 高等学校现代统计学系列教材

# 试验设计 与建模

方开泰 刘民千 周永道

**Design and Modeling  
of Experiments**

高等学校现代统计学系列

**Design and Modeling of Experiments**

# 试验设计与建模

Shiyan Sheji yu Jianmo

方开泰 刘民千 周永道



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

## 内容提要

本书阐述了各试验设计方法的统计思想、设计的构造方法及建模技术,系统地介绍了包括因子试验设计、正交试验设计、最优回归设计、均匀试验设计、计算机试验的设计、序贯设计及混料试验设计等常用的试验设计方法。在内容上既考虑到工科和农科在应用上的需要,又考虑到理科特别是统计学专业对理论的要求,注重实际方法的应用,并兼顾试验设计的理论研究。

本书可作为高等院校统计学专业及有关专业本科生的教材,也可供实验工作者、相关专业的研究生和教师参考,还可供从事市场、金融、社会科学、政策决策的问卷调查设计人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

试验设计与建模/方开泰,刘民千,周永道编著. —北京:高等教育出版社,2011.6

ISBN 978-7-04-031415-1

I. ①试… II. ①方… ②刘… ③周… III. ①试验设计-高等学校-教材 ②建模系统-高等学校-教材 IV. ①TB21 ②TB114.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第062140号

策划编辑 李蕊  
责任绘图 于博

责任编辑 董达英  
责任校对 俞声佳

封面设计 赵阳  
责任印制 刘思涵

版式设计 张杰

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100120

印刷 唐山市润丰印务有限公司

开本 787×960 1/16

印张 20.25

字数 370 000

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landaco.com>

<http://www.landaco.com.cn>

版次 2011年6月第1版

印次 2011年6月第1次印刷

定价 31.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 31415-00

# 总 序

---

统计学是一门独立的学科,在历史上曾隶属于数学。统计学与数学相比有其自身的特点和要求,这些特点表现为:(1) 统计学研究的是随机现象,而数学研究的是确定性的规律;(2) 统计学是一门应用性很强的学科,许多概念和原理来自于实际的需要,不是数理逻辑的产物;(3) 数据在统计学中扮演了重要的角色。

在过去的 30 年中,随着天文学、生物遗传学、医学、金融学等的发展,产生了许多新的统计学分支,如风险管理、数据挖掘、基因芯片分析等。此外,计算机及其有关软件在统计教育和应用中扮演了越来越重要的角色,目前有很多流行的统计软件包,它们提供的越来越多的图形表达和分析的方法,使得许多原有教科书中某些曾被视为重要的内容,现在已变得无足轻重,统计教育只有通过改革才能适应高速发展的新形势。

统计教育可分为两大类,一类是统计学专业的教学设计,另一类是非统计学专业的课程。非统计学专业的学生学习统计的目的是为了应用,在大学阶段,课程不多,主要是学习最基础的统计概念和方法,学会使用统计软件,培养其解决实际问题的能力。统计学专业的课程设置十分重要,应向国际靠拢,对教师队伍的要求也较高。虽然这两类学生的教育有很多共同点,但在课程设置中必须加以区分。

我国的统计教育在过去受苏联的影响很深,把统计学作为数学的一个分支,在内容上偏理论,少应用,过于强调概率论在统计中的作用。统计是一门应用性很强的学科,应从实际问题,从数据出发,通过统计的工具来揭示数据内部的规律。用“建模”的思路来教统计,使学生能更容易地理解统计的概念和方法,知道如何将实际问题抽象成统计模型,反过来又指导实践。对于统计学专业的学生,要培养学生对实际问题的建模能力。有些实际问题可直接应用现有的统计方法来解决,如问卷调查的统计分析。有些问题在初次接触时并不像一个统计问题,必须有一定的统计修养和洞察力,才能从中发掘出统计模型。要培养学生的这种能力,在授课中需要结合较多的应用例子,要求学生做案例研究,鼓励学生参加建模比赛,参加企业的实际项目。对非统计学专业的学生,要强调统计的应用。学生要能熟练地使用至少一种统计软件包,能在具体案例的学习过程中,领会统计的思想和方法,并在实际中加以应用。

