

丛书总顾问 杨武▶



《奥赛王》步入“十二五”时期的最新力作
武汉、黄冈、启东一线特高级教师联袂打造
适合各种版本教材



King of the
Olympic
games
奥赛王

培优 新航标



知识+技能+方法=能力全面提升
探究+应用+创新=信心深度递增

能力 + 信心 = 成功



YZLI0890146636

七年级
数学

江苏美术出版社

丛书总顾问 杨武▶

《奥赛王》步入“十二五”时期的最新力作
武汉、黄冈、启东一线特高级教师联袂打造
适合各种版本教材



King of the
Olympic
games
奥赛王

培优 新航标



主 编: 夏永忠

副主编: 董俊峰 郑德武

编 委: 陈细平 董俊峰 范秀红 金立淑 廖荣坤 夏彦辉

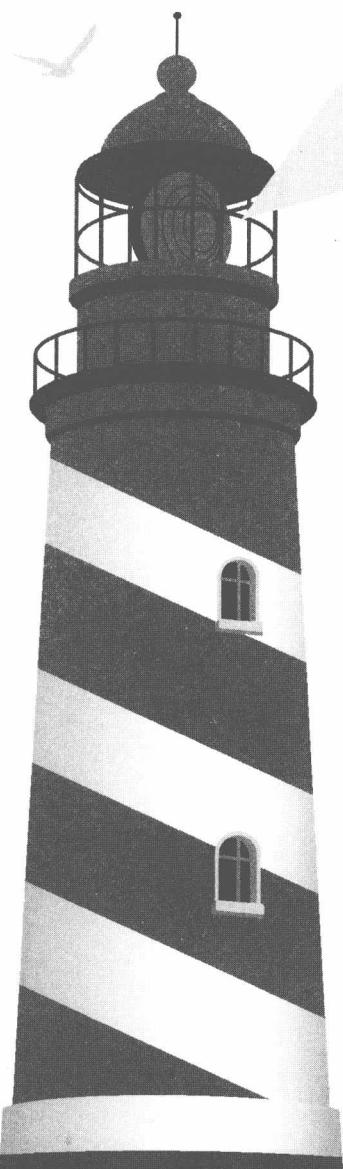
夏永忠 夏兵成 熊彦成 王 辉 张向辉 郑德武



YZL0890146536

七年级
数学

■ 江苏美术出版社



图书在版编目(CIP)数据

培优新航标·七年级数学/夏永忠主编. —南京: 江苏
美术出版社, 2011. 10
ISBN 978-7-5344-4073-1
I. ①培… II. ①夏… III. ①中学数学课—初中—教学
参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 214579 号

出 品 人 周海歌
项 目 统 筹 程继贤 周宇慧
市 场 统 筹 段 炼 刘晓东
责 任 编 辑 王林军 魏申申
特 邀 编 辑 韩 芹
装 帧 设 计 灵动策划
插 图 设 计 黄如驹
责 任 校 对 刁海裕
责 任 监 印 贲 炜

书 名 培优新航标·七年级数学
出版发行 凤凰出版传媒集团(南京市湖南路 1 号 A 楼 邮编: 210009)
凤凰出版传媒股份有限公司
江苏美术出版社(南京市中央路 165 号 邮编: 210009)
集团网址 <http://www.ppm.cn>
出版社网址 <http://www.jsmscbs.com.cn>
经 销 凤凰出版传媒股份有限公司
印 刷 南京师范大学印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 14.5
版 次 2011 年 11 月第 1 版 2011 年 11 月第 1 次印刷
标准书号 ISBN 978-7-5344-4073-1
定 价 29.80 元

营销部电话 025-68155667 68155670 营销部地址 南京市中央路 165 号 5 楼
江苏美术出版社图书凡印装错误可向承印厂调换

前 言

当前,教育改革如火如荼。在此背景下,教学方式,特别是学的方式正在受到越来越多师生的关注,对学生学习方式的研究正在深入进行。深化课改的重要理念之一便是倡导以学习者为中心的教学方式,教学中,学生应该拥有更多的学习自主权和获得更多具有活力的学习空间。畅游知识海洋的学子们迫切需要在自主学习的环境中拥有丰富的资源和学习工具。为此,我们《奥赛王》团队在深得广大读者支持和信赖的基础上,借“十二五”开局之年,发挥品牌优势,集合强势资源,精心推出这套最新力作,打造培优教辅中的新航母!

