



金星图解系列丛书

全国教育科学“十一五”规划教育部课题
图解策略提高教与学超越性和实效性的应用研究

图解新教材

开启快乐学习时代



总策划 薛金星

总主编 钟 山

八年级数学(下)

配套 人民教育出版社 实验教科书



辽 海 出 版 社



辽 宁 教 育 出 版 社

图解新教材

开启快乐学习时代



藏书

八年级数学(下)

配套 人民教育出版社实验教科书



YZLI0890151406

总策划 薛金星

总主编 钟山

主编 韩卫华

副主编 李述美

编委 赵鹏 马振元



辽海出版社



辽宁教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

图解新教材：人教版．八年级数学．下/钟山主编．
沈阳：辽海出版社，2009. 11
ISBN 978-7-5451-0803-3

I. 图… II. 钟… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第201956号

责任编辑：孟 萌

封面设计：智远品牌

插图绘制：金星手绘工作室

责任校对：徐光宇 李晶婧

出 版 者：辽海出版社

地址：沈阳市和平区十一纬路25号

邮编：110003

电话：024-23284478

<http://www.lhph.com.cn>

印 刷 者：北京泽宇印刷有限公司

发 行 者：各地书店发行

幅面尺寸：720mm×1000mm

印 张：14.5

字 数：420千字

2009年11月第1版 2011年10月第3次修订 2011年10月第1次印刷

定 价：21.80元





学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明,图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造,以图解的方式方法,创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题,站在更高的层面上分析问题,运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”,以图解方式科学地实现了知识的可视化,化深为浅,化繁为简,化抽象为形象,化理论为实例,实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式,将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去,帮助你释放出难以置信的学习潜能,让你的学习、记忆、理解、应试更轻松,更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题,同步新课标教材,落实新课标学习与考试理念。内容讲解上,知识与考点融为一体,突出深入浅出的学习特点;全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子,与考例直线链接,达到快速融会贯通;总结学法与考法清晰明确,助学助考事半功倍;例题与习题突出方法总结,实现授之以渔、举一反三;学生能力与素质分阶段培养落实,全程循序渐进、系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的,常言“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式,各类图示变繁杂抽象为直观快捷,各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦,各种表格变枯燥乏味为清晰明了,充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

全球超过2.5亿人使用的高效学习方法,

你不想试一试吗?



第十六章 分式 (1)

16.1 分式 (2)

本节知识方法能力图解 (2)

第1课时 从分数到分式 (2)

多元智能 知识点击 (2)

发散思维 题型方法 (4)

知识激活 学考相联 (6)

考场报告 误区警示 (7)

自主限时 精题精练 (7)

练后反思 / 答案详解 (8)

教材问题 详尽解答 (8)

第2课时 分式的基本性质 (9)

多元智能 知识点击 (9)

发散思维 题型方法 (11)

知识激活 学考相联 (14)

考场报告 误区警示 (14)

自主限时 精题精练 (15)

练后反思 / 答案详解 (15)

教材问题 详尽解答 (16)

16.2 分式的运算 (17)

本节知识方法能力图解 (17)

第1课时 分式的乘除 (17)

多元智能 知识点击 (17)

发散思维 题型方法 (19)

知识激活 学考相联 (21)

考场报告 误区警示 (21)

自主限时 精题精练 (21)

练后反思 / 答案详解 (22)

教材问题 详尽解答 (23)

第2课时 分式的加减 (23)

多元智能 知识点击 (23)

发散思维 题型方法 (25)

知识激活 学考相联 (27)

考场报告 误区警示 (28)

自主限时 精题精练 (29)

练后反思 / 答案详解 (29)

教材问题 详尽解答 (30)

第3课时 整数指数幂 (30)

多元智能 知识点击 (30)

发散思维 题型方法 (32)

知识激活 学考相联 (33)

考场报告 误区警示 (34)

自主限时 精题精练 (34)

练后反思 / 答案详解 (35)

教材问题 详尽解答 (35)

16.3 分式方程 (36)

本节知识方法能力图解 (36)

多元智能 知识点击 (36)

发散思维 题型方法 (39)

知识激活 学考相联 (41)

考场报告 误区警示 (42)

自主限时 精题精练 (42)

练后反思 / 答案详解 (43)

教材问题 详尽解答 (43)

