王海敏 主编

经济应用数学辅导

浙江工商大学出版社
ZHEJIANG GONGSHANG UNIVERSITY PRESS

经济应用数学辅导

王海敏 主编

浙江工商大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学辅导 / 王海敏主编. —杭州：浙江工商大学出版社，2011.2

ISBN 978-7-81140-274-2

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①王… Ⅲ. ①经济数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 020957 号

经济应用数学辅导

王海敏 主编

责任编辑	许 静
责任校对	张振华
封面设计	刘 韵
责任印制	汪 俊
出版发行	浙江工商大学出版社 (杭州市教工路 198 号 邮政编码 310012) (E-mail:zjgsupress@163.com) (网址:http://www.zjgsupress.com) 电话:0571-88904980,88831806(传真)
排 版	杭州朝曦图文设计有限公司
印 刷	杭州印校印务有限公司
开 本	880mm×1230mm 1/32
印 张	10
字 数	277 千
版 印 次	2011 年 2 月第 1 版 2011 年 2 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-81140-274-2
定 价	28.00 元

浙江工商大学出版社营销部邮购电话 0571-88804227

前　　言

本书是与《经济应用数学》（浙江工商大学出版社 2011 年出版）相配套的学习辅导书。

本书共分七章，涵盖函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、多元函数微分学。每章含四个部分：内容提要、概念析疑、习题详解、自测题。第一部分“内容提要”是该章的主要概念和结果的简单叙述。第二部分“概念析疑”是针对读者在学习本章内容时常常问及的一些带有共性又有较大意义的问题，选出若干个给予分析、解答，帮助读者正确理解基本概念、深入掌握基本理论。第三部分“习题详解”包括各节的习题与复习题的解答。第四部分是自测题，主要是为了读者检查对所学内容的掌握程度，巩固学习效果。最后是自测题解答，读者可以将自己做完自测题后所得的结果与本书的结果作一比较，看哪些自己做对了，哪些自己做错了，为什么会做错？

本书编写的具体分工为：第一章由董桂云执笔；第二章由顾丽亚执笔；第三章、自测题解答由韩兆秀执笔；第四、七章由裘渔洋执笔，第五、六章由王海敏执笔。全书最后由王海敏统稿、定稿。

由于时间仓促，书中难免存在差错和缺欠，敬请读者批评指正。

编　者

2010 年 12 月于浙江工商大学

目　　录

第一章 函 数

一、内容提要

1. 集合

(1) 集合

集合是具有某种特定性质的事物的总体.

含有有限多个元素的集合称为有限集,含有无限多个元素的集合称为无限集. 事物 a 是集合 A 的元素,记作 $a\in A$,读作“a 属于 A”. 否则记作 $a\notin A$,读作“a 不属于 A”.

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,即若 $a\in A$,则必有 $a\in B$,就称 A 是 B 的子集,记作 $A\subset B$(读作 A 包含于 B)或 $B\supset A$(读作 B 包含 A).

不含任何元素的集合称为空集,记作$\varnothing$.

若两集合 A 和 B 有 $A\subset B$,同时 $B\subset A$,则称集合 A 与集合 B 相等,记作 $A=B$.

既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合称作集合 A 和集合 B 的交集,记为 $A\cap B$.

所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的并集,记为 $A\cup B$.

所有属于 A 但不属于 B 的元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的差集,记为 $A-B$ 或 $A\backslash B$.

(2) 区间

区间是数轴上的一部分. 四种有限区间:

$[a,b]$ 表示$\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$,叫闭区间;

(a,b) 表示$\{x|a<x<b\}$,叫开区间;

$(a,b]$ 表示$\{x|a<x\leqslant b\}$,叫左开右闭区间;

$[a,b)$ 表示$\{x|a\leqslant x<b\}$,叫左闭右开区间.