为满足我国统计教育发展的需要,我们计划编写一套面向高校本科生的、特别面向一般院校,包括统计学专业和非统计学专业适用的系列教材。系列教材的

编写宗旨是：突出教学内容的现代化，重视统计思想的介绍，适应现代统计教育的特点及时代发展的新要求；重统计思想的阐述，轻数学证明的推导；强调真实案例分析，以统计软件为支撑，从数据出发，注重统计知识的应用；内容简明扼要，生动活泼，通俗易懂。系列教材分为两个方向，一个面对统计学专业，另一个面对非统计专业和应用统计工作者。

以上是我们编写这套教材的背景与理念，希望得到读者的支持，特别是高校领导和教学一线的统计教师的支持。我们希望使用这套教材的师生和读者多提宝贵意见，使教材不断完善。

高等学校现代统计学系列教材编委会

# 前 言

---

科学试验是人们认识自然、了解自然的重要手段，特别是高科技的发展，更是离不开科学试验。许多科学规律都是通过科学试验发现和证实的。从孟德尔的豌豆试验奠定了遗传学的基础到通过试验来验证爱因斯坦的广义相对论、物质和能量的相互转换，试验设计都起了关键的作用。随着科技的发展，试验要考察的因素越来越多，各因素之间又有错综复杂的关系，试验者对因素和目标函数(在试验设计中叫做响应)之间的关系(文献中称为模型)通常所知不多，若没有一种有效的试验方法，可能会劳而无获或事倍功半。当前，我们大多数工科、农科及理科的专业均开设了试验设计课程，这对于学生未来的发展起着重要的作用。

试验设计这个统计学分支有着悠久的历史，但是新的理论和方法仍然不断涌现，如何取材是编写本教科书的关键。我们既考虑到工科和农科在应用上的需要，又考虑到理科特别是统计学专业对理论的要求，同时还参考了国内外许多优秀教材，最后确定了本书的内容。

本书共八章。第一章从孟德尔豌豆试验出发，引出试验设计的基本概念，并扼要介绍回归分析方法，同时为了便于对本书其他章节的理解，我们把一些有用的数学概念列于1.4节。第二章介绍历史最为悠久且极具生命力的因子试验设计，详细讨论了单因素试验和双因素试验的各种分析及建模方法，其中还提及随机效应模型的分析。为了减少试验次数，部分因子设计是实际中常推荐的方法，其中正交试验设计和均匀试验设计使用最为广泛，并在第三章和第五章中分别详细介绍。正交试验设计是最早引入我国的试验设计方法，且在实际应用中产生了广泛影响。第三章介绍正交试验设计的方法、数学模型及其数据分析，同时也介绍比较正交设计的最优性准则，设计的正交性在分析过程中提供了诸多便利。第四章最优回归设计是另外一种设计思想，即假设模型的架构已知时，如何确定试验点使得模型的参数得以最佳地估计。该章给出了等价性定理及其证明，侧重讨论在常见的线性模型下的 $D$ -最优设计及其构造方法。第五章介绍均匀试验设计，它是在总体均值模型下的最佳选择，并介绍均匀设计的诸多构造方法，包括确定性的构造方法(如好格子点法、方幂好格子点法、切割法等)和随机优化算法(门限接受法等)。该章还给出一些例子阐述均匀设计的具体应用过程。随着计算机性能的提高，计算机试验也日趋重要，第六章介绍了计算机试验中两类重要的设计方法，即超拉丁方设计和均匀设计。第七章介绍了序贯设计方法中常见的优选法、响应曲面法及均匀序贯设计。第八章介绍了常见的混料试验设计方

法,包括混料均匀设计,并介绍了有限制的混料试验的设计方法。

本书的内容适合于一学期完成授课,学生需要有统计和回归分析的基本知识。如果能结合数学软件和统计软件 (MATLAB, SPSS, R 或 SAS),会大大提高学习效果。教师可根据学生的专业特点对本书的内容有所取舍。对工科和农科的专业,许多理论证明可以略去;对理科专业,甚至统计学专业的学生也可以略去一些章节,如第二章因子试验设计中的 2.2 节、第三章的 3.6 节、第四章最优回归设计中的 4.4 节和 4.5 节、第五章均匀试验设计中的 5.6 节和 5.8 节等以及部分小节,如第二章的 2.1.3 小节和 2.1.5 小节、第八章的 8.3.2 小节等。