章末大提升 (44)

深度解读 专题专项 (44)

教材问题 详尽解答 (46)

第十七章 反比例函数 (48)

17.1 反比例函数 (49)

本节知识方法能力图解 (49)

第1课时 反比例函数的意义 (49)

多元智能 知识点击 (49)

发散思维 题型方法 (50)

知识激活 学考相联 (52)

考场报告 误区警示 (52)

自主限时 精题精练 (52)

练后反思 / 答案详解 (53)

教材问题 详尽解答 (54)

第2课时 反比例函数的图象和性质 (55)

多元智能 知识点击 (55)

发散思维 题型方法 (58)

知识激活 学考相联 (61)

考场报告 误区警示 (62)

自主限时 精题精练 (62)

练后反思 / 答案详解 (63)

教材问题 详尽解答 (64)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考, 图解是一种高效的方法, 更是一种成功的习惯。

17.2 实际问题与反比例函数 (66)

本节知识方法能力图解 (66)

多元智能 知识点击 (66)

发散思维 题型方法 (67)

知识激活 学考相联 (71)

考场报告 误区警示 (72)

自主限时 精题精练 (72)

练后反思 / 答案详解 (73)

教材问题 详尽解答 (74)

章末大提升 (75)

深化解读 专题专项 (75)

教材问题 详尽解答 (78)

第十八章 勾股定理 (80)

18.1 勾股定理 (81)

本节知识方法能力图解 (81)

多元智能 知识点击 (81)

发散思维 题型方法 (83)

知识激活 学考相联 (86)

考场报告 误区警示 (86)

自主限时 精题精练 (87)

练后反思 / 答案详解 (87)

教材问题 详尽解答 (88)

18.2 勾股定理的逆定理 (89)

本节知识方法能力图解 (89)

多元智能 知识点击 (89)

发散思维 题型方法 (92)

知识激活 学考相联 (95)

考场报告 误区警示 (96)

自主限时 精题精练 (96)

练后反思 / 答案详解 (97)

教材问题 详尽解答 (98)

章末大提升 (99)

深化解读 专题专项 (99)

教材问题 详尽解答 (102)

第十九章 四边形 (104)

19.1 平行四边形 (105)

本节知识方法能力图解 (105)

第1课时 平行四边形的性质 (105)

多元智能 知识点击 (105)

发散思维 题型方法 (106)

知识激活 学考相联 (109)

考场报告 误区警示 (109)

自主限时 精题精练 (110)

练后反思 / 答案详解 (110)

教材问题 详尽解答 (111)

第2课时 平行四边形的判定 (112)

多元智能 知识点击 (112)

发散思维 题型方法 (114)

知识激活 学考相联 (117)

考场报告 误区警示 (117)

自主限时 精题精练 (118)

练后反思 / 答案详解 (119)

教材问题 详尽解答 (120)

19.2 特殊的平行四边形 (122)

本节知识方法能力图解 (122)

第1课时 矩形 (123)

多元智能 知识点击 (123)

发散思维 题型方法 (124)

知识激活 学考相联 (127)

考场报告 误区警示 (127)

自主限时 精题精练 (128)

练后反思 / 答案详解 (129)

教材问题 详尽解答 (130)

第2课时 菱形 (131)

多元智能 知识点击 (131)

发散思维 题型方法 (133)

知识激活 学考相联 (135)

考场报告 误区警示 (135)

自主限时 精题精练 (136)

练后反思 / 答案详解 (137)

教材问题 详尽解答 (138)





