



普通高等教育“十二五”规划教材



电路分析

卢小芬 主 编

旷建军 方瑞明 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育

电路分析

主 编 卢小芬
副主编 旷建军 方瑞明
编 写 项雷军 戴茵茵 黄传明
主 审 陈希有



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。

全书共分 15 章, 主要内容包括电路的基本概念与定律、简单电阻电路分析、电阻电路的一般分析、电路定理、正弦电流电路基础、正弦稳态电路的分析、耦合电感与变压器、三相电路、非正弦周期电流电路、动态电路的时域分析、动态电路的复频域分析、图论初步与矩阵方程、二端口网络、非线性电阻电路简介、MATLAB 在电路分析中的应用等。本书各章配有较丰富的典型例题和习题, 书末附有参考答案。

本书可作为高等学校电气信息类和其他相关专业的“电路分析”教材, 也可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

电路分析/卢小芬主编. —北京: 中国电力出版社, 2011. 5

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5123 - 1622 - 5

I. ①电… II. ①卢… III. ①电路分析—高等学校—教材
IV. ①TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 076833 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2011 年 7 月第一版 2011 年 7 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 18.5 印张 451 千字

定价 31.50 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签, 加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

“电路分析”作为电气信息类学生的第一门专业基础课程，其教材在内容编排上必须强调基础性和概念性，着重让学生掌握电路的基本理论与基本分析方法。

本书着眼于适应我国国民经济发展和培养学生自主学习能力和实践、创新精神的需要，突出强化基础知识，拓宽专业口径；注重能力的培养和综合素质的提高，力求深入浅出、循循善诱，培养和提高学生思考及解决问题的能力；培养和提高学生的自主学习能力，为培养学生的创新能力打下基础。本书的内容体系与主要特色如下：

(1) 本着先易后难，循序渐进的理念，全书体系结构遵循电路基本概念、电阻电路分析、动态电路时域分析、正弦稳态电路分析，电路频率特性，双口网络，非线性网络这一主线，即先建立基本概念，再进入电路分析。符合人们的认识规律，便于教学实施。

(2) 考虑到高校电路分析课时的减少，本着削枝强干、突出重点的思想，对必需的数学推导，介绍清楚推导思路，推导过程则简明扼要，而对本课程基本要求中的主干内容，则从多个方面阐述问题，并结合典型例题，让读者深刻理解概念，熟练掌握分析方法。

(3) 经典的电路理论虽然有它坚实的理论基础和完整的体系结构，但它与解算工程实际电路问题之间尚存在一条鸿沟。而以 MATLAB 为代表的通用计算机分析软件，能够方便快速地对实际电路进行直流、频域、时域、非线性等各种分析。因此，书中专门辟出一章介绍 MATLAB 在电路分析计算中的应用，并精选电路分析中的代表性问题用 MATLAB 进行求解，发挥 MATLAB 分析解决电路分析问题的优势。

(4) 本书每章前有内容简介，后有本章小结，各章节中例题配置目的性强，力求结合工程实际并具有典型性，针对各章节的重点与难点，精心编写了大量的例题与习题，对学习巩固提高、拓宽思路大有好处，也有利于培养的学生自主学习能力和实践、创新精神。

(5) 考虑到电气信息类专业对电路分析的要求与侧重点各不同，对部分内容用“*”标出，供非电类专业选讲。

本书第 1 章与第 2 章由华侨大学方瑞明教授编写，第 3 章由戴茵茵、项雷军、黄传明老师编写，第 4 章至第 7 章由旷建军博士编写，第 8 章至第 15 章由卢小芬副教授编写，全书由卢小芬副教授任主编并统稿。本书由大连理工大学陈希有教授主审，提出了许多的宝贵意见，对完善和提高教材质量起到了重要作用，在此表示衷心的感谢。本书在编写过程中得到了华侨大学信息科学与工程学院领导、同事的大力支持，另外，本书编写过程中还得到湖南大学周有庆教授及刘平陵老师的帮助，在此一并表示感谢。