(3) 邻域

设δ是一正数,则称开区间$(a-\delta, a+\delta)$为点a的δ邻域,记作$U(a,\delta)$,即$U(a,\delta)=\{x|a-\delta<x<a+\delta\}=\{x|\ |x-a|<\delta\}$,其中点$a$称为邻域的中心,$\delta$称为邻域的半径.

特别地,$\mathring{U}(a,\delta)=\{x|\ 0<|x-a|<\delta\}$称为去心邻域.

把开区间$(a-\delta,a)$称为点a的左δ邻域,把开区间$(a,a+\delta)$称为点a的右δ邻域.

2. 函数

(1) 函数的概念

设x和y是两个变量,x的变域是数集D.如果对每一个$x\in D$,变量y按照一定的法则f有唯一确定的数值与之对应,则称y是x的函数,记作$y=f(x)$.数集D叫做这个函数的定义域,x叫做自变量,y又叫做因变量.

当x在D内取一固定值x_0时,与x_0对应的y的数值称为函数$y=f(x)$在点x_0处的函数值,记作$f(x_0)$,或$y|_{x=x_0}$.当x遍取D中的一切数值时,对应的函数值全体组成的数集称为这个函数的值域,记为R_f或$f(D)$.

函数的表示法主要有三种,即解析法(或称公式法)、列表法和图象法.

(2) 具有某种特性的函数

有界函数　设函数$y=f(x)$的定义域为D,若存在正数M,使得对任意的$x\in D$,恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称$f(x)$在D上有界,或称$f(x)$为D上的有界函数.

单调函数　设函数$f(x)$的定义域为D,区间$I\subseteq D$.如果函数f

(x)对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，总有

$$f(x_1)<f(x_2)\ \ (f(x_1)>f(x_2)\ ),$$

则称函数 $f(x)$在区间 I 上是单调增加(单调减少)的.

在整个定义域上单调增加(或单调减少)的函数称为单调函数.

奇(偶)函数　设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称，如果对于任意的 $x\in D$，都有

$$f(-x)=f(x)\ \ (f(-x)=-f(x)),$$

则称 $y=f(x)$为偶函数(奇函数).

偶函数的图形关于 y 轴对称；奇函数的图形关于原点对称.

周期函数　设函数 $f(x)$的定义域为 D，如果存在一个正数 T，使得对于任意的 $x\in D$，有$(x\pm T)\in D$，并且恒有

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $y=f(x)$为周期函数，称 T 为 $f(x)$的周期. 通常所说的周期是指最小正周期.

(3) 反函数和复合函数

反函数设函数 $y=f(x)$，$x\in D$. 若对任意 $y\in f(D)$，有唯一一个 $x\in D$ 与之对应，使 $f(x)=y$，则在 $f(D)$上定义了一个函数，记为

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in f(D),$$

称为函数 $y=f(x)$的反函数. 如果仍然以 x 为自变量，则 $y=f(x)$的反函数记为 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$.

单调的函数必有反函数，且反函数也是单调的.

复合函数　设函数 $y=f(u)$的定义域为 D_f，函数 $u=g(x)$的定义域为 D_g，且其值域 $R_g\subseteq D_f$，则由下式确定的函数

$$y=f[g(x)],$$

称为由函数 $u=g(x)$和函数 $y=f(u)$构成的复合函数. u 称为中间变量.

(4) 初等函数

幂函数，指数函数，对数函数，三角函数和反三角函数这五类函数称为基本初等函数.

由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复

合步骤所构成并可由一个式子表示的函数,称为初等函数.

(5) 分段函数

在自变量的不同变化范围中,对应法则用不同式子来表示的函数,称为分段函数.

(6) 常见的经济函数模型

总成本函数模型,收益函数模型,利润函数模型,需求函数模型,库存函数模型等.

二、概念析疑

问 1 如果 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在数集 X 上都无界,那么 $f(x)g(x)$ 在 X 上也一定无界吗?