我们十分感谢高等教育出版社李蕊编辑的大力支持和帮助,感谢中国科学院数学与系统科学研究院、南开大学数学科学学院及四川大学数学学院的关心和支持,同时感谢北京师范大学-香港浸会大学联合国际学院提供了良好的工作条件。本书方开泰作者感谢中国科学院所获的国家科技奖励项目的奖励经费支持;刘民千作者感谢教育部“新世纪优秀人才支持计划”(编号:NCET-07-0454)和国家自然科学基金(批准号:10671099,10971107)的经费资助;周永道作者感谢 HKBU-UIC Joint Institute of Research Studies 和数学天元基金(批准号:10926046)提供的资助。三位作者特别感谢家人的理解和支持。

方开泰 北京师范大学-香港浸会大学联合国际学院;  
中国科学院数学与系统科学研究院, ktfang@hkbu.edu.hk  
刘民千 南开大学数学科学学院统计学系, mqliu@nankai.edu.cn  
周永道 四川大学数学学院, ydzhou@scu.edu.cn

# 目 录

---

<b>第一章 试验设计的基本概念</b> .....	1
1.1 科学试验 .....	1
1.1.1 试验的重要性 .....	1
1.1.2 试验的重要元素 .....	2
1.1.3 试验的类型 .....	5
1.2 统计模型 .....	7
1.2.1 方差分析模型 .....	9
1.2.2 回归模型 .....	10
1.2.3 非参数回归模型 .....	11
1.2.4 稳健回归模型 .....	11
1.3 回归分析简介 .....	12
1.4 一些有用的数学概念 .....	17
习题 .....	26
<b>第二章 因子试验设计</b> .....	29
2.1 单因素试验 .....	29
2.1.1 线性可加模型 .....	30
2.1.2 方差分析 .....	34
2.1.3 多重比较 .....	38
2.1.4 单因素试验的回归模型 .....	41
2.1.5 单因素的随机效应 .....	45
2.2 模型未知的单因素试验和建模 .....	47
2.2.1 基函数法 .....	48
2.2.2 近邻多项式估计 .....	52
2.2.3 样条估计 .....	55
2.3 双因素试验 .....	58
2.3.1 双因素试验的分类 .....	58
2.3.2 线性可加模型, 主效应和交互作用 .....	59
2.3.3 方差分析 .....	63
2.3.4 两因素的回归模型 .....	65
2.3.5 随机效应 .....	66



2.4	区组设计	69
2.4.1	完全随机区组设计	70
2.4.2	拉丁方设计	71
2.4.3	平衡不完全随机区组设计	72
2.5	全面试验与其部分实施	74
2.5.1	全面试验	74
2.5.2	单因素试验轮换法	74
2.5.3	部分因子设计	75
	习题	78
<b>第三章</b>	<b>正交试验设计</b>	<b>81</b>
3.1	正交表	81
3.1.1	正交表的定义	81
3.1.2	正交表的性质	82
3.2	无交互作用的正交设计	83
3.2.1	用正交表进行设计	83
3.2.2	试验结果的直观分析	84
3.2.3	试验结果的方差分析	87
3.2.4	试验结果的回归分析	89
3.3	有交互作用的正交设计	92
3.3.1	用正交表进行设计	93
3.3.2	试验结果的直观分析	94
3.3.3	试验结果的方差分析	95
3.4	水平数不等的试验设计	96
3.4.1	混合水平正交表	96
3.4.2	拟水平法	99
3.5	用正交表进行设计的原则	100
3.5.1	遵循自由度原则	100
3.5.2	避免混杂现象	101
3.6	正交设计的优良性准则	105
3.6.1	最大分辨率与最低阶混杂	106
3.6.2	纯净效应准则	109
3.6.3	其他优良性准则	111
3.7	非正规正交设计	111
	习题	113