由此编者时间和学识水平有限，书中存在不足和错误恳请广大读者批评指正。

编者

2010 年 10 月

目 录

前言

第1章 电路的基本概念与定律	1
§ 1.1 实际电路与电路模型	1
§ 1.2 电流、电压和功率	2
§ 1.3 电阻元件及欧姆定律	5
§ 1.4 电容元件及其电压电流关系	7
§ 1.5 电感元件及其电压电流关系	10
§ 1.6 电压源和电流源	12
§ 1.7 受控电源	14
§ 1.8 基尔霍夫定律	15
本章小结	18
习题	19
第2章 简单电阻电路分析	23
§ 2.1 电路的等效变换	23
§ 2.2 电阻的串联和并联	23
§ 2.3 电阻的Y形连接和 Δ 形连接的等效变换	27
§ 2.4 电压源、电流源的串联和并联	29
§ 2.5 实际电源的两种模型及其等效变换	31
§ 2.6 输入电阻	33
本章小结	34
习题	35
第3章 电阻电路的一般分析	39
§ 3.1 支路电流法	39
§ 3.2 网孔电流法	41
§ 3.3 回路电流法	45
§ 3.4 节点电压法	48
本章小结	52
习题	52
第4章 电路定理	56
§ 4.1 叠加定理	56
§ 4.2 替代定理	58
§ 4.3 戴维宁定理和诺顿定理	59
§ 4.4 最大功率传输定理	63
§ 4.5 特勒根定理	65

§ 4.6 互易定理·····	67
§ 4.7 对偶原理·····	69
本章小结·····	70
习题·····	71
第5章 正弦电流电路基础 ·····	75
§ 5.1 复数·····	75
§ 5.2 正弦量·····	77
§ 5.3 相量法的基础·····	79
§ 5.4 电路定律的相量形式·····	82
本章小结·····	86
习题·····	86
第6章 正弦稳态电路的分析 ·····	89
§ 6.1 阻抗和导纳·····	89
§ 6.2 阻抗(导纳)的串联和并联·····	90
§ 6.3 电路的相量图·····	92
§ 6.4 正弦稳态电路的分析·····	94
§ 6.5 正弦稳态电路的功率·····	97
§ 6.6 复功率·····	100
§ 6.7 最大功率传输·····	101
§ 6.8 串联电路的谐振·····	103
§ 6.9 并联电路的谐振·····	107
本章小结·····	109
习题·····	110
第7章 耦合电感与变压器 ·····	114
§ 7.1 互感·····	114
§ 7.2 含有耦合电感电路的计算·····	118
§ 7.3 空心变压器·····	124
§ 7.4 理想变压器·····	126
本章小结·····	128
习题·····	129
第8章 三相电路 ·····	132
§ 8.1 三相电路·····	132
§ 8.2 线电压(电流)与相电压(电流)的关系·····	134
§ 8.3 对称三相电路的计算·····	135
§ 8.4 不对称三相电路的概念·····	137
§ 8.5 三相电路的功率·····	139
本章小结·····	142
习题·····	143

第 9 章 非正弦周期电流电路	147
§ 9.1 非正弦周期信号	147
§ 9.2 非正弦周期函数傅里叶级数的展开	147
§ 9.3 非正弦周期电路中的有效值、平均值和平均功率	150
§ 9.4 非正弦周期电流电路的计算	152
本章小结	156
习题	157
第 10 章 动态电路的时域分析	160
§ 10.1 动态电路的方程及其初始值的确定	160
§ 10.2 RC 电路	163
§ 10.3 RL 动态电路	170
§ 10.4 动态电路的三要素法	174
§ 10.5 RLC 动态电路	178
本章小结	186
习题	186
第 11 章 动态电路的复频域分析	190
§ 11.1 拉普拉斯变换的定义及其基本性质	190
§ 11.2 拉普拉斯反变换	194
§ 11.3 电路元件和电路定律的运算形式	197
§ 11.4 用运算法计算动态电路	201
本章小结	207
习题	207
第 12 章 图论初步与矩阵方程	211
§ 12.1 电路的图	211
§ 12.2 回路、树、割集	212
§ 12.3 关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵	215
§ 12.4 节点电压方程的矩阵形式	222
§ 12.5 回路电流方程的矩阵形式	225
本章小结	227
习题	228
第 13 章 二端口网络	231
§ 13.1 二端口网络	231
§ 13.2 二端口网络的参数方程及其参数	232
§ 13.3 二端口网络的等效电路	240
* § 13.4 二端口网络的连接	242
* § 13.5 网络函数	245
* § 13.6 网络函数的零点、极点和频率特性	246
本章小结	248
习题	249

第 14 章 非线性电阻电路简介	251
§ 14.1 非线性电阻	251
§ 14.2 分段线性化方法	254
§ 14.3 小信号分析法	255
本章小结	257
习题	257
第 15 章 MATLAB 在电路分析中的应用	260
§ 15.1 概述	260
§ 15.2 MATLAB 基本语法	262
§ 15.3 基于 MATLAB 电阻电路的分析	269
§ 15.4 基于 MATLAB 动态电路的时域分析	272
§ 15.5 基于 MATLAB 正弦稳态电路的分析	278
§ 15.6 基于 MATLAB 动态电路的复频域分析	282
本章小结	284
习题	284
参考文献	288