答 不一定. 例如,$f(x)=\tan x$,$g(x)=\cot x$ 在 $X=(0,\frac{\pi}{2})$ 内都无界,但 $f(x)g(x)\equiv 1$,$x\in X$. 因而 $f(x)g(x)$ 在 $X=(0,\frac{\pi}{2})$ 上是有界的.

问 2 为什么说"并不是每个周期函数都有周期"?

答 例如,常值函数 $f(x)=C$ 是以任何正常数为周期的周期函数,而正数无最小,所以常值函数 $f(x)=C$ 没有(最小正)周期.

问 3 既是奇函数,又是偶函数的函数是否存在?

答 存在的. 例如常值函数 $y=0$,又如 $f(x)=\sqrt{4-x^2}\cdot\sqrt{x^2-4}$. 后一函数既是奇函数,又是偶函数的理由如下:

因为此时定义域 $D(f)=\{-2,2\}$,是关于原点对称的,并且对任意自变量取值 $x\in D(f)$(其实只有两种可能取值 $x_1=-2$ 和 $x_2=2$),总有:$f(-x)=0=f(x)$,故该函数是偶函数. 另一方面,还总有:$-f(-x)=0=f(x)$,故该函数也是奇函数.

问 4 函数 $y=x^x$,$x\in(0,+\infty)$ 是指数函数还是幂函数? 它是不是基本初等函数? 是不是初等函数?

答 $y=x^x$,$x\in(0,+\infty)$ 既非指数函数又非幂函数,通常我们称

它为“幂指函数”.它不是基本初等函数,但它是一个初等函数,因为

$$y=x^x=2^{\log_2(x^x)}=2^{x\cdot\log_2 x},$$

这表明它是基本初等函数 $y=x$ 与 $y=\log_2 x$ 的乘积,再与基本初等函数 $y=2^x$ 复合的结果.

三、习题详解

习题 1.1

1. 下列各组函数是否相同,为什么?

(1) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$ 与 $y=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$;

(2) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$;

(3) $y=\lg(x^2)$ 与 $y=2\lg x$;

(4) $y=x$ 与 $y=2^{\log_2 x}$;

(5) $y=1$ 与 $y=\sin^2 x+\cos^2 x$.

解 (1) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是 $\{x\,|\,x\geqslant 1\}$, $y=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ 的定义域是 $\{x\,|\,x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1\}$,两个函数的定义域不同,所以是不同的函数.

(2) 两个函数的值域不同,所以是不同的函数.

(3) $y=\lg(x^2)$ 的定义域是 $\{x\,|\,x\neq 0\}$, $y=2\lg x$ 的定义域是 $\{x\,|\,x>0\}$,两个函数的定义域不同,所以是不同的函数.

(4) $y=x$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, $y=2^{\log_2 x}$ 的定义域是 $\{x\,|\,x>0\}$,两个函数的定义域不同,所以是不同的函数.

(5) $y=1$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, $y=\sin^2 x+\cos^2 x$ 的定义域是 $\mathbf{R}$,两个函数的定义域和对应法则都相同,所以是相同的函数.

2. 求下列函数的(自然)定义域.

(1) $y=\dfrac{x-2}{x^2-4x}$;

(2) $y=\lg(5-x)+\lg(x-3)$;

(3) $y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

(4) $y=\sqrt{x^2-4x+3}$.

解 (1) 要使函数有意义,则须有 $x^2-4x\neq0$,即 $x\neq0$ 且 $x\neq4$,所以函数的定义域为

$$(-\infty,0)\cup(0,4)\cup(4,+\infty).$$

(2) 要使函数有意义,则须有 $\begin{cases}5-x>0\\x-3>0\end{cases}$,解得 $3<x<5$,所以函数的定义域为 $\{x\,|\,3<x<5\}$.

(3) 要使函数有意义,则须有 $\dfrac{1+x}{1-x}\geqslant0$,解得 $-1\leqslant x<1$,所以函数的定义域为 $\{x\,|\,-1\leqslant x<1\}$.