第3课时 正方形	(139)	发散思维 题型方法	(184)
多元智能 知识点击	(139)	知识激活 学考相联	(186)
发散思维 题型方法	(141)	考场报告 误区警示	(187)
知识激活 学考相联	(145)	自主限时 精题精练	(187)
考场报告 误区警示	(146)	练后反思 / 答案详解	(188)
自主限时 精题精练	(146)	教材问题 详尽解答	(189)
练后反思 / 答案详解	(147)	20.2 数据的波动	(191)
教材问题 详尽解答	(148)	本节知识方法能力图解	(191)
19.3 梯形	(151)	第1课时 极差	(191)
本节知识方法能力图解	(151)	多元智能 知识点击	(191)
多元智能 知识点击	(151)	发散思维 题型方法	(192)
发散思维 题型方法	(154)	知识激活 学考相联	(193)
知识激活 学考相联	(157)	考场报告 误区警示	(193)
考场报告 误区警示	(158)	自主限时 精题精练	(194)
自主限时 精题精练	(158)	练后反思 / 答案详解	(194)
练后反思 / 答案详解	(159)	教材问题 详尽解答	(194)
教材问题 详尽解答	(160)	第2课时 方差	(195)
19.4 课题学习 重心	(162)	多元智能 知识点击	(195)
本节知识方法能力图解	(162)	发散思维 题型方法	(197)
多元智能 知识点击	(162)	知识激活 学考相联	(201)
发散思维 题型方法	(163)	考场报告 误区警示	(201)
知识激活 学考相联	(165)	自主限时 精题精练	(202)
考场报告 误区警示	(165)	练后反思 / 答案详解	(203)
自主限时 精题精练	(165)	教材问题 详尽解答	(204)
练后反思 / 答案详解	(166)	20.3 课题学习 体质健康测试中的	
章末大提升	(167)	数据分析	(206)
深化解读 专题专项	(167)	本节知识方法能力图解	(206)
教材问题 详尽解答	(171)	多元智能 知识点击	(206)
第二十章 数据的分析	(174)	发散思维 题型方法	(207)
20.1 数据的代表	(175)	知识激活 学考相联	(211)
本节知识方法能力图解	(175)	考场报告 误区警示	(212)
第1课时 平均数	(175)	自主限时 精题精练	(212)
多元智能 知识点击	(175)	练后反思 / 答案详解	(213)
发散思维 题型方法	(177)	章末大提升	(214)
知识激活 学考相联	(178)	深化解读 专题专项	(214)
考场报告 误区警示	(179)	教材问题 详尽解答	(217)
自主限时 精题精练	(180)	本册重点大归纳	(219)
练后反思 / 答案详解	(181)	必记知识完全表解	(219)
教材问题 详尽解答	(181)	易错易混易误问题归纳	(222)
第2课时 中位数和众数	(182)	热考常考综合问题归纳	(223)
多元智能 知识点击	(182)		





