}$, $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq 2\}$,
 $\therefore A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = \{-1\}$.

11. C 精析——分别令 $k = \dots, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

得 $M = \{\dots, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi, \dots\}$

$N = \{\dots, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi, \pi, \frac{5}{4}\pi, \dots\}$

M 中元素是由首项为 $\frac{\pi}{4}$, 公差分别为 $\frac{\pi}{2}$ 与 $-\frac{\pi}{2}$ 的两个等差数列所组成.

N 中元素是由首项为 $\frac{\pi}{4}$, 公差分别为 $\frac{\pi}{4}$ 与 $-\frac{\pi}{4}$ 的两个等差数列所组成.

12. C 精析——由 $A \cup B = A \therefore B \subseteq A$

$\therefore x^2 = 4$ 或 $x^2 = x$ 但 $x \neq 1 \therefore x = 2, -2, 0$

$\therefore$ 共有 3 个符合条件.

13. B 精析—— I 为坐标平面上的所有点, M 表示直线 $y = x + 1$ 上除 $(2, 3)$ 的所有点, N 表示平面内除去直线 $y = x + 1$ 以外的所有点, $\complement_I (M \cup N) = \complement_I M \cap \complement_I N$.

$\therefore \complement_I M$ 表示直线 $y = x + 1$ 以外所有点的集合, $\therefore \complement_I M \cap \complement_I N = \{(2, 3)\}$.

14. C 精析——由绝对值不等式性质知, 若 $x \in M$, 即 $|f(x)| + |g(x)| < a$, 则 $|f(x) + g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)| < a \therefore x \in N \therefore M \subseteq N$.

15. C 16. B 17. C 18. D 19. A 20. D 21. C 22. B 23. D

24. B 精析——①当 $x = -1$ 时, y 值不存在, $\therefore$ 不是映射;

② A, B 两集合分别用列举法表述为 $A = \{2, 4, 6, \dots\}$ $B = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ 由对应法则 $f: a \rightarrow b = \frac{1}{a}$ 知, 是映射;

③不是映射, 例如 A 中元素 1 有两个象 ± 1 ;

④是映射.

25. C

26. A 精析——记 $n(A)$ 为集合 A 元素的个数

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B)$

$\therefore A \cap B \neq \emptyset$

$\therefore n(A \cap B) \geq 1$, 又 $A \cap B \subseteq B$,

$\therefore n(A \cap B) \leq 6$, $\therefore 1 \leq n(A \cap B) \leq 6$

$\therefore 10 \leq n(A \cup B) < 15$, $\therefore 3 \leq n[\complement_I (A \cup B)] \leq 8$

27. C 28. B 29. C 30. A 31. B 32. A 33. A 34. A 35. D 36. A 37. A 38. C

39. C 40. A 41. B 42. D 43. D 44. D 45. C 46. D 47. A 48. C