(4) 要使函数有意义,则须有 $x^2-4x+3\geqslant0$,解得 $x\leqslant1$ 或 $x\geqslant3$,所以函数的定义域为 $\{x\,|\,x\leqslant1$ 或 $x\geqslant3\}$.

3. 求下列分段函数的定义域.

(1) $y=\begin{cases}\sqrt{9-x^2}, & |x|\leqslant3\\ x^2-1, & 3\leqslant|x|<4\end{cases}$;

(2) $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x<0\\ x-3, & 0\leqslant x\leqslant1\\ -2x+1, & 1<x<+\infty\end{cases}$.

解 (1) 定义域应为 $[-3,3]\cup(-4,-3]\cup[3,4)=(-4,4)$.

(2) 定义域应为 $(-\infty,0)\cup[0,1]\cup(1,+\infty)=(-\infty,+\infty)$.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<-1\\ 1+x^2, & -1\leqslant x<2\\ \sin x, & x\geqslant2\end{cases}$,求 $f(-2)$,$f(-1)$,$f(\sqrt[3]{3})$,$f(\pi)$,$f(a-1)$.

解 由于 $-2\in(-\infty,-1)$,所以 $f(-2)=(-2)^2=4$;

由于 $-1\in[-1,2)$,所以 $f(-1)=1+(-1)^2=2$;

由于$\sqrt[3]{3}\in[-1,2)$，所以$f(\sqrt[3]{3})=1+(\sqrt[3]{3})^2=1+\sqrt[3]{9}$；

由于$\pi\in(2,+\infty)$，所以$f(\pi)=\sin\pi=0$.

由$f(a-1)=\begin{cases}(a-1)^2, & a-1<-1\\ 1+(a-1)^2, & -1\leqslant a-1<2\\ \sin(a-1), & a-1\geqslant 2\end{cases}$，可得

$$f(a-1)=\begin{cases}(a-1)^2, & a<0\\ 1+(a-1)^2, & 0\leqslant a<3.\\ \sin(a-1), & a\geqslant 3\end{cases}$$

5. 设$f(x)=\lg 3$，求$f(x+1)-f(x-2)$.

解 由$f(x)=\lg 3$是一个常值函数，可得

$$f(x+1)=3,\qquad f(x-2)=3,$$

所以，$f(x+1)-f(x-2)=0$.

习题 1.2

1. 指出下列函数在指定区间内的增减性：

(1) $y=-2x-6$, $x\in\mathbf{R}$;

(2) $y=|x+1|$, $-5\leqslant x\leqslant 1$;

(3) $y=\cos x+3$, $x\in(0,2\pi)$;

(4) $y=x+\log_2 x$, $x\in(0,+\infty)$.

解 (1) 函数$y=-2x-6$的图形是一条直线，它在其定义域$\mathbf{R}$上是单调减少的.

(2) 函数在$y=|x+1|$在$[-5,-1)$上单调减少，在$[-1,1]$上单调增加.

(3) 函数$y=\cos x+3$在$(0,\pi)$上单调减少，在$[\pi,2\pi)$上单调增加.

(4) 函数x与$\log_2 x$在区间$(0,+\infty)$内均为单调增加的，其和$y=x+\log_2 x$在$(0,+\infty)$内也单调增加.

2. 指出下列函数中哪些是奇函数，哪些是偶函数，哪些是非奇非偶函数：

(1) $y=x\sin 4x$;　　(2) $y=x\sqrt{x^4-1}+\tan x$;

(3) $y=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$;　　(4) $y=\cos\lg x$;

(5) $y=xf(x^2)$;　　(6) $y=\begin{cases}1-x, & x<0\\ 1+x, & x\geqslant 0\end{cases}$.

解　(1) 因为 $f(-x)=(-x)\sin(-4x)=x\sin 4x=f(x)$,所以函数是偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=(-x)\sqrt{(-x)^4-1}+\tan(-x)$

$$=-x\sqrt{x^4-1}-\tan x=-f(x),$$

所以函数是奇函数.