这套丛书的指导思想是,相信每一个学生都有能力学习好,做到凡学习者最终应该是合格者和成功者,从而达到培养大面积优秀者的目的。同时,我们的这套书里更有能让那些优秀者更优秀的指导和训练。我们通过能力训练与培养信心的方式,使学生学会学习,体验快乐,获得成功!这是我们这套书有别于一般者之处。全书强化知识技能的训练和科学方法的指导,使学生的素质能力全面提升;注重探究过程的体验和应用创新的拓展,使学生的信心和创造力深度递增。

丛书的主要栏目如下:

名家导航——倾听生动活泼的导语,讲述引人入胜的故事,带你步入科技前沿,关注社会热点,与大师深度对话……

知识清单——紧紧回扣教材,着力夯实基础,使你学会梳理,获取成功秘笈。

典例视窗——围绕每讲知识点,精选典型例题,揭示规律,引导方法;每道例题后配置一两道“同类尝试”习题,使你能举一反三,触类旁通;例题旁悬置灵活多变的动态栏目,指点迷津,警示误区,归纳中考竞赛热点,获取智慧锦囊,点燃思维火花……

智能升级——对每讲所学知识进行提炼和升华。通过学情的分析,课标的解读,有针对性的聚焦考点,预测考向。这是精华之所在,你领悟透了,有事半功倍之效。

实战演练——训练题成阶梯分布:“基础训练,立足课标”,“技能提升,面向中考”,“赛题链接,冲击金牌”,真题原味呈现,能力全面提升。

另外,本书还利用页脚设置了“轻松一刻”栏目,每则内容不同,正反问答相应,可谓匠心独

具,使你在紧张的遨游涉猎之余能有片刻轻松。

丛书彰显了以下特色:

人文性——本书在每一细微之处无不渗透人文关怀。在编排体例、材料选取、方法指点、语言表述诸方面都是以兴趣为原点,激发读者学习信心和动力。“名家导航”“轻松一刻”能让你感受学习的奇妙与乐趣,“共勉阁”“名师堂”“智慧锦囊”让你受益无穷。

自主性——本书为学生的自主学习提供友好的平台。“知识清单”“同类尝试”“实战演练”“期中(末)训练营”,循序渐进,分级落实;六四对照分栏的创新设计,左栏基础讲解,右栏深入总结,技巧要领齐备,思维训练科学。

基础性——每个学科对各年级知识点进行了有机整合,分专题解读。知识系统化,训练科学化,目标合理化。重难点知识剖析到位,方法规律总结全面。

前瞻性——本书转变了过去以知识立意为导向,而是以发展能力为导向。注重培养《课程标准》提出的三维目标,培养信息时代所需要的新素质。选材紧跟时代,贴近生活,关注前沿,捕捉热点,能力培养到位。

权威性——本书汇聚了众多一线名师多年积累的心血智慧,邀请到许多中考命题专家、全国奥赛金牌教练的积极参与,对最新考纲进行权威解读,让最新资源在书中全真展现。

有效性——本书的创作团队对各版本的教材都有深入的了解,对各地的学情展开了充分的调研,加之从策划、撰稿、审稿到校对诸环节严格把关,书中分享的信息把握精准,考点指向明确。所以本书阅读的群体广,在各地的同步训练、培优竞赛辅导中都非常实用有效。

我们相信,本书一定能给你带来一份惊喜,引导你在驶入知识海洋的航程中,披荆斩棘,乘风破浪,顺利到达成功的彼岸!

尽管我们工作认真负责,但由于时间紧,任务重,编写过程中疏漏和不当之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

2011年6月于黄冈

目 录

| | |
|--------------------------|------|
| 第一讲 正负数中看应用 | (1) |
| 第二讲 数轴——数形结合入门 | (6) |
| 第三讲 绝对值 | (11) |
| 第四讲 有理数的运算 | (17) |
| 第五讲 用字母表示数 | (25) |
| 第六讲 整式的加减 | (31) |
| 第七讲 从数到式——归纳猜想入门 | (38) |
| 第八讲 一元一次方程的解法 | (46) |
| 第九讲 一元一次方程的应用 | (55) |
| 第十讲 方程思想初探 | (64) |
| 第十一讲 绝对值方程——分类讨论入门 | (70) |
| 第十二讲 丰富的图形世界 | (75) |
| 第十三讲 直线、射线、线段 | (81) |
| 第十四讲 角 | (88) |
| 第十五讲 相交线 | (95) |

| | |
|----------------------------|-------|
| 第十六讲 平行线 | (102) |
| 第十七讲 平移——图形变换入门 | (109) |
| 第十八讲 平面直角坐标系 | (116) |
| 第十九讲 三角形的边与角 | (123) |
| 第二十讲 多边形的边和角 | (130) |
| 第二十一讲 二元一次方程组 | (136) |
| 第二十二讲 消元思想初探 | (142) |
| 第二十三讲 二元一次方程组的应用 | (150) |
| 第二十四讲 一元一次不等式(组) | (158) |
| 第二十五讲 一元一次不等式(组)综合运用 | (165) |
| 第二十六讲 一元一次不等式(组)的应用 | (171) |
| 第二十七讲 数据的收集、整理与描述 | (179) |
| 第二十八讲 面积问题(一)——面积计算 | (188) |
| 第二十九讲 不定方程 | (195) |
| 第三十讲 奇数与偶数 质数与合数 | (201) |
| 七(上)培优训练营 | (206) |
| 七(下)培优训练营 | (209) |
| 参考答案 | (212) |