第1章 电路的基本概念与定律

本章在讨论实际电路与电路模型之间的关系、集总电路的假设、电流和电压的参考方向和电功率等概念后,依次介绍线性电阻元件、线性电容元件、线性电感元件、独立电源、受控电源等理想电路元件的定义和特性。最后,介绍电路分析的基本定律——基尔霍夫定律。

§ 1.1 实际电路与电路模型

实际电路是由各种电器按一定的方式互相连接而构成的电流的通路。它的主要功能是实现电能或电信号的产生、传输、转换和处理。

在通信技术、自动控制、电子计算机和电力等技术领域中,人们根据不同的需要用不同的电路来实现各自的任务。例如日常使用的收音机和电视机,能把接收到的微弱的无线电信号进行加工处理,变为人们能接收的声音和图像;又如计算机可对输入的数据进行指定的计算、储存和控制等。总之,实际电路种类繁多、千差万别,电路的各部分及其周围空间伴随着各种电磁现象和能量交换,从而形成一个复杂的物理系统。

电路理论是一门电的公共基础性的工程学科,电路理论是建立在理想化模型基础上的。电路理论的对象并不是实际电路,而是它们的模型。电路模型是实际电路在一定条件下的科学抽象和足够精确的数学描述。电路理论中所说的电路,是指由各种理想电路元件按一定方式连接组成的总体。

理想电路元件是用数学关系式严格定义的假想元件。每一种理想元件都可以表示实际器件所具有的一种主要电磁性能。理想元件的数学关系反映实际电路器件的基本物理规律。

图1-1所示为三种理想基本电路元件的图形符号。其中,理想电阻元件仅表征消耗电能并转变成非电能的特征,理想电容元件仅表征储存或释放电场能量的特征,理想电感元件仅表征储存或释放磁场能量的特征。它们分别是实际电路中电阻器、电容器和电感器在一定条件下的近似化、理想化。

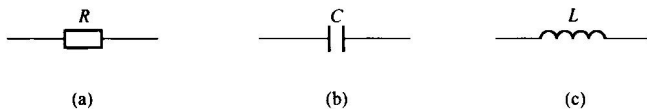


图1-1 三种理想基本电路元件的图形符号

(a) 电阻元件; (b) 电容元件; (c) 电感元件

上述三种理想电路元件均具有两个端子,称为二端元件,又称单口元件。除二端元件外还有多端元件,以后还要讲到四端元件,如受控源、耦合电感和变压器等。

由理想元件组成的电路称为电路模型。今后所提到的电路,除特别指明外均为电路模型,所提到的元件均为理想元件。

实际电路的模型化首先是实际器件的模型化。实际器件种类繁多,但其在电磁现象方面却有共同之处。任何一种实际器件,根据其不同的工作条件总可以用一个或几个理想元件的组合来近似表征它。用理想元件及其组合表征实际电路的每一个器件,可以得到该实际电路

的电路模型。

应该指出,实际电路用电路模型来近似表示是有条件的。一种电路模型只有在一定条件下才是适用的,条件变了,电路模型也要作相应的改变。

理想元件是抽象的模型,称为集总参数元件。由集总参数元件构成的电路称为集总参数电路,简称集总电路。在集总电路中,任何时刻该电路任何地方的电流、电压都是与其空间位置无关的确定值。

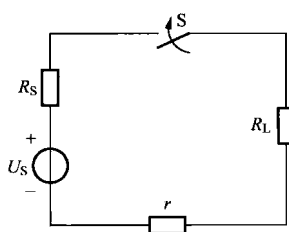


图 1-2 手电筒电路模型

本书主要对集总参数电路进行分析,集总参数的条件即集总假设是电路分析的重要假设。当满足集总参数条件时,就可以采用由分立元件模型组成的集总参数电路模型。图 1-2 所示电路是一个手电筒电路的集总参数电路模型。图中,电源元件 U_S 与电阻元件 R_S 的组合表示干电池,是提供电能的能源;电阻元件 r 表示手电筒金属壳体的电阻;电阻元件 R_L 表示灯泡,是用电设备,称为负载;图中连线为理想导线。

应该指出,用集总电路来近似代替实际电路是有条件的:电路器件及其整个实际电路的尺寸 l 远小于电路最高工作频率所对应的波长 λ , 即

$$l \ll \lambda; \quad \lambda = c/f; \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s (光速)}$$