---

<b>第四章 最优回归设计</b> .....	115
4.1 信息矩阵和最优准则 .....	115
4.1.1 信息矩阵 .....	116
4.1.2 回归设计的最优准则 .....	120
4.2 等价性定理 .....	123
4.3 $D$ -最优设计 .....	127
4.3.1 一元多项式模型 .....	127
4.3.2 多元多项式回归模型 .....	129
4.4 确定性 $D$ -最优设计的构造方法 .....	136
4.4.1 KL 算法 .....	138
4.5 最优回归设计的其他准则 .....	140
4.5.1 $D_s$ -最优 .....	140
4.5.2 $E$ -最优 .....	142
4.5.3 $A$ -最优 .....	143
4.5.4 其他最优准则 .....	145
习题 .....	146
<b>第五章 均匀试验设计</b> .....	148
5.1 引言 .....	148
5.1.1 传统试验设计中的未知参数 .....	148
5.1.2 模型未知 .....	150
5.2 总体均值模型 .....	153
5.3 均匀性度量 - 偏差 .....	154
5.3.1 $L_p$ -星偏差 .....	155
5.3.2 改进的偏差 .....	157
5.3.3 再生核希尔伯特空间 .....	161
5.3.4 常见偏差的表达式 .....	163
5.4 均匀设计表的构造 .....	169
5.4.1 均匀设计的基本要素 .....	169
5.4.2 均匀设计的理论求解 .....	170
5.4.3 均匀设计的近似解 .....	171
5.5 好格子点法及其推广 .....	173
5.5.1 好格子点法 .....	173
5.5.2 方幂好格子点法 .....	176
5.5.3 切割法 .....	177
5.6 随机优化法 .....	180
5.6.1 门限接受法 .....	181
5.6.2 偏差下界 .....	185

5.7 均匀设计的应用	187
5.7.1 仅有定量变量的试验	188
5.7.2 含定性变量的试验	193
5.8 正交性与均匀性的联系	195
习题	201
<b>第六章 计算机试验</b>	<b>205</b>
6.1 引言	205
6.2 超拉丁方抽样	207
6.2.1 超拉丁方抽样	207
6.2.2 随机化正交阵列	209
6.2.3 正交超拉丁方设计	210
6.3 均匀设计在计算机试验中的应用	213
6.4 对计算机试验诸设计的注记	216
习题	217
<b>第七章 序贯设计</b>	<b>221</b>
7.1 优选法	221
7.1.1 单因素优选法	222
7.2 响应曲面法	223
7.2.1 最陡上升法	225
7.2.2 二阶响应曲面	228
7.2.3 中心复合设计	232
7.3 均匀序贯试验	234
7.3.1 SNTO	235
7.3.2 另一种序贯方法	239
习题	243
<b>第八章 混料试验设计</b>	<b>248</b>
8.1 引言	248
8.2 常见混料设计	250
8.2.1 单纯形格子点设计	251
8.2.2 单纯形重心设计	253
8.2.3 最优回归设计	255
8.2.4 轴设计	256
8.2.5 Scheffe 型设计	256

---

8.3 混料均匀设计	257
8.3.1 逆变换方法	258
8.3.2 在 $T^s$ 上的均匀性测度	260
8.4 有限制的混料均匀设计	263
8.4.1 设计方法简介	263
8.4.2 有限制的混料均匀设计	265
8.5 混料回归方程检验	270
习题	271
附录 1 正交设计表	273
附录 2 均匀设计表	277
参考文献	293
索引	304

# 第一章

## 试验设计的基本概念

本章介绍试验设计的基本概念、思想和它们的数学模型,简述了线性模型的理论和方法,这些方法对其他几章是十分有用的.同时,也介绍了在本书中要用到的一些数学概念.

### 1.1 科学试验

#### 1.1.1 试验的重要性

科学试验是人们认识自然、了解自然的重要手段.许多重要的科学规律都是通过科学试验发现和证实的,例如遗传学的奠基人孟德尔是通过豌豆实验发现生物遗传的基本规律的.在工农业生产中,希望通过试验达到优质、高产和低消耗,所以科学试验是人类赖以生存和发展的重要手段.随着科学和技术的发展,试验涉及的因素越来越多,它们之间的关系也越来越复杂,特别是在高科技的发展中,面对多因素、非线性、模型未知等复杂问题,光凭经验已不能达到预期要求,于是产生了试验设计这门学科.设计一个试验涉及试验目的、试验方案、技术保证、分析数据以及有关的组织管理等.这些环节有的属于管理科学,有的则需要利用数学和统计学的方法来设计试验方案,后者称为统计试验设计,它是统计学的一个重要分支.首先看几个例子.