发散思维法

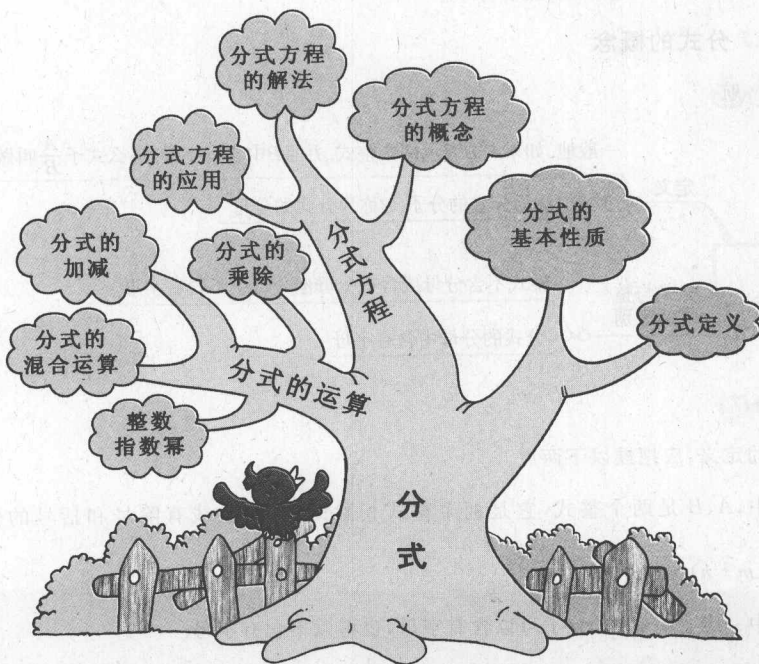


发散性思维是沿着不同的方向、不同的角度考虑问题，从多方面寻找答案的思维方式。



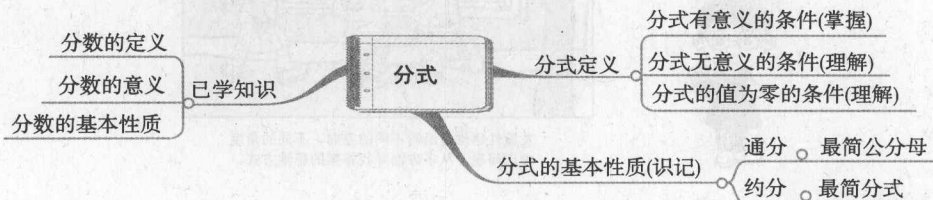
第十六章

分 式





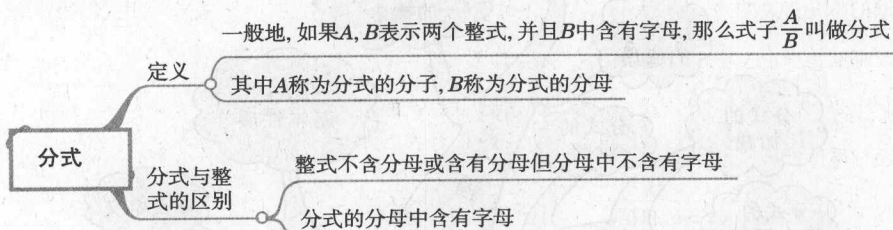
本节知识方法能力图解



●重点 难点 疑点 方法……

探究一 ● 分式的概念

智能导航



各个击破

理解分式的定义,应把握以下两点

1. 分式 $\frac{A}{B}$ 中, A 、 B 是两个整式, 它是两个整式相除的商, 分数线有除号和括号的作用, 例如:

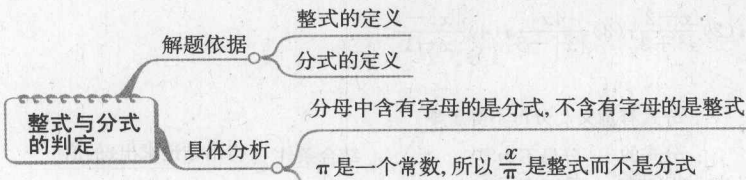
$$\frac{m+n}{m-n}$$
可表示为 $(m+n) \div (m-n)$;

2. 分母 B 中一定含有字母, 分子可以含有字母, 也可以不含有字母.

例1 下列各式中,哪些是整式? 哪些是分式? $\frac{1}{x}, \frac{x}{\pi}, \frac{2x+y}{x-y}, -\frac{5}{a}, \frac{a-b}{2}, 4a.$



思路图解



解: $\frac{x}{\pi}, \frac{a-b}{2}, 4a$ 是整式, 因为它们的分母中不含字母 ($4a$ 可以看成 $\frac{4a}{1}$).

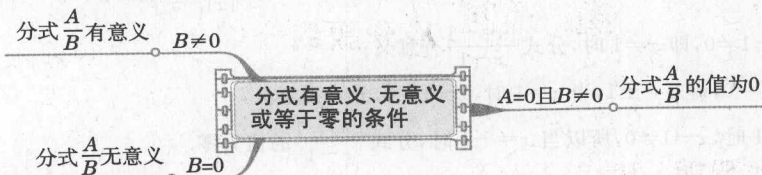
$\frac{1}{x}, \frac{2x+y}{x-y}, -\frac{5}{a}$ 是分式, 因为它们的分母中含有字母.

题后小结

π 是一个常数, 所以 $\frac{x}{\pi}$ 是整式而不是分式.

探究二 ● 分式有意义、无意义、分式值为零的条件

智能导航



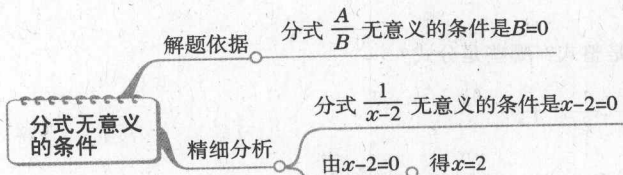
各个击破

1. 讨论分式有无意义时, 一定要对原分式进行讨论

讨论分式有无意义时, 一定要对原分式进行讨论, 而不能先将原分式化简后再讨论. 这是因为, 分母里字母的取值范围往往会扩大. 如化简分式 $\frac{x^2-4}{x-2} = x+2$, 然后对 $x+2$ 进行讨论, 就得 x 取任何实数时分式都有意义, 这显然是错误的, 实际上应满足 $x \neq 2$.

例 2 (2009 · 漳州) 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 无意义, 则实数 x 的值是 _____.