例如,我国电力系统照明用电的频率为 50Hz,其波长为 6000km。对于大多数用电设备来说,其尺寸与之相比可忽略不计,采用集总参数概念是合适的。而对远距离的通信线路和电力输电线路则不满足上述条件,就不能用集总参数来分析。又如在微波电路中,信号的波长 $\lambda = 0.1 \sim 10 \text{ cm}$,此时波长与元件尺寸属同一数量级,信号在电路中的传输时间不能忽略;电路中的电流、电压不仅是时间的函数,也是空间位置的函数;某一时刻从电路或器件一端流入的电流不一定等于另一端流出的电流。此时集总参数模型失效,应当采用分布参数或电磁场理论来分析。

§ 1.2 电流、电压和功率

电流、电压、功率与能量是电路分析的常用变量,其中电流和电压是电路分析中最常用的两个基本变量。本节将讨论电流、电压的参考方向,以及电路中的功率与能量问题。

1.2.1 电流及其参考方向

单位时间内通过导体横截面的电荷量定义为电流强度,简称电流,用符号 i 表示,即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

习惯上把正电荷运动的方向规定为电流的方向。

如果电流的大小和方向都不随时间改变,则这种电流称为恒定电流,简称直流,用大写字母 I 表示。在这种情况下,通过导体横截面的电荷量 q 与时间 t 成正比,即

$$I = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

在国际单位制 (SI) 中,电流、电荷和时间的单位分别为安培 (简称安,符号为 A)、库仑 (简称库,符号为 C) 和秒 (符号为 s)。1 安 = 1 库/秒。在通信和计算机技术中常用毫

安 (mA)、微安 (μA) 作为电流单位。它们的关系为

$$1\text{mA} = 10^{-3}\text{A}$$

$$1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$$

在电路分析中, 电流的大小和方向是描述电流变量不可缺少的两个方面。但是对于一个给定的电路, 要直接给出某一电路元件中的电流真实方向是十分困难的, 如交流电路中电流的真实方向经常在改变。即使在直流电路中, 要指出复杂电路中某一电路元件的电流真实方向也不是一件容易的事, 为此, 引入电流参考方向的概念。

图 1-3 所示为连接电路 a、b 两点间的二端元件, 流经它的电流 i 的参考方向用箭头表示, 电流的参考方向可以任意选定。但一经选定, 就不再改变。如经过计算其电流值为正值, 表示参考方向与电流真实方向一致; 如电流值为负值, 表示参考方向与真实方向相反。

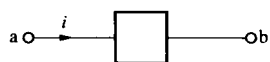


图 1-3 电流的参考方向

电流参考方向也可用字符 i 的双下标表示。如对于图 1-3 来说可用 i_{ab} 表示电流参考方向由 a 指向 b。

电流是代数量, 既有数值又有与之相应的参考方向。电流值的正与负, 是在设定参考方向的前提下得出的, 所以在求解电路时, 必须首先选定电流的参考方向。

今后, 电路图中箭头所标电流方向都是电流的参考方向。电流的参考方向又称为电流的正方向。

1.2.2 电压及其参考方向

在物理学中, 将单位正电荷自某一点 a 移动到参考点 (物理学中习惯选无穷远处作参考点) 时, 电场力做功的大小称为 a 点的电位。在电路理论中, 电位的意义同物理学一样, 只不过电路中某点的电位, 是将单位正电荷移至参考点 (习惯选电路中某点而不选无穷远) 时电场力所做功的大小。

单位正电荷由 a 点移到 b 点时电场力所做的功称为 a、b 两点间的电位差, 即 a、b 间的电压, 用符号 u 表示, 即

$$u = \frac{dw}{dq} \quad (1-3)$$

习惯上把电位降落的方向 (高电位指向低电位) 规定为电压的真实方向。通常电压的高电位端标为 “+” 极, 低电位端标为 “-” 极。如果电压的大小和方向都不随时间改变, 则这种电压称为恒定电压或直流电压。用大写字母 U 表示。在这种情况下, 电场力做的功与电荷量成正比, 即

$$U = \frac{w}{q} \quad (1-4)$$

在国际单位制 (SI) 中, 电压、能量 (功) 的单位分别为伏特 (简称伏, 符号为 V) 和焦耳 (简称焦, 符号为 J)。1 伏 = 1 焦 [耳] / 库。在通信和计算机技术中常用毫伏 (mV)、微伏 (μV) 作为电压的单位, 它们的关系为

$$1\text{mV} = 10^{-3}\text{V}$$

$$1\mu\text{V} = 10^{-6}\text{V}$$

像需要为电流选定参考方向一样, 电压也需要选定参考方向 (也称参考极性)。在电路

图上用“+”表示参考极性的高电位端，“-”表示参考极性的低电位端，如图1-4(a)所示。电压的参考极性同样是任意选定的。如经过计算，电压值为正值，表示电压的参考极性与真实极性一致；如电压值为负值，则表示电压的参考极性与真实极性相反。