**例 1.1 (孟德尔豌豆试验)** 在豌豆的品种中,种子有圆粒的,有皱粒的;有开白花的,也有开红花的等等.孟德尔把种子的圆与皱,花色的红与白等同类又有差异的性状叫做相对性状.他的试验就是用具有相对性状的两个品种进行杂交.他把前一年获得的 253 粒种子种下,令其白花授粉,获得了 7324 粒第二代种子.他发现其中 5474 粒是圆的,1850 粒是皱的,得到“圆:皱 = 2.96:1”的结果.孟德尔又做了六个类似试验,结果相对性状的比总是围绕 3:1 波动.孟德尔继续完成了 2 对、3 对,以及  $n$  对相对性状同时传递时,子代各类型比例关系的研究,结果显示各比例均大体符合 (3:1) 的  $n$  次方展开规律.于是孟德尔认为,每种生

物的遗传性状决定于细胞中的某种遗传因子；性状的遗传是由于遗传因子在亲子之间的传递；在真核生物中，遗传因子成对存在，其中一个来自父方，一个来自母方。他的试验结论奠定了现代遗传理论的基础。

**例 1.2** 在某化工产品的合成工艺中，考虑反应温度 ( $A$ )、压力 ( $B$ ) 和催化剂用量 ( $C$ )，并选择了试验范围分别为：

温度 ( $A$ ):  $80^{\circ}\text{C}\sim 120^{\circ}\text{C}$ ;

压力 ( $B$ ): 4~6 个标准大气压;

催化剂用量 ( $C$ ): 0.5%~1.5%;

我们需要选择这三个因素的最佳组合，以达到高产的目的。

**例 1.3** 为了制作色香味俱全的面包，需要合理搭配其中的原料，即确定面粉、水、牛奶、糖、鸡蛋等原料的比例。此时，显然所有原料的比例之和为 100%，而面粉和水的比例较大，其余的比例较少。因此，需要通过试验确定其最佳搭配比例。这一类对因素有约束（非负，和为 1 等）的试验，称为**混料试验** (experiments with mixtures)，或通俗地称为**配方试验**。

**例 1.4** 在—项环保的研究中，研究饮水中镉 (Cd)、铜 (Cu)、锌 (Zn)、铬 (Cr) 和铅 (Pb) 对人体的危害，从而确定这些元素在水中的最大允许含量，同时要考虑它们之间可能存在的交互作用。

上面几个例子说明了人们希望通过试验发现其中的规律，从而可以进一步指导人们的行动。如例 1.1 中孟德尔正是通过豌豆实验发现遗传学中著名的基因分离与自由组合法则，从而奠定了现代遗传学的基础；例 1.3 通过试验寻找最佳配方；而例 1.2 和例 1.4 希望通过有限次试验分别得到工艺条件的最佳组合和饮水中微量元素的允许量。

在计算机变得日益快速、高效，并能处理多媒体信息的形势下，在过去的三十年中，借助计算机进行试验已发展为一门专门的学问，称为“计算机试验的设计和建模” (design and modeling for computer experiments)。本书第六章将介绍这方面的知识。

### 1.1.2 试验的重要元素

对于一个试验，我们需要考虑如下“十”个方面：试验的目标、因素及其试验范围、响应、试验误差、区组、随机化、重复性、统计模型、追加试验以及试验的组织和管理。

1. 试验的目标。试验者应有明确的目标，不同的研究项目有不同追求。在工农业生产中，高产、优质和低消耗是经常追求的目标；在合金钢、橡胶产品、材料科学及食品工业中追求最佳配方；在科学研究中则比较重视发现事物变化的规

律; 在计算机试验中, 追求用简单的统计模型来近似系统的复杂模型. 一个成功的试验需要充分利用所有的先验信息, 清楚哪些是已知的, 问题是什么.