思路图解



答案: 2

2. 分式的值由什么确定

分式中的分母是含有字母的代数式, 它的值是随着分式中字母取值的不同而变化的, 字母所取的值有可能使分母的值等于零, 当分母的值等于零时, 分式就没有意义了, 这与分数不同, 因为分数的分母是一个确定的数, 是否为零, 一目了然, 而分式要明确其有意义, 就必须分析、讨论分母中所含字母不能取哪些值, 以避免分母的值等于零.



例3 求当 x 取什么值时,下列分式:①有意义;②值为零.

(1) $\frac{x}{2x-1}$; (2) $\frac{x-2}{x^2+3}$; (3) $\frac{4x}{|x|-5}$; (4) $\frac{|x|-1}{x-1}$.

思路图解

分式有意义。分母不等于零

分式的
值为零。 分母不为零,
且分子为零

结合条件。得出结论求出 x 的值

解:(1)当 $2x-1 \neq 0$,即 $x \neq \frac{1}{2}$ 时,分式 $\frac{x}{2x-1}$ 有意义;

由 $x=0$,可知 $2x-1 \neq 0$,所以当 $x=0$ 时,分式 $\frac{x}{2x-1}$ 的值为零.

(2)因为 $x^2 \geq 0$,所以 $x^2+3 > 0$,所以不论 x 为何实数时,分式 $\frac{x-2}{x^2+3}$ 都有意义;

由 $x-2=0$,得 $x=2$,当 $x=2$ 时, $x^2+3 \neq 0$,所以当 $x=2$ 时,分式 $\frac{x-2}{x^2+3}$ 的值为零.

(3)当 $|x|-5 \neq 0$,即 $x \neq \pm 5$ 时,分式 $\frac{4x}{|x|-5}$ 有意义.

由 $4x=0$,得 $x=0$,当 $x=0$ 时, $|x|-5 \neq 0$,所以当 $x=0$ 时,分式 $\frac{4x}{|x|-5}$ 的值为零.

(4)当 $x-1 \neq 0$,即 $x \neq 1$ 时,分式 $\frac{|x|-1}{x-1}$ 有意义;

由 $|x|-1=0$,得 $x=\pm 1$,当 $x=1$ 时, $x-1=0$,分式无意义,

当 $x=-1$ 时, $x-1 \neq 0$,所以当 $x=-1$ 时,分式 $\frac{|x|-1}{x-1}$ 的值为零.

题后小结

解分式的值为零这类问题,先由分子等于零求出字母的取值,然后代入分母中检验即可.



发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 整式与分式

题型揭秘:(1)注意辨析一些特殊的代数式:如 $\frac{2}{\pi}$ 中, π 是常数,故 $\frac{2}{\pi}$ 是整式;(2)一个整式加上或减去一个分式,结果仍是分式.

例1 下列各式中,哪些是整式?哪些是分式?

$\frac{1}{x}$, $-\frac{2a}{x^2y}$, $\frac{x}{5} - \frac{z}{y}$, $\frac{a^2+b^2}{3}$, $\frac{1}{2}x^2+y$.

思路图解

整式与分式
的区分

解题依据

单项式、多项式统称整式

形如 $\frac{A}{B}$, A, B 是整式且 B 中含有字母的式子。分式

解题关键

整式不含分母或含有分母但分母中不含有字母

分式的分母中含有字母



解:整式有: $\frac{a^2+b^2}{3}, \frac{1}{2}x^2+y$;分式有: $\frac{1}{x}, -\frac{2a}{x^2y}, \frac{x}{5}-\frac{z}{y}$.

题后小结

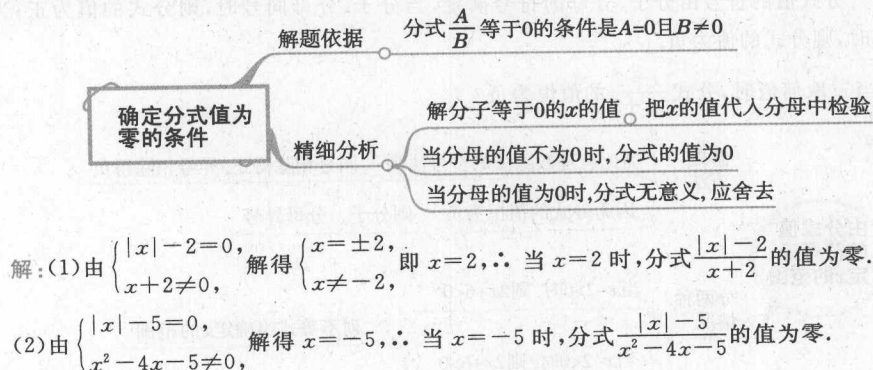
区分整式与分式的标准就是看分母中是否含有字母,含字母的是分式,不含字母的是整式.