第一讲 正负数中看应用

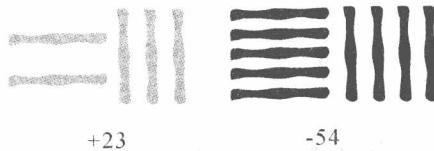
名家导航

陈景润，著名数学家，1953年5月22日生于福建省福州市，1996年3月19日在北京因病逝世。1953年毕业于厦门大学数学系。由于他对塔里问题的一个结果作了改进，受到华罗庚的重视，被调到中国科学院数学研究所工作，先任实习研究员、助理研究员，再越级提升为研究员，并当选为中国科学院数学物理学部委员。1996年，他攻克了世界著名数学难题“哥德巴赫猜想”中的(1+2)，创造了距摘取这颗数论皇冠上的明珠(1+1)只是一步之遥的辉煌。这一结果国际上誉为“陈氏定理”，受到广泛征引。他研究哥德巴赫猜想和其他数学论题的成就，至今仍然在世界上遥遥领先。

中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数，在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负，在古代农业活动中，以增产为正，减产为负。

著名的中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减运算法则。书中涉及用不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负），并给出名为“正负术”的算法。



知识清单

- 大于_____的数叫做正数。
- 在_____数的前面加上_____号的数叫做负数。
- 数_____既不是正数，也不是负数。
- 用正、负数表示具有_____意义的量。
- 习惯上把“盈利、收入、上升、上涨、买进、零上”等具有向上意义的量用_____表示，而把“亏损、支出、下降、下跌、卖出、零下”等具有_____意义的量用_____表示。

典例视窗

例1 用正数和负数表示下列具有相反数意义的量：

- 盈利 8000 元和亏损 2500 元；
- 进口 300 箱和出口 200 箱；
- 高出水库正常水位 10 米与低于水库正常水位 8 米；
- 赢得 3 场比赛，输 4 场比赛。

[点击突破口] 解决本题关键是把相反意义的量中一个记作正数，另一个记作负数。通常把与盈利、进口、高出、赢等有关的量用正数表示，而把与亏损、出口、低于、输等有关的量用负数表示。

[完全解答] (1) 盈利 8000 元，记作 +8000 元，那么亏损 2500 元记作 -2500 元；

◎名师堂◎

数的产生与发展离不开生活和生产的需要。

轻松一刻：

老师问学生：“6 乘 9 等于多少？” “54。”

“对了。9 乘 6 呢？” “45。”

“.....”

- (2) 进口 300 箱记作 +300 箱,那么出口 200 箱则记作 -200 箱;
 (3) 高出水库正常水位 10 米记为 +10 米,那么低于水库正常水位 8 米则记作 -8 米;
 (4) 赢 3 场比赛记作 +3 场,那么输 4 场比赛则记作 -4 场.

【同类尝试】

1. (2010·金华中考)如果 +3 吨表示运入仓库的大米吨数,那么运出 5 吨大米表示为()
 A. -5 吨 B. +5 吨 C. -3 吨 D. +3 吨
2. (2010·广东中考)如果全班某次数学测试的平均成绩为 83 分,某同学考了 85 分,记作 +2 分,那么得分 90 分和 80 分应分别记作_____.

例 2 下列判断正确的个数是()

- ① 加正号的数是正数,加负号的数是负数;
 - ② 任一个正数,前面加上“-”号,就是一个负数;
 - ③ 0 是最小的正数;
 - ④ 大于零的数是正数;
 - ⑤ 字母 a 既是正数,又是负数.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

[点击突破口] 按正负数的概念及注意点判断.

[完全解答] ① 加正号的数不一定是正数,如 + a ,关键是 a 是什么数,同样加负号的数不一定是负数,注意: +0 = -0 = 0,故①不正确.

- ② 正确,符合负数定义.
- ③ 因 0 既不是正数,又不是负数,故③不正确
- ④ 正确,符合正数的定义.

⑤ 字母 a 是数,可以是正数,也可以是负数,但不可能既是正数又是负数,这样的数不存在,故⑤不正确.

综上所述,仅②、④正确,故选 C.

【同类尝试】

3. (陕西中考)下列说法正确的是()
- A. 向东走 -60 米表示向南走 60 米.
 B. 节约 50 元与浪费 -40 元是具有相反意义的量
 C. 甲比乙大 -3 岁,表示乙比甲小 3 岁
 D. -3°C 表示零下 3°C

例 3 (威海市中考)某项科学的研究以 45 分钟为一个时间单位,并记每天上午 10 时以前记录为负,10 时以后记录为正.例如 9:15 记为 -1,10:45 记为 1 等,依次类推,上午 7:45 应记为_____,12:15 应记为_____.