2. 因素及其试验范围. 试验中需考察的变量称为**因素**或**因子**, 这些变量必须是可以控制的. 有时, 我们也称因素为因子. 若一个因素的取值可以在某一区间内连续变化时, 称其为**定量因素**, 如反应温度、压力、机器速度等; 若一个因素只能取有限个类别时, 称其为**定性因素**, 如性别、催化剂品种等. 因素被考察的范围称为该因素的**试验范围**, 所有因素的取值集合称为**试验范围**. 在试验中未被考察的变量应当尽量固定, 它们在该试验中不称为因素. 因素常用  $A, B, C, \dots$  或  $x_1, x_2, x_3, \dots$  表示. 因素及其试验范围的确定在试验中至关重要. 在实验室做的试验, 试验范围可以适当大一些; 在工业在线的试验, 试验范围不宜太大; 而在计算机试验中, 试验范围有较大的选择空间.

一个因素被考察的值称为它的**水平**. 如例 1.2 中的因素反应温度, 记为  $A$ , 若它的取值范围为  $80^\circ\text{C} \sim 120^\circ\text{C}$ . 在此范围内若选择在  $80^\circ\text{C}, 100^\circ\text{C}, 120^\circ\text{C}$  处试验, 则这些反应温度称为  $A$  的水平, 并记为  $A_1 = 80^\circ\text{C}, A_2 = 100^\circ\text{C}, A_3 = 120^\circ\text{C}$ . 不同因素的不同水平之间的组合称为**水平组合**或**参数组合**. 一个水平组合可以视为输入变量空间的一个点, 并称为**试验点**.

3. 响应. 试验的结果称为**响应**或**输出**, 常用  $y$  表示. 响应必须包含系统的重要信息而且是可测的. 一次试验中响应值可能有一个或多个, 分别称为**单响应试验**和**多响应试验**. 多响应试验的处理相对较复杂.

4. 试验误差. 在工业或实验室试验中存在两类误差: **系统误差**和**随机误差**. 试验中一些不可控制的因素, 如实验室温度、湿度的微小变化、原材料的不均匀性等, 这些因素的综合作用称为随机误差. 此时同一条件下的两次试验会得到不同的响应. 一般地, 我们假设随机误差服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ , 其中方差  $\sigma^2$  用于衡量随机误差的大小.

在试验中没有被选为因素的变量有系统的偏差称为**系统误差**. 如工厂三班试验人员的操作差异、高温和常温的试验中没有选择室温作为因素、测量仪器系统偏高或偏低等. 随机误差是不可避免的, 一旦试验环境确定, 它的误差方差  $\sigma^2$  是客观存在的, 我们需要估计它的大小. 然而系统误差是干扰试验成败的大敌, 必须尽力避免. 有些系统误差可以通过仪器调整、人为努力来避免. 但并不是所有的试验都可以避免系统误差, 此时, 通过试验的精心设计, 可以减少系统误差的干扰, 例如下面介绍的区组概念.

5. 区组. 在农业、生物等试验中, 很难做到试验条件完全一样. 要使两块试验田的土壤、水分、通风等条件近似并不困难, 但如果几十块试验田, 要使它们有近似的条件就不容易了. 在生物和医药试验中, 如果一次要使用太多的试验老鼠, 希望它们来自同一双父母, 是不容易的, 于是**区组**的概念成为古典试验

设计中非常有用的工具,同一区组的试验有十分近似的试验环境. **区组设计**可以避免或减少系统误差的干扰,从而大大提高试验结论的可靠性. 当每个区组的试验单元数目足够多时,用完全区组设计;当区组中的试验单元不够多时,产生**不完全区组设计**. 后者必须拥有区组与因素间的种种均衡性, **平衡不完全区组设计 (BIB)** 就是让试验满足要求的均衡性. 在体育比赛中,区组及有关设计已在普遍使用.

6. 随机化. 试验的环境随着时间的推移,可能有趋势性的变化,如室温渐高、湿度渐小、电压波动加剧等. 为了使试验的结论更加可靠, **随机化**是用来减少试验误差的重要手段. 常用的是对试验次序随机化,哪个试验先做,哪个试验后做,随机决定. 若试验有区组,要根据试验的具体情形采取所有试验的完全随机化或仅区组内的试验随机化.