题型二 求解分式的值为零的条件

题型揭秘:要使分式的值为零一定要使分子的值为零但分母又不能为零.在解题过程中一定要注意综合分析.

例2 (探索题)当 x 取何值时,分式(1) $\frac{|x|-2}{x+2}$; (2) $\frac{|x|-5}{x^2-4x-5}$ 的值为零?

思路图解



题后小结

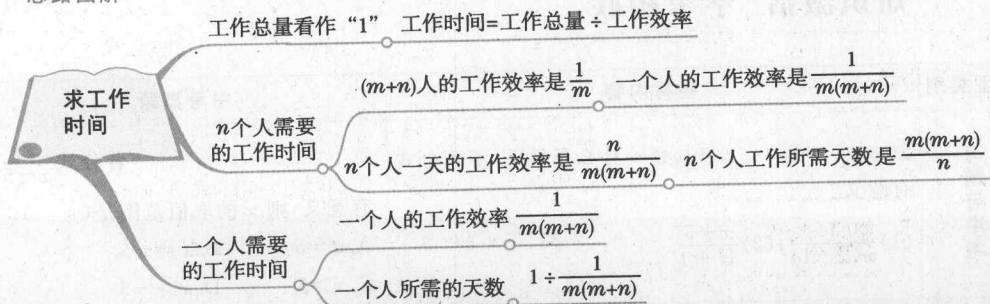
该题在考查分式值为零的同时,也考查了绝对值的概念;在一般情况下,绝对值减去一个非零数为零,一般都有两个取值.

题型三 分式在实际生活中的应用

题型揭秘:由于分式的分母中含有字母,因而它比分数有更广泛的内涵,分式在实际生活中有广泛的应用,通过以下例题,可以加深对分式概念的理解,同时也说明分式在实际应用中的重要地位.

例3 (探索题)假定每个人的工作效率相同,若 $(m+n)$ 人完成一项工程需要 m 天,那么 n 人完成这项工程需要多少天?你能求出一人完成这项工程需要多少天吗?试一试.

思路图解





所以 n 人完成这项工程共需要的天数为 $1 \div \frac{n}{m(m+n)} = \frac{m(m+n)}{n}$ (天), 一人完成这项工程需要

的天数为 $1 \div \frac{1}{m(m+n)} = m(m+n)$ (天).

在日常实际应用中,用分式表示所需量,形成了实际与理论的结合,正确地理解分式的有助于解决此类问题,在工程问题中,我们一般把整个工程设为整体“1”,进行列式解答。

题型揭秘:分式值的符号由分子、分母的符号确定,当分子、分母同号时,则分式的值为正;当分子、分母异号时,则分式的值为负.

例 4 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x-2}{2x+6}$ 的值恒为负?

类比有理数除法的符号法则 同号相除得正, 异号相除得负

因为分式的值恒为负 则分子、分母异号

由分式值的符号确定 x 的范围

分两种情况

当 $x-2>0$ 时, 则 $2x+6<0$

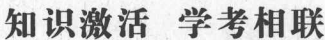
当 $x-2<0$ 时, 则 $2x+6>0$

列不等式组确定 x 的范围

解:由题意可知, $\begin{cases} x-2>0, \\ 2x+6<0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-2<0, \\ 2x+6>0. \end{cases}$ 解不等式组 $\begin{cases} x-2>0, \\ 2x+6<0 \end{cases}$ 无解.

解不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0, \\ 2x+6 > 0, \end{cases}$ 得 $-3 < x < 2$. 所以当 $-3 < x < 2$ 时, 分式 $\frac{x-2}{2x+6}$ 的值恒为负.