(3) 因为 $f(-x)=\lg\dfrac{1-(-x)}{1+(-x)}=\lg\dfrac{1+x}{1-x}=-\lg\dfrac{1-x}{1+x}=-f(x)$,

所以函数是奇函数.

(4) 定义域为$(0,+\infty)$,所以函数非奇非偶.

(5) 因为 $f(-x)=(-x)f[(-x)^2]=-xf(x^2)=-f(x)$,所以函数是奇函数.

(6) $f(-x)=\begin{cases}1-(-x), -x<0\\ 1+(-x), -x\geqslant 0\end{cases}=\begin{cases}1+x, x>0\\ 1-x, x\leqslant 0\end{cases}$

$$=\begin{cases}1-x, x<0\\ 1+x, x\geqslant 0\end{cases}=f(x),$$

所以函数是偶函数.

3. 根据定义判断下列函数是否有界:

(1) $y=3\sin\dfrac{1}{x}$;

(2) $y=-\dfrac{1+3x^2}{1+x^2}$.

解　(1)因为 $\left|3\sin\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 3$,所以函数是有界函数.

(2) 因为

$$\left|-\frac{1+3x^2}{1+x^2}\right|=\left|-3+\frac{2}{1+x^2}\right|\leqslant 3+\frac{2}{1+x^2}\leqslant 3+2=5,$$

所以函数为有界函数.

4. 指出下列函数中哪些是周期函数，哪些不是；若是周期函数，指出其最小正周期.

(1) $y=\sin ax \quad (a>0)$； (2) $y=4$；

(3) $y=\sin x+\cos x$.

解 (1) $y=\sin ax$ 是周期函数，其最小正周期为 $\frac{2\pi}{a}$.

(2) $y=4$ 是周期函数，它没有最小正周期.

(3) $y=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 是周期函数，其最小正周期为 2π.

习题 1.3

1. 求下列函数的反函数及反函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{1-x^2}, x\in[-1,0]$；

(2) $y=e^{3x-1}, x\in[0,+\infty)$；

(3) $y=2\tan x, x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$；

(4) $y=\begin{cases} 1+e^{-x}, & x\leqslant 0 \\ 2-2x, & 0<x<1. \\ 2x-(1+x^2), & x\geqslant 1 \end{cases}$

解 (1) 由 $y=\sqrt{1-x^2}, x\in[-1,0]$ 可得 $x=-\sqrt{1-y^2}, y\in[0,1]$，即所求反函数为 $y=-\sqrt{1-x^2}, x\in[0,1]$.

(2) 由 $y=e^{3x-1}, x\in[0,+\infty)$ 可得 $x=\frac{1}{3}(1+\ln y), y\in[\frac{1}{e},+\infty)$，即所求反函数为 $y=\frac{1}{3}(1+\ln x), x\in[\frac{1}{e},+\infty)$.

(3) 由 $\tan x$ 的周期为 π 可知

$$y=2\tan x=2\tan(x-\pi), \quad x-\pi\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right],$$

故 $x=\pi+\arctan\frac{y}{2}, y\in(-\infty,+\infty)$，即所求反函数为

$$y=\pi+\arctan\frac{x}{2},\quad x\in(-\infty,+\infty).$$

(4) 当 $x\leqslant 0$ 时，由 $y=1+e^{-x}$ 可得 $x=-\ln(y-1),y\in[2,+\infty)$；

当 $0<x<1$ 时，由 $y=2-2x$ 可得 $x=1-\frac{1}{2}y,y\in[0,2]$；

当 $x\geqslant 1$ 时，由 $y=2x-(1+x^2)$ 可得 $x=1+\sqrt{|y|},y\in(-\infty,0]$.