7. 重复. 同一个试验重复两次或多次是减少试验误差干扰的一种方法,在传统的计算方法中经常使用. 若  $y_1, \dots, y_m$  是同一个试验条件下的响应 (常假定  $y_1, \dots, y_m$  独立同分布, 方差为  $\sigma^2$ ), 它们的均值为  $\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$ , 则  $\text{Var}(\bar{y}) = \sigma^2/m$ , 比单个试验响应的方差小  $m$  倍. 故强调试验的重复一直是古典试验的原则. 在许多教科书中将试验的“重复性”、“随机化”、“分区组”列为试验的三个基本原则. 但重复试验成倍地增加试验次数,从而成倍地增加试验费用,延长试验的周期,故重复试验并不一定是最佳选择,要根据实际情形来定.

8. 统计模型. 针对不同的试验,试验者要选择合适的试验方法,建立相应的统计模型,在 1.2 节中将详细介绍各类统计模型.

9. 追加试验. 基于统计模型,试验者可找到试验的最优点,然而,还需在算出的最优试验点处做追加试验,以验证统计模型是否正确. 为了克服随机误差的影响,追加试验需重复几次.

10. 试验的组织和管理. 一项试验,特别是一项大型的试验,涉及许多方面. 首先,要有一支专业队伍,由领导、工程师/科学家、技术员和工人组成. 要有明确的试验目标,科学的试验方案. 在试验过程中,可控的因素要控制在要求的水平,不可控的因素用随机化、区组等科学的方法去减少其干扰. 发现有异常现象时,要慎重细致地研究,给出处理意见.

试验是人类探索自然的过程,想通过试验来追求真知. 用“瞎子摸象”来形容试验初期的状况是很形象的,要通过不多的试验来获知大象的全貌是一个艰辛的工作. 如图 1.1 的曲面,用  $y = f(x_1, x_2)$  表示我们欲探索的模型,在试验范围内的点 (在  $x_1x_2$  平面上) 是试验点,它们在曲面上对应的值为响应值  $y$ . 如何选试验点是试验的设计,如何用试验的数据来建模或估计模型中的参数,取决于试验的模型.



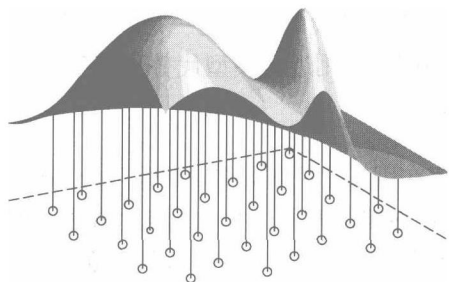


图 1.1 一个两因素试验

试验的数据要用科学的方法来分析处理,特别是使用统计建模的方法.本书随后的各章,提供了诸多的数据分析和统计建模的方法.

### 1.1.3 试验的类型

由于实际的课题形形色色,它们涉及的试验种类必然是多样化的.本小节仅列举常见的试验类型,更多的类型可见 Ghosh and Rao (1996) 主编的“Handbook of Statistics”第 13 卷及由 Khattree and Rao (2003) 主编的“Handbook of Statistics”第 22 卷.

#### (A) 试验实现方式

针对试验的具体环境不同,一般可将试验分为两种类型:实体试验和计算机试验.

**实体试验:**是试验人员在实验室、工厂或农场具体实现这些试验的,这一类试验在英文中被称为 physical experiments,在中文里尚无对应的翻译,我们不妨称为实体试验.在这类试验中总存在随机误差,由于随机误差的存在,在相同的条件下做的试验,其响应不尽相同,它们的波动大小反映了随机误差的大小,因此随机误差会给数据分析以及建模增加很大的复杂度.由于随机误差的存在,实体试验也分为有重复试验和无重复试验.

**计算机试验:**计算机技术的飞速发展,改变了我们的生活,也改变了许多领域研究的方法和思路,在试验设计领域也不例外.由于传统的试验方法是在实验室或工农业生产现场进行,需要经费、有关设备和材料、有经验的工程师和操作人员,有的试验费时很长.如果有些试验能在计算机上进行,可达到多快好省的目的.

一般地,计算机试验的模型分为两类,一类总称为计算机模拟计算,如用计算机产生正态分布的样本,计算出所需要的统计量,然后来研究该统计量的表现;另一类模型是确定的,即不包含随机误差,但是往往模型过于复杂以至于很难进