分式的值为负,得出分子、分母必须异号,即有两种可能:① $\begin{cases} \text{分子} > 0, \\ \text{分母} < 0; \end{cases}$ ② $\begin{cases} \text{分子} < 0, \\ \text{分母} > 0. \end{cases}$ 再分等式组即可.



●考题 原型 考情 考法……

原型类别	教材内容	中考真题
习题与中考	教材 P8 习题 16.1 第 8 题 什么条件下,下列分式有意义? (1) $\frac{1}{x(x-1)}$; (2) $\frac{x+5}{x^2+1}$.	题 (2010·湖南株洲)若分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义,则 x 的取值范围是() A. $x \neq 5$ B. $x \neq -5$ C. $x > 5$ D. $x > -5$



原型类别	教材内容	中考真题
习题与中考	解:(1)当分母 $x(x-1) \neq 0$, 即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ 时, 分式 $\frac{1}{x(x-1)}$ 有意义. (2) 因为 x 取任何实数, 分母 x^2+1 都大于零, 所以 x 取任何实数时, 分式 $\frac{x+5}{x^2+1}$ 都有意义.	解析: 当分式的分母不等于零时, 分式有意义, 所以分式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义的条件是 $x-5 \neq 0$, 即 $x \neq 5$. 答案: A
点评	教材习题和中考真题都考查了分式有意义的条件, 中考真题可以看作教材习题的变式题.	



考场报告 误区警示

●易误 易错 案例 警示……

警示 1 在确定分式的值为 0 时, 一定是分子等于零且分母不等于零

考例 1 (江西中考) 当 x 为何值时, $\frac{x(x+3)}{x^2-9}$ 的值等于 0?

考场错解: 根据题意得 $x(x+3)=0$, 所以 $x=0$ 或 $x=-3$.

走出误区: 造成错误的原因是要使分式的值为零必须是分式的分子为零, 而分母不能为零, 但分式的分母不为零有时容易被忽略.

正解: 根据题意得 $\begin{cases} x(x+3)=0, \\ x^2-9 \neq 0, \end{cases}$ 所以 $x=0$.

警示 2 错误使用“或”与“且”

误区突破: 解有关分式的值何时为零或分式何时有意义这类题目时, 往往需要同时满足几个条件, 所以在运用“且”与“或”这两个意义不同的词时, 容易发生错误.

“且”和“或”都是指几个事项的关系, “且”属于并列关系, 每个事项都必须参与; “或”属于选择关系, 只要其中某个事项参与就可以了.

考例 2 如果分式 $\frac{x+1}{(x+2)(x-1)}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是()

A. $x \neq -2$ 或 $x \neq 1$ B. $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$ C. $x=2$ 或 $x=-1$ D. $x=-2$ 或 $x=1$

考场错解: A

走出误区: 从本题来看, 要使分式有意义, 必须分母 $(x+2)(x-1) \neq 0$, 而要使分母 $(x+2)(x-1) \neq 0$, 不仅 $x \neq -2$, 同时 $x \neq 1$, 所以这里的 $x \neq -2$ 和 $x \neq 1$ 应该是属于并列关系, 应使用“且”, 而不能使用“或”. **正解:** B



自主限时 精题精练

●新题 活题 巧题 典题……

请在 20 分钟内自主完成以下 4 个题.

1. 若分式 $\frac{a^2-a}{a-1}$ 有意义, 则 a 的取值范围应该是()

第2课时 分式的基本性质



多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 分式的基本性质

智能导航

分式的基本性质

分式的基本性质

一个分数的分子、分母同乘(或除以)一个不为0的数,分数的值不变

分式的基本性质

文字叙述 分式的分子与分母同乘(或除以)一个不等于0的整式,分式的值不变

式子表示 $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}, \frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C} (C \neq 0)$, 其中A, B, C是整式

各个击破

1. 分式的基本性质的正确解读

(1) 分式的基本性质是分式通分和约分的依据.

(2) 应用分式的基本性质时,要深刻理解“同”、“一个”这两个关键词的含义,避免犯只乘分子或分母一项的错误.

(3) “C是不等于零的整式”是基本性质的一个制约条件. 如 $\frac{x+2}{x-2} = \frac{(x+2)^2}{x^2-4}$ 变形时,必须满足 $x+2 \neq 0$.