[点击突破口] 先找出时间差,再除以 45,然后依正负规定记数.

[完全解答] 上午 7:45 到上午 10 时共 135 分钟,故 $135 \div 45 = 3$,又 10 时以前记录为负数,故 7:45 应记为 -3,同理,12:15 应记为 3.

【同类尝试】

4. (2010·山西)北京与纽约的时差为 -13(负号表示同一时刻纽约时间比北京时间晚).如果现在是北京时间 15:00,那么纽约时间是_____.

◎指点迷津◎

相反意义的量是成对出现的,单独一个量不能成为相反意义的量,与一个量成相反意义的量不止一个,如盈利 8000 元,与它意义相反的量就很多,如亏损 8000 元、亏损 400 元、亏损 3.25 元……都是.这就是说,具有相反意义的量,只要求意义相反,而不要求数量一定相等.

◎名师堂◎

关于相反意义的量要认清的几点:①意义相反,②具有数量,③并不是任何一个量都具有相反意义的量.

◎警示误区◎

用正负数表示相反意义的量时,易丢掉单位.

◎热点探讨◎

零的认识

1. 它不是正数.
2. 它不是负数.
3. 它是最小自然数.
4. 它是偶数.
5. 它可以表示没有.
6. 它也表示有一定数量.如 0°C, 海拔 0 米等等.

2 轻松一刻:

时间

在一堂数学课上,老师问同学们:“谁能出一道关于时间的问题?”

话音刚落,有一个学生举手站起来问:“老师,什么时候放学?”

第一讲 正负数中看应用

5. (希望杯·初一) 在时钟上, 把时针从钟面数字“12”按顺时针方向拨到“6”记作拨了 $+\frac{1}{2}$ 周, 若拨了 $-\frac{1}{3}$ 周后, 该时针所指的钟面数字是_____.

◎赛点关注◎

常用公式: $1+2+3+\dots+n=\frac{(1+n)n}{2}$

- 例 4 (第 20 届“迎春杯”试题) 将 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$ 按一定规律排成下表, 按此规律第 199 行自左向右第 7 个数是_____.

| | | | | | | | |
|-------|---|----------------|--|-----------------|--|----------------|-----|
| 第 1 行 | 1 | | | | | | |
| 第 2 行 | | $-\frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{3}$ | | | |
| 第 3 行 | | $-\frac{1}{4}$ | | $\frac{1}{5}$ | | $-\frac{1}{6}$ | |
| 第 4 行 | | $\frac{1}{7}$ | | $-\frac{1}{8}$ | | $\frac{1}{9}$ | |
| 第 5 行 | | $\frac{1}{11}$ | | $-\frac{1}{12}$ | | $\frac{1}{13}$ | |
| | | | | $-\frac{1}{14}$ | | $\frac{1}{15}$ | |
| | | | | | | | ... |

[点击突破口] 观察每行最后一个分母的规律, 是解题关键.

[完全解答] 观察各数知: 分子都是 1; 当分母是奇数时这个数为正, 当分母为偶数时, 这个数为负; 每行最后一个分母满足 $1+2+3+\dots+n$ (n 表示第 n 行).

故第 198 行最后一个数为 $\frac{1}{19701}$, 故第 199 行自左向右第 7 个数为 $-\frac{1}{19708}$.

【同类尝试】

6. (恩施) 观察数表

| | | | | | | | |
|---|----|----|-----|----|----|---|--|
| 1 | | | | | | | |
| 1 | -1 | | | | | | |
| 1 | -2 | 1 | | | | | |
| 1 | -3 | 3 | -1 | | | | |
| 1 | -4 | 6 | -4 | 1 | | | |
| 1 | -5 | 10 | A | 5 | -1 | | |
| 1 | -6 | 15 | -20 | 15 | -6 | 1 | |

根据表中数的排列规律, 则字母 A 所表示的数是_____.

7. 找规律: 如图 1-1 请根据下面数字的排列规律, 探索下列问题:

- 在 A 处的数是正数还是负数?
- 正数排在 A、B、C、D 中的什么位置?
- 第 2010 个数是正数还是负数? 排在对应于 A、B、C、D 中的什么位置?

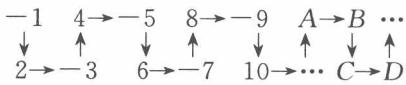


图 1-1

智能升级

为了表示生活中相反意义的量,产生了正负数.因此我们以后思考数的问题时,要分两部分考虑——符号部分与数值部分.