综上所述，所求的反函数为

$$y=f(x)=\begin{cases}-\ln(x-1), & x\in[2,+\infty)\\ 1-\frac{1}{2}x, & x\in[0,2]\\ 1+\sqrt{|x|}, & x\in(-\infty,0]\end{cases}.$$

2. 求由下列函数复合而成的复合函数：

(1) $y=u^3,u=\cos x$；　　(2) $y=\sqrt{u},u=3^x$，

(3) $y=\lg u,u=v^2+1,v=\sec x$；(4) $y=\sin u,u=\sqrt{v},v=2x+1$.

解　(1) $y=(\cos x)^3$.

(2) $y=\sqrt{3^x}$.

(3) $y=\lg[(\sec x)^2+1]=\lg(\sec^2x+1)$.

(4) $y=\sin\sqrt{2x+1}$.

3. 设 $f(x)=3x^2-2x,\varphi(x)=\lg(1+2t)$，求 $f(\varphi(t))$ 和 $\varphi(f(x))$.

解　$f(\varphi(t))=3[\lg(1+2t)]^2-2[\lg(1+2t)]$

$\qquad=3\lg^2(1+2t)-2\lg(1+2t)$，

$\varphi(f(x))=\lg[1+2(3x^2-2x)]=\lg(6x^2-4x+1)$.

4. 已知 $f(x^2-1)=\ln\frac{x^2+1}{x^2-3}$，且 $f(\varphi(x))=x^2$，求 $\varphi(x)$ 及其定义域.

解　由 $f(x^2-1)=\ln\frac{x^2-1+2}{x^2-1-2}$，知 $f(x)=\ln\frac{x+2}{x-2}$，从而

$$f(\varphi(x))=\ln\frac{\varphi(x)+2}{\varphi(x)-2}=x^2,$$

解得 $\varphi(x)=\frac{2(e^{x^2}+1)}{e^{x^2}-1}$，且 $\varphi(x)$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0,x\in\mathbf{R}\}$.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$,求 $f(2x)+f(x-2)$ 的定义域.

解 由 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$ 可得,$f(2x)$ 的定义域为 $0\leqslant 2x\leqslant 2$,即 $x\in[0,1]$;$f(x-2)$ 的定义域为 $0\leqslant x-2\leqslant 2$,即 $x\in[2,4]$. 显然 $f(2x)$ 与 $f(x-2)$ 的定义域没有公共部分,所以 $f(2x)+f(x-2)$ 的定义域为 $\varnothing$.

6. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x\geqslant 0\\ 1-x^2, & x<0\end{cases}$,求 $f(x)+f(-x)$.

解 由 $f(-x)=\begin{cases}(-x)^2-1, & -x\geqslant 0\\ 1-(-x)^2, & -x<0\end{cases}=\begin{cases}x^2-1, & x\leqslant 0\\ 1-x^2, & x>0\end{cases}$ 可得

$$f(x)+f(-x)=\begin{cases}-2, & x=0\\ 0, & x\neq 0\end{cases}.$$

7. 设 $f(x+1)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2x, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$,求 $f(x)$.

解 令 $x+1=t$,则 $x=t-1$,故

$$f(x+1)=f(t)=\begin{cases}(t-1)^2, & 0\leqslant t-1\leqslant 1\\ 2(t-1), & 1<t-1\leqslant 2\end{cases}=\begin{cases}(t-1)^2, & 1\leqslant t\leqslant 2\\ 2t-2, & 2<t\leqslant 3\end{cases},$$

即 $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 2x-2, & 2<x\leqslant 3\end{cases}$.

习题 1.4

1. 确定下列初等函数的定义域:

(1) $y=\lg(\arcsin x)$; (2) $y=\dfrac{\arcsin\dfrac{2x-1}{7}}{\sqrt{x^2-x-6}}$;

(3) $y=\arcsin\left(\lg\dfrac{x}{10}\right)$; (4) $\lg(\lg x)$.

解 (1) 根据题意可得 $\begin{cases}\arcsin x>0\\ |x|\leqslant 1\end{cases}$,解得 $0<x\leqslant 1$,所以函数的定义域为 $\{x\,|\,0<x\leqslant 1\}$.