2. 分式的符号法则

分式中有三个符号位置,分别是分子的符号、分母的符号和分式本身的符号. 根据分式的基本性质有 $\frac{-b}{-a} = \frac{b}{a}, \frac{-b}{a} = -\frac{b}{a}$. 根据有理数除法的符号法则有 $\frac{-b}{a} = -\frac{b}{a}$. 分式 $\frac{a}{b}$ 与 $-\frac{a}{b}$ 互为相反数,因此我们得到分式的符号法则:分式的分子、分母与分式本身的符号,改变其中任何两个,分式的值不变;改变其中任何一个或三个,分式变为原分式的相反数. 分式的符号法则在以后关于分式的运算中起着重要的作用.

例1 (北京期末测试)不改变分式的值,使下列分式的分子和分母前不含“-”.

$$(1) \frac{-2a}{b}; (2) \frac{-4x}{-5y}; (3) \frac{3m}{-n}; (4) -\frac{2b}{-3c}.$$

思路图解

解题依据 分式的符号法则

分式符号法则的应用

逐题分析

- (1) 中同时改变分子和分式本身的符号
- (2) 中同时改变分子和分母的符号
- (3) 中同时改变分母和分式本身的符号
- (4) 中同时改变分母和分式本身的符号



解: (1) $\frac{-2a}{b} = -\frac{2a}{b}$; (2) $\frac{-4x}{-5y} = \frac{4x}{5y}$; (3) $\frac{3m}{-n} = -\frac{3m}{n}$; (4) $-\frac{2b}{-3c} = \frac{2b}{3c}$.

题后小结

在运用分式的符号法则时, 应注意在分子、分母、分式本身中, 只有任意两个同时改变符号时, 才能保证分式的值不变. 一般地, 在分式运算的最后结果中如果有负号, 习惯于只保留一个负号, 写在分式本身的前面.

探究二 ● 分式的通分与约分

智能导航

分式的通分与约分

通分

把几个异分母的分式化成与原来的分式的值相等的同分母的分式, 叫做分式的通分

最简公分母: 一般取各分母的所有因式的最高次幂的积作公分母

与分数的约分类似, 我们利用分式的基本性质, 约去分式中的分子和分母的公因式, 且不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的约分

约分

分式约分约去的是分子、分母的公因式

各个击破

1. 通分的意义是什么?

分式的通分与分数的通分涵义有相似的地方: ①把异分母分式化成同分母分式; ②必须使化得的分式和原来的分式的值相等, 即通分是利用分式的基本性质对分式进行恒等变形; ③分式的通分是对一个分式进行恒等变形的手段, 只是一个过程而已.

2. 如何确定最简公分母呢?

确定最简公分母的方法: ①取各分母系数的最小公倍数; ②凡单独出现的字母连同它的指数作为最简公分母的一个因式; ③同指数幂取次数最高的, 这样得到的因式的积就是最简公分母.

例2 (原创题) 确定下列各组分式的最简公分母:

$$(1) \frac{x}{6ab^2} \text{ 与 } \frac{y}{9a^2bc}; (2) \frac{b}{3a^2c^2} \text{ 与 } \frac{c}{-2ab}, \frac{a}{5b^3c}; (3) \frac{a-1}{a^2+2a+1} \text{ 与 } \frac{5}{a^2-1}.$$

解: (1) 分母中的系数分别为 6 和 9, 其最小公倍数为 18, 各分母的因式 a 、 b 、 c 的最高次幂分别是 a^2 、 b^2 、 c , 所以最简公分母是 $18a^2b^2c$.

(2) 分母中的系数的绝对值分别是 3, 2, 5, 它们的最小公倍数为 30, 各分母的因式 a 、 b 、 c 的最高次幂分别是 a^2 、 b^3 、 c^2 , 所以最简公分母是 $30a^2b^3c^2$.

(3) 先把各分母分解因式, 得 $(a+1)^2$, $(a+1)(a-1)$, 所以最简公分母为 $(a+1)^2(a-1)$.

注意: 最简公分母的系数一般取正值.

3. 最简分式

一个分式的分子与分母没有公因式时, 叫做最简分式. 如果分式的分子或分母是多项式, 要通过因式分解后观察有没有公因式, 才能确定是不是最简分式.

4. 分式的约分如何进行?

(1) 分式的约分, 首先要找出分式的分子和分母的公因式, 如果分子与分母是多项式, 约分前必须把