实战演练

◆ 基础训练·立足课标 ◆

1. (2010·广西)下列说法中正确的是()
 A. 一个数不是正数,就是负数
 B. 带负号的数是负数
 C. 0°C表示没有温度
 D. 若 a 是正数,则 $-a$ 一定是负数
2. (大连)某水井水位最低时低于水平面 5m,记为 -5m,最高时低于水平面 1m,则水井水位 hm 中 h 的取值范围是_____.
3. 快餐面包装袋上标出 $200g \pm 2g$,说明标准质量为_____,最多超出标准质量为_____,最低质量为_____.
4. 体育课上,对七年级(1)班的女生进行了仰卧起坐的测试,以能做 24 个为标准,超过的个数用正数表示,不足的个数用负数表示,其中 10 名女生的成绩如下:5, -2, -1, 3, 0, 0, 0, 7, -5, -1. 则这 10 名女生中达标的人数是_____.
5. 小明在超市买了一袋面粉,面粉袋上标有质量为 (25 ± 0.3) 千克的字样,请问“ ± 0.3 千克”表示什么意义?小明拿去称了一下,发现只有 24.8 千克,问面粉厂有没有欺诈行为?

D.“该花在温度为 $20 \pm 2(^{\circ}\text{C})$ 时发芽”的含义是该花只在 20°C 至 22°C 之间才能发芽

7. (2010·泉州)下列语句中错误的是()
 A. 前进-20m 表示后退 20m
 B. 收入-3 万元的意义是收入减少 3 万元
 C. 存款的相反意义是取款
 D. 公元前-100 年的意义是公元后 100 年
8. 某粮店出售的三种品牌的面粉袋上分别标有质量为 $(25 \pm 0.1)\text{kg}$, $(25 \pm 0.2)\text{kg}$, $(25 \pm 0.3)\text{kg}$ 的字样,从中任意拿出两袋,它们的质量最多相差()
 A. 0.8kg B. 0.6kg
 C. 0.5kg D. 0.4kg
9. 2010 年广州亚运会组委会选拔开幕仪仗队员,按规定男仪仗队员的标准身高为 176cm,高于标准身高记录为正,低于标准身高记录为负,现有参选队员 5 个,量得他们的身高后,分别记录为-8cm, 6cm, -3cm, -2cm, 6cm, 若实际选拔男仪仗队员的标准身高为 170~180cm,那么上述 5 人中有几个可以入选?假设将标准放宽为 165~180cm,那么上述 5 人中又有几个能够入选?

◆ 技能提升·面向中考 ◆

6. (2010·德阳)下列说法中错误的是()
 A. 0 既是整数,也是自然数
 B. 增加-5 元表示减少 5 元
 C. 在一场足球比赛中,甲队与乙队成绩为 3:1,则甲队净胜球为+2 球,乙队净胜球为-2 球

10. 下列有规律的两组数:
 ①2, -4, 6, -8, 10, -12, ...
 ②2, -6, 12, -20, 30, -42, ...

4 轻松一刻:

计算器

数学考试的考场上,同学们用计算器演算各种试题。这时突然从考场的一个角落里传来了一声惊呼:“天哪,我怎么把家里的遥控器带来了!”

第一讲 正负数中看应用

- (1)这两组数的第 8 个数分别为 _____ 和 _____ ;
 (2)分别写出这两组数的第 n 个数(n 为正整数,
 用含 n 的式子表示)

13. 有 A 、 B 、 C 、 D 四个足球队进行单循环比赛, 赛了若干场后, A 、 B 、 C 三队的情况如下:

| | 场数 | 胜 | 负 | 平 | 进球 | 失球 | 净胜球 |
|-----|----|---|---|---|----|----|-----|
| A | 3 | 2 | 0 | 1 | 2 | 0 | |
| B | 2 | 1 | 0 | 1 | 4 | 3 | |
| C | 2 | 0 | 2 | 0 | 3 | 6 | |

- (1)请把表格中最后一列补充完整;
 (2)根据这个表格, 请推出 D 队与 A 、 B 、 C 队的
 比分.

◆ 链接赛题 · 冲击金牌 ◆

11. (2010·广东初赛) 将 2010 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, 再减去余下的 $\frac{1}{5}$, …, 依此类推, 直到最后减去余下的 $\frac{1}{2010}$, 最后结果是多少?

12. (第 19 届“迎春杯”试题) 一串数 $\frac{1}{1}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \dots$

(1) $\frac{7}{11}$ 是第几个数?

(2) 第 400 个数是多少?

★知识清单与同类尝试答案★

【知识清单】

1. 零 2. 正 负 3. 0 4. 相反
 5. 正数 向下 负数.