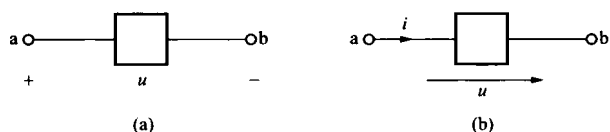


图1-4 电压的参考方向

电压参考方向也可用 u 的双下标表示，如对于图1-4(a)来说，可用 u_{ab} 表示 a 点为参考正极性端“+”，b 点为参考负极性端“-”。当 $u > 0$ 时，从 a 到 b 为电位降或电压降；当 $u < 0$ 时，从 a 到 b 为电位升或电压升。

有时也可用箭头表示电压的参考方向。如图1-4(b)所示箭头的方向是电位降落的方向。

与电流参考方向类似，电压值的正与负在设定参考方向的前提下才有意义。所以在求解电路时也必须首先选定电压的参考方向。

【例1-1】 在图1-5(a)所示的一段电路，其电压参考方向如图中所示，其波形已知如1-5(b)所示，试求： $t=2\text{ms}$ 和 $t=14\text{ms}$ 时的电压。

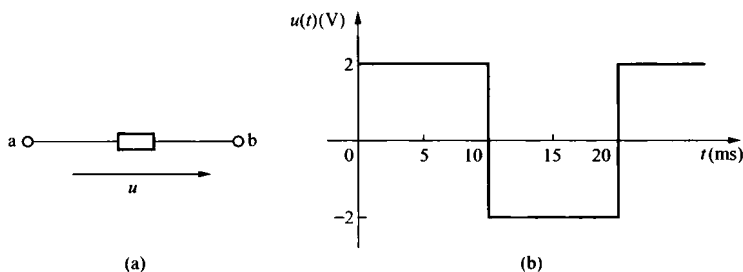


图1-5 [例1-1] 图

解 $t=2\text{ms}$ 时， $u=2\text{V}$ ，实际方向与参考方向相同。

$t=14\text{ms}$ 时， $u=-2\text{V}$ ，实际方向与参考方向相反。

在电路分析中，电流与电压的参考方向是任意选定的，两者之间独立无关。但是为了方便起见，对于同一元件或同一段电路，习惯上采用“关联”参考方向。即电流的参考方向与电压参考“+”极到“-”极的方向选为一致，如图1-6所示。当电流、电压采用关联参考方向时，电路图上只需标电流参考方向和电压参考极性中的任意一种即可。

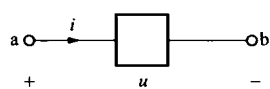


图1-6 关联参考方向

1.2.3 功率和能量

电路的基本作用之一是实现能量的传输，能量对时间的变化率称为功率，用字符 p 表示，即

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1-5)$$

在图1-7(a)中，设在 dt 时间内，有 dq 的正电荷从端口电压的“+”极移动到端口电压的“-”极时，与此电压相应的电场力要对电荷做功，电场力做功说明电能损耗，损耗的这部分电能被图1-7(a)中的电路所吸收。下面具体推导出图1-7(a)所示的二端电路吸收的电功率与其上电压和电流之间的关系。

应用式 (1-1) 和式 (1-5), 得

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i \quad (1-6)$$

可见对于如图 1-7 (a) 所示的二端电路, 当电压、电流采用关联参考方向时, 可用式 (1-6) 求取其吸收功率。若求出的功率值为正值, 表示该二端电路吸收了功率; 若求出的功率值为负值, 表示该二端电路供出了功率。

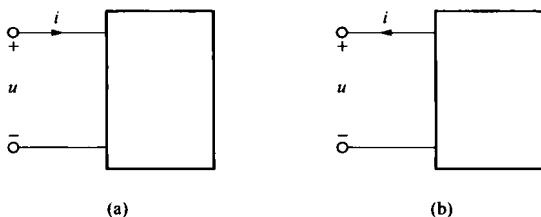


图 1-7 二端网络功率的计算方法

若二端电路的电压、电流采用非关联参考方向, 如图 1-7 (b) 所示, 则可把电压或电流看成是关联参考方向时的负值, 故电路吸收功率的公式应改为

$$P = -u \cdot i \quad (1-7)$$

根据电压、电流是否为关联参考方向, 可选用图 1-7 二端网络功率的计算方法相应的功率计算公式。但不论是式 (1-6) 还是式 (1-7) 都是按吸收功率进行运算的。若计算出功率为正值, 均表示实际吸收了功率; 若计算出功率为负值, 均表示实际发出了功率。