【同类尝试】

1. A 2. +7 分和 -3 分 3. D
 4. 2:00 点拨: 将 15:00 加上 -13 个小时
 5. 8 点拨: $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$, 则 $-\frac{1}{3}$ 周指向 8 点
 6. -10 点拨: 依据杨辉三角中数据关系, 结合符号规律求解
 7. (1) 正数 (2) A 与 C 的位置 (3) 正数, C 的位置.
 (提示: $2010 \div 4 = 502 \dots 2$)



第二讲 数轴——数形结合入门



名家导航

数学大师，中国人。他为中国数学的发展作出了无与伦比的贡献，他在解析数论方面的成就尤其广为人知，国际间颇具盛名的“解析数论学派”即华罗庚开创的学派，该学派对于质数分布问题与哥德巴赫猜想作出了许多重大贡献。他在多元复变数函数论方面的卓越贡献，更是影响到了世界数学的发展。他就是一个天才出自勤奋的故事，这是因为他的勤奋，所以称为天才，这两者是密不可分的。



名人名言

华罗庚

数缺形时少直观，形缺数时难入微。

——华罗庚

知识清单

1. 规定了_____、正方向和单位长度的_____叫数轴。

2. 数轴的画法

(1) 画水平方向的直线，向_____方向为正方向，并标出箭头。

(2) 在数轴上取一点，作为原点。

(3) 选适当的长度为单位长度，并标出相应数： $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ，标数时根据方向，原点_____为负数，右侧为_____数，从左至右数依次增加，且要标的数通常写在数轴对应点的_____方。

3. 相反数的意义

(1) 几何意义：在数轴上分别在原点的两旁，到原点距离_____的两个点所表示的两个数互为相反数。

(2) 代数意义_____符号不同的两个数互为相反数。0的相反数是0。

4. 相反数的表示及求法

在任意一个数前面添上“—”号，就表示原数的_____，即数 a 的相反数用 $-a$ 表示，其中 a 可以是正数、0和负数。

典例视窗

例 1 A 点对应的数为 1，分别把 A 点向右移动 2 个单位到 B 点，B 点对应的数是什么，把 B 点向左移动 4 个单位到 C 点，C 点对应的数是多少？你能用数学式子表示吗？

[点击突破口] 找出对应的数不难，难的是用数学式子表示。结合数轴向右移与数轴方向一致，是正方向，可视为加上一个数；向左移与数轴方向相反，是负方向，可视为减去一个数或加上一个负数。

[完全解答] 如图 2-1. A 点对应的数为

1，向右移 2 个单位到 B 点，B 点对应的数是 3.

A 点到 B 点的移动与数轴的正方向一致，应为

正，用数学式子表示为： $1 + (+2) = 3$. B 点左移

4 个单位到 C 点，不难发现 C 点对应的数为 -1，向左移动与数轴方向相反，相当于加上 (-4)，用数学式子表示为： $3 + (-4) = -1$.

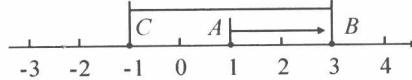


图 2-1

6

轻松一刻：

应用数学

报告成绩用加法，接受任务用减法，计算报酬用乘法，检查错误用除法。

第二讲 数轴——数形结合入门

【同类尝试】

1. 在数轴上点 A 表示的数为 x , 点 B 在点 A 的右边离 A 有 5 个单位长度, 若 B 点表示的数为 $2x+3$, 求 x 的值.

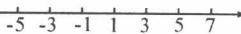
◎警示误区◎

画数轴常见错误如图 2-2.

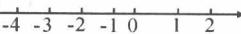
①没有方向



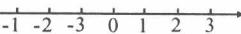
②没有原点



③单位长度不统一



④负数的排列错误



例 2 若 $a < 0, b > 0, a+b < 0$, 则下列关系中正确的是()

- A. $a > b > -b > -a$
B. $a > -a > b > -b$
C. $b > -a > -b > a$
D. $-a > b > -b > a$

〔点击突破口〕 可先在数轴上画出 a, b , 再画出 $-a, -b$, 即可比较四个数的大小.

〔完全解答〕 由 $a < 0, b > 0$, 知 a 为负数, 在数轴上原 点左边, b 为正数, 在原点右边.

图 2-3

而 $a+b < 0$, 所以表示数 a 的点离原点的距离比表示数 b 的点离原点的距离远. 根据相反数在数轴上的特点, $a, b, -a, -b$ 在数轴上如图 2-3 所示. 故选 D.

【同类尝试】

2. 数 a, b, c, d 所对应的点 A、B、C、D 在数轴上的位置如图 2-4 所示, 那么 $a+c$ 与 $b+d$ 的大小关系是()



图 2-4

- A. $a+c < b+d$
B. $a+c = b+d$
C. $a+c > b+d$
D. 不确定

例 3 有一座三层楼房不幸起火, 一位消防员搭梯子爬往三楼去抢救一个小孩, 当他爬到材料梯子正中一级时, 二楼窗口喷出火来, 他就往下退了 3 级, 等到火过去了, 他又向上爬了 7 级, 这时屋顶有两块砖掉下来, 他又往下退了 2 级, 幸好没打着他, 他又向上爬了 8 级, 这时他距离梯子最高层还有一级, 问这个梯子共有几级?

〔点击突破口〕 利用数轴, 可把梯子正中一级定为原点, 上爬为正, 后退为负.

〔完全解答〕 把梯子看成一条数轴, 正中一级定为原点为 O , 则依题意, 正中一级上方有 $-3+7-2+8+1=11$ 级, 又正中级下方有 11 级, 故梯子一共有 $11+1+11=23$ (级).

【同类尝试】

3. 如图 2-5, A 是硬币圆周上一点, 硬币与数轴相切于原点 O (A 与 O 点重合). 假设硬币的直径为 1 个单位长度, 若将硬币沿数轴正方向滚动一周, 点 A 恰好与数轴上点 A' 重合, 则点 A' 对应的数是_____.

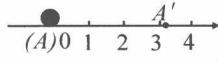


图 2-5

◎思维亮点◎

利用数轴来比较大小, 在常规考试中经常用到, 在竞赛中也是屡见不鲜. 这种方法是先确定数所在位置, 再利用数轴直接看出大小关系.

4. 如图 2—6 所示,按下列方法将数轴的正半轴绕在一个圆(该圆周长为 3 个单位长,且在圆周的三等分点处分别标上了数字 0、1、2)上:先让原点与圆周上数字 0 所对应的点重合,再将正半轴按顺时针方向绕在该圆周上 1、2、0、1…所对应的点重合.这样,正半轴上的整数就与圆周上的数字建立了一种对应关系.

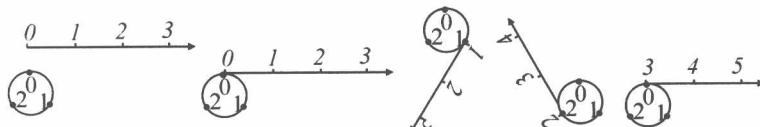


图 2—6

- (1) 圆周上的数字 a 与数轴上的数 5 对应,则 $a=$ _____;
 (2) 数轴上的一个整数点刚刚绕过圆周 n 圈(n 为正整数)后,并落在圆周上数字 1 所对应的位置,这个整数是 _____(用含 n 的代数式表示).

例 4 (2010·广西初赛)已知数轴上有 A、B 两点,A、B 之间的距离为 1,点 A 与原点 O 的距离为 3,那么点 B 对应的数是 _____.

[点击突破口] 此题可先确定点 A 的位置,再确定点 B 的位置,充分考虑 A、B 两点的多种位置关系.

[完全解答] 点 A 到原点 O 的距离为 3,故点 A 表示的数为 3 或 -3,因为 A、B 之间的距离为 1,当点 A 表示的数为 3 时,点 B 表示的数是 2 或 4;当点 A 表示的数为 -3 时,点 B 表示的数是 -2 或 -4,故点 B 对应的数是 2 或 4 或 -2 或 -4.

【同类尝试】

5. (第 17 届江苏竞赛)数轴上有 A、B 两点,若点 A 对应的数是 -2,且 A、B 两点的距离为 3,则点 B 对应的数是 _____.
 6. (“CASIO 杯”河南省竞赛题)在数轴上,N 点与 O 点的距离是 N 点与 30 所对应点之间的距离的 4 倍,那么 N 点表示的数是多少?

7. (北京市“迎春杯”数学试题)已知数轴上有 A、B 两点,A、B 之间的距离为 1,点 A 与原点的距离为 3,求所有满足条件的点 B 与原点 O 的距离的和.

◎中考热点◎

借助于数轴把应用问题数字化,直观化,然后利用图形结合知识来解题,体现了一种数学建模思想,这也是近年来中考热点.

◎指点迷津◎

对某些条件较宽或限制条件较隐蔽的数学问题,往往不能(或较难)以统一的形式解答,此种情况下,必须在所给条件下,把问题划分成若干个与其等价的小问题,然后逐个讨论,综合结果,这种解题方法称为分类讨论.

一般需分类讨论的情形:

- ① 已知条件表述不明;
- ② 图形位置或形状不确定.

智能升级

本节中用数轴表示数,体现了数形结合的思想.

数学是研究数和形的学科,代数是研究数的问题,几何是研究图形问题.近代数学往往把数和形联系起来研究,常常用代数的方法处理几何问题,也常常借助于几何图形来研究代数问题,寻找解题思路,实现数和形和谐的统一.

数形结合的关键是建立数和形的联系,数轴是可利用的有力工具,从数形结合的思想出发,将在后面的新知识的学习中得以体现,通过学习能使数形结合成为解决数学问题的自觉意识.