若二端电路为直流电路, 则电路吸收功率亦不随时间而改变。式 (1-6) 和式 (1-7) 可分别改写为

$$P = UI \quad (1-8)$$

$$P = -UI \quad (1-9)$$

在国际单位制 (SI) 中, 功率的单位是瓦特 (简称瓦, 符号为 W)。1 瓦 = 1 焦耳/秒 = 1 伏·安。

在电流和电压取关联参考方向时, 对式 (1-6) 等号两边从时刻 $t_0 \sim t$ 进行积分, 便得到电路从时刻 $t_0 \sim t$ 吸收的能量为

$$w = \int_{t_0}^t p d\tau = \int_{t_0}^t ui d\tau \quad (1-10)$$

如果电流和电压取非关联参考方向时, 则电路从时刻 $t_0 \sim t$ 吸收的能量为

$$w = \int_{t_0}^t p d\tau = - \int_{t_0}^t ui d\tau \quad (1-11)$$

根据式 (1-10) 或式 (1-11) 计算得到的能量为正值或负值, 便可以确定从时刻 $t_0 \sim t$ 电路是吸收能量还是发出能量。当 $w > 0$ 时, 说明电路是吸收能量; 当 $w < 0$ 时, 说明电路是发出能量; 能量的国际单位为焦耳 (J)。

§ 1.3 电阻元件及欧姆定律

电路元件是组成电路模型的最小单元, 电路元件本身就是一个最简单的电路模型。电路分析中的主要物理量有电压 u 、电流 i 、电荷 q 以及磁通链 Ψ 等。电阻元件的元件特性是电压与电流的代数关系 $u = f(i)$; 电容元件的元件特性是电荷与电压的代数关系 $q = g(u)$; 电感元件的元件特性是磁通链与电流的代数关系 $\Psi = h(i)$ 。

根据元件在电路中是否有能力提供电能, 电路元件分为两大类: 无源元件和有源元件。

无源元件是指在接入任一电路进行工作的全部时间范围内总的输入能量不为负值的元件。用数学式表示为

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi \geq 0 \quad (1-12)$$

式中, 电压、电流采用关联参考方向, $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ 为输入该元件的功率。这个关系式对所有的 t , 对任何电压和由此电压引起的电流都必须成立。

任何不满足这个条件的元件即为有源元件。有源元件在它接入电路进行工作的某个时间 t , 上式 $w(t) < 0$, 即供出电能。

本教材涉及的无源元件有电阻元件、电感元件、电容元件、互感元件和理想变压器元件。有源元件有独立电源、受控电源。本节将首先介绍电阻元件、电感元件、电容元件、独立电源和受控电源, 其余元件将在后面有关章节分别介绍。

电阻元件是无源二端元件, 是实际电阻器的理想化模型。

电阻元件按其伏安特性曲线是通过原点的直线还是曲线可分为线性电阻元件和非线性电阻元件, 按其特性曲线是否随时间变化又可分为时变电阻元件和非时变电阻元件。

通常所说的电阻元件, 习惯上指的是线性非时变电阻元件, 又简称电阻。其图形符号如图 1-8 所示。电压、电流在关联参考方向下, 其伏安特性曲线如图 1-9 所示。该特性曲线的数学描述为

$$u = R \cdot i \quad (1-13)$$

式 (1-13) 即欧姆定律, 也称线性非时变电阻元件的约束方程。式中, R 的数值为该直线的斜率, 是一个与电压、电流无关的常量, 称为电阻元件的电阻值, 简称电阻。式 (1-13) 表明在一定电压下电阻 R 的增大将使电流减小。可见电阻 R 是表征电阻元件阻碍电流能力大小的参量。电阻的单位为欧姆 (简称欧, 符号为 Ω), $1 \text{ 欧} = 1 \text{ 伏/安}$ 。

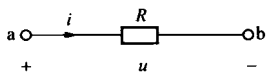


图 1-8 线性非时变电阻元件的符号

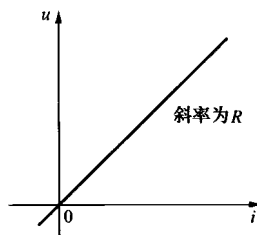


图 1-9 线性非时变电阻元件的伏安特性曲线

式 (1-13) 也可以用另一形式表示

$$i = G \cdot u \quad (1-14)$$

式中, G 称为电阻元件的电导值, 简称电导。式 (1-14) 表明: 在一定电压下, 电导的增大将使电流增大, 可见电导 G 是表征电阻元件传导电流能力大小的参量。电导的单位为西门子 (简称西, 符号为 S), $1 \text{ 西门子} = 1 \text{ 安/伏}$ 。