实战演练

◆ 基础训练·立足课标 ◆

1. 下列说法正确的是()
- 数轴上一个点可以表示不同的有理数
 - 数轴上有两个不同的点表示同一个有理数
 - 任何一个有理数都可以在数轴上找到与它对应的唯一一点
 - 有的有理数不能在数轴上表示
2. (2010·内江市)数轴上 A、B 两点分别表示数 -1、2, 点 C 是 AB 中点, 则点 C 表示的数为_____.
3. 从数轴上观察大于 -3 且不大于 3 的整数是_____.
4. 一个数在数轴上所对应的点向左移 6 个单位后, 得到它的相反数的点, 则这个数是()
- 3
 - 3
 - 6
 - 6
5. 如图 2-7, 点 A 表示 -2, 任何相邻两点之间的距离都是一个单位长度.

- ①标出数轴上的原点和 B 点的相反数 C 点;
②指出 B、C 点表示的数.



图 2-7

6. (1) 如图 2-8, 数轴上 A、B 两点所表示的有理数的和是_____.
- (2) 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图 2-9 所示, 则下列结论正确的是()

- $a+b > 0$
- $a-b > 0$
- $ab > 0$
- $\frac{a}{b} > 0$

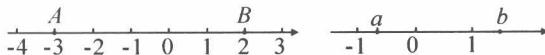


图 2-8

图 2-9

7. (2010·江西) 数轴上表示整数的点称为整点, 某数轴的单位长度是 1cm, 若在这个数轴上随意画出一条长 2011cm 的线段 AB, 则线段 AB 盖住的整点有_____个.

8. (2010·鄂州市) 在数轴上 A 点和 B 点所表示的数分别为 -2 和 1, 若使 A 点表示的数是 B 点表示的数的 3 倍, 应将 A 点()

- 向左移动 5 个单位
- 向右移动 5 个单位
- 向右移动 4 个单位
- 向左移动 1 个单位或向右移动 5 个单位

9. 一滴墨水洒在一个数轴上, 根据图中标出的数值, 可以判定墨迹盖住的整数个数是()

- 285
- 286
- 287
- 288

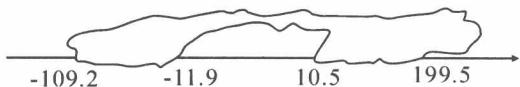


图 2-10

10. 一个动点 M 从数轴上距离原点 4 个长度单位的位置向右运动 2 秒, 到达 A 点后立即返回, 又运动 7 秒钟到达 B 点, 若动点 M 运动的速度为每秒 2.5 个长度单位, 求此时 B 点在数轴上所表示的数.

◆ 技能提升·面向中考 ◆

11. 如图 2-11, 工作流程线上 A、B、C、D 处各有 1 名工人, 且 $AB=BC=CD=1$, 现在工作流程线上安排一个工具箱, 使 4 个人到工具箱的距离之和最短, 则工具箱的安放位置是_____.

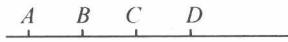


图 2-11

- 12.(第18届江苏省竞赛题)如图2-12,数轴上线段 $MO(O$ 为原点)的七等分点 A,B,C,D,E,F 中,只有两点对应的数是整数,点 M 对应的数 $m>-10$,那么 m 可以取的不同值有_____个, m 的最小值为_____.



图2-12

- 13.(2011·七年级希望杯大赛)小明和小玉热爱科学,他们各自设计制作了一个机器人,两个机器人在直道上移动,移动速度分别是10cm/分和20cm/分,若它们相距30cm,同时开始移动.3分钟后,它们相距的最大距离是多少?最小距离是多少?

★知识清单与同类尝试答案★

【知识清单】

1. 原点 直线 2.(1)右侧 (3)左侧 正 下
- 3.(1)相等 (2)只有 4. 相反数

【同类尝试】

1. 解:由题知点 B 表示的数可表示为 $x+5$,又 B 表示的数为 $2x+3$,故 $x+5=2x+3$,则 $x=2$.
2. A 点拨:由数轴知 $a < d, c < b$
3. π 点拨: OA' 长度为圆的周长
4. (1)2 (2) $3n+1$ 点拨:依题意知,数轴上的数与圆周上的三个数进行循环对应.故知数轴上的数被3整除的对应0,被3整除余1对应1,被3整除余2的对应2.
5. -5或1.
6. 24与40.可知 N 在数轴位置有两种,再分别列方程可求 N 点表示的数.
7. 因为点 A 与原点的距离为3,所以点 A 表示的数为3或-3,因为点 B 与点 A 的距离为1,所以点 B 表示的数为2或4、-4或-2,因此所有满足条件的点 B 与原点 O 的距离的和为 $2+4+|-4|+|-2|=12$.

10

轻松一刻答案:

只要将7个圆环都拴在1个圆环上

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com