显然, 电阻元件的电导与电阻之间有互为倒数的关系, 即

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-15)$$

在电路分析中, 究竟用电阻还是电导来表征电阻元件, 应根据是否有利于表达式的简捷和运算方便来确定。

当电阻元件 $R \rightarrow \infty$ 或 $G=0$ 时, 其伏安特性曲线与 u 轴重合, 此时电阻元件相当于断开的导线, 称为“开路”; 当电阻元件 $R=0$ 或 $G \rightarrow \infty$ 时, 其伏安特性曲线与 i 轴重合, 此时电阻元件相当于一段理想导线, 称为“短路”。

由式 (1-13) 或图 1-9 可知: 电阻元件有一个重要特性, 就是在任一时刻, 电阻端电压 (或电流) 由同一时刻的电流 (或电压) 所决定, 而与过去的电压或电流无关。从这个意义上讲, 电阻是一种无记忆元件或称即时元件。所谓无记忆是指过去的工作经历对现在的工作无丝毫影响。

应该指出, 式 (1-13)、式 (1-14) 是电阻元件的电压、电流采用关联参考方向下欧姆定律的两种形式。若电压、电流采用非关联参考方向, 则欧姆定律应改为

$$u = -R \cdot i \quad (1-16)$$

$$i = -G \cdot u \quad (1-17)$$

当电压、电流采用关联参考方向时, 应用式 (1-7)、式 (1-13), 线性非时变电阻元件的瞬时输入功率为

$$P = ui = i^2 R = u^2 / R \quad (1-18)$$

式 (1-18) 表明: 电流通过电阻时要消耗能量。电阻元件 ($R>0$) 是一种耗能元件。

作为理想元件, 电阻元件上的电压、电流可以不受限制地满足欧姆定律。但作为实际的电阻器件如灯泡、电炉等, 对电压、电流或功率却有一定的限额。过大的电压或电流会使器件过热而损坏。因此, 在实际设计装配电路时, 不但应按所需电阻值大小来选电阻, 还应考虑电阻的额定功率。

关于非线性电阻元件将在后续章节中介绍。

§ 1.4 电容元件及其电压电流关系

在两块金属极板中间隔以绝缘介质, 就可构成一个简单的电容器 (平板电容器), 在两极板上加电压, 极板上就会分别聚集起等量异号电荷。这些等量异号的电荷在介质中形成电场, 贮存电场能量。电压去除后, 电荷将继续留在极板上, 电场因而也继续存在。因此, 电容器是一种积蓄电荷, 储存电场能量的元件。实际电容器因介质不是理想绝缘体, 往往会出现一些漏电现象, 如果不考虑这种微弱的漏电现象, 电容器就可看作是一种理想的二端元件, 称为电容元件, 电路符号如图 1-10 所示。

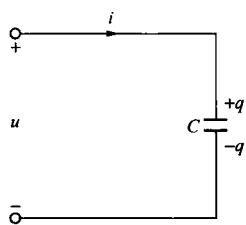


图 1-10 电容元件电路符号

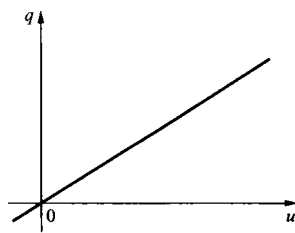


图 1-11 线性电容元件的库伏特性

当将电压 u 加在电容元件上, 极板上分别带有如图 1-10 所示的正负电荷 $+q$ 和 $-q$ 。如果电容元件上的电荷 q 和电压 u 的关系曲线在 $u-q$ 平面上是一条通过原点的直线, 如图 1-11 所

示, 则此电容元件称为线性电容元件。线性电容元件的电压 u 和电荷 q 的关系为

$$q = Cu \quad (1-19)$$

式中: C 为正实常数, 称为电容, 它与端电压 u 的大小无关, 如果电荷的单位用库仑 (C), 电压的单位用伏特 (V), 则电容的单位用法拉 (F), 简称法。实际上电容器的电容往往比 1F 小得多, 故通常用微法 (μF) 或皮法 (pF) 为单位。

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$$

$$1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$$

习惯上也常把电容元件称为电容。此外, 如无特别说明, 电容都是指线性电容。

当电容的端电压 u 发生变化时, 极板上所带有的电荷 q 也随之变动, 电荷的变动意味着电路中有电流通过, 如果选取电流的参考方向和电压参考方向一致, 如图 1-10 所示, 则有

$$i = \frac{dq}{dt}$$

将式 (1-19) 代入, 得

$$i = \frac{d}{dt}(Cu) = C \frac{du}{dt} \quad (1-20)$$

式 (1-20) 为电容元件电压和电流的基本关系式。它表明任何时刻电容中的电流与它的端电压变化率有关, 而与该时刻电压的大小无关。电压变化快, 通过的电流大, 电压变化慢, 通过的电流小。如果电压 u 恒定不变, 即直流情况下, 此时 $\frac{du}{dt} = 0$, 则虽有电压, 但无电流。故对于直流, 电容相当于开路。

在图 1-10 所示参考方向下, 当电压 u 的实际方向和参考方向一致, 且 $\frac{du}{dt} > 0$ 时, 根据式 (1-20), 这时 $i > 0$, 电流的实际方向指向正极板, 正极板上的正电荷随之增多, 这种过程称为充电; 当 $\frac{du}{dt} < 0$, $i < 0$, 电流的实际方向指向负极板, 正极板上的正电荷随之减少, 这种过程称为放电。

根据式 $i = \frac{dq}{dt}$, 电容元件的电荷 q 和电流 i 间关系也可表示为

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-21)$$

由上式可得电容电压和电流关系的另一种表示形式为

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-22)$$

式 (1-22) 表明: 在任一时刻 t , 电容电压的数值并不取决于该时刻的电流值, 而是取决于从 $-\infty$ 至 t 所有时刻的电流值, 就是说与电流的全部过程有关。所以电容对电流具有记忆作用。

式 (1-22) 也可改写为

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi$$

式中, t_0 为计时起点, 如取 $t_0 = 0$, 则上式变为

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \quad (1-23)$$

如电容在 $t = -\infty$ 时并未充电, 即电容电压的初始值 $u(-\infty) = 0$, 则

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-24)$$

任何时刻, 电容从电路中吸收的功率, 即瞬时功率为 $p = ui$, 把式 (1-20) 代入得

$$p = Cu \frac{du}{dt} \quad (1-25)$$

电容从初始时刻 t_0 至任一时刻 t 期间从电路中所吸取的能量等于这期间瞬时功率的积分

$$W_C = \int_{t_0}^t p d\xi = \int_{t_0}^t ui d\xi$$

所吸收的能量将储存在电容元件的电场内, 成为电场能量。把式 (1-25) 代入上式, 并设, 当 $t = -\infty$ 时, $u(-\infty) = 0$, 当 $t = t$ 时, $u(t) = u$, 则

$$W_C = \int_{-\infty}^t Cu \frac{du}{d\xi} d\xi = \frac{1}{2} Cu^2 \quad (1-26)$$

上式为电容从电压为零开始到建立电压 u 为止, 从电路中所吸收的能量, 由于电压为零时, 电容不可能储存任何能量, 所以上式实际上表示电容电压为 u 时元件所储存的能量, 它表明电容所储存的能量只与该时刻的电压瞬时值有关, 而与电压建立过程无关。

【例 1-2】 已知图 1-12 (a) 电容电压波形如图 1-12 (b) 所示, 设 $C=1\text{F}$, 试求电容电流 $i_C(t)$, 并画出它的波形。

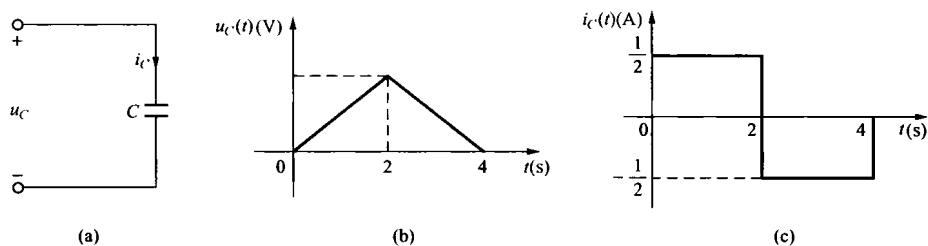


图 1-12 [例 1-2] 图

解 由电容上电压的波形写出电容电压的数学表达式

$$u_C(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t & (0 < t < 2) \\ -\frac{1}{2}t + 2 & (2 \leq t < 4) \end{cases}$$

由图 1-12 (a) 可知电流与电压在关联参考方向下

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

可以计算出电流的表达式

$$i_C(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\text{A} & (0 < t < 2\text{s}) \\ -\frac{1}{2}\text{A} & (2\text{s} < t < 4\text{s}) \end{cases}$$

画出波形如图 1-12 (c) 所示。

由图可知, 电容电流 i_C 有时为正有时为负。当 $0 < t < 2\text{s}$ 时, i_C 为正, 表明对电容充电,