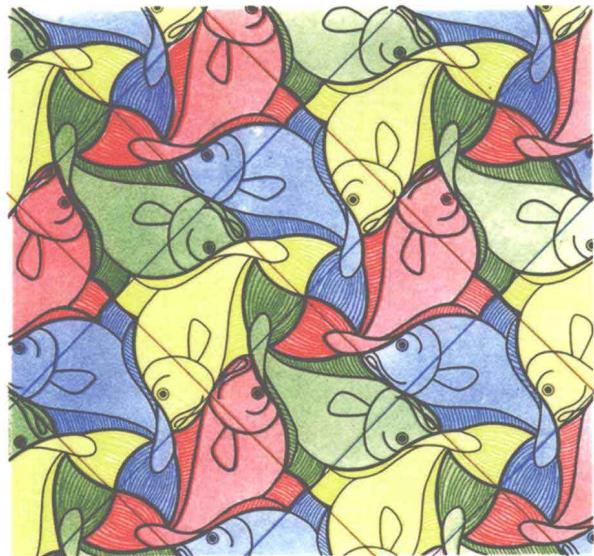


# MODERN CRYSTALLOGRAPHY

# 现代晶体学

1



## 晶体学基础 对称性和结构晶体学方法

Fundamentals of Crystals  
Symmetry and Methods of Structural Crystallography

[俄] B·K·伐因斯坦 著  
吴自勤 孙 霞 译

中国科学技术大学出版社

# 晶体学基础

## 对称性和结构晶体学方法

Fundamentals of Crystals  
Symmetry and Methods of Structural Crystallography



[俄] B·K·伐因斯坦 著  
吴自勤 孙 霞 译

中国科学技术大学出版社

# **现代晶体学**

## **MODERN CRYSTALLOGRAPHY**

---

**卷1 晶体学基础：对称性和结构晶体学方法**

**卷2 晶体的结构**

**卷3 晶体生长**

**卷4 晶体的物理性质**

**编辑组：**

[俄]B•K•伐因斯坦(主编)

[俄]A•A•契尔诺夫

[俄]L•A•苏伏洛夫

---

## 内 容 简 介

《现代晶体学》原著俄文版和英文版近乎同时出版,出版后曾在整个学术界引起了很大反响.1994年《现代晶体学》卷1英文扩展第2版出版,1994年和2000年分别出版了《现代晶体学》卷2英文扩展第2版和第3版.

本书为卷1,主要由物质晶态的一般特征、晶体对称性和晶体结构研究方法3个部分组成,着重介绍了晶体学基本概念、物质晶态特征、晶体对称性理论、晶体多面体外形几何理论和晶体点阵的几何理论以及晶体原子结构实验研究方法等.

本书可供固体物理、材料科学、金属学、矿物学、化学等专业的大学生、研究生作为教材或教学参考书,并可供有关科技人员参考.

## 译者的话

前苏联/俄罗斯科学院院士、前苏联/俄罗斯科学院晶体学研究所所长 B · K · 伐因斯坦主编的《现代晶体学》4 卷巨著俄文版于 1979—1981 年出版。《现代晶体学》英文版作为德国 Springer 出版社“固态科学丛书”中的第 15 卷、第 21 卷、第 36 卷、第 37 卷出版于 1980—1988 年。《现代晶体学》编辑组由 3 位牵头学者 B · K · 伐因斯坦(负责卷 1 和卷 2)、A · A · 契尔诺夫(负责卷 3)和 L · A · 苏伏洛夫(负责卷 4)组成，晶体学研究所的约 20 位专家参加编写，因此它又是晶体学研究所的集体著作。

到了 20 世纪 90 年代初期和中期，晶体学又有了许多方面的新进展。正如伐因斯坦等 3 位牵头学者在《现代晶体学》英文第 2 版的序中所说的那样：“20 世纪所有分支学科的迅速发展并没有绕过晶体学。我们对物质的原子结构、晶体形成和晶体的物理性质的知识不断深化，有关的实验方法也经常得到改进。为了使《现代晶体学》名副其实，我们必须丰富它的内容、补充新的资料。”伐因斯坦院士牵头并组织晶体学研究所的多位专家修改、补充了新的内容，在 20 世纪 90 年代中期出版了《现代晶体学》卷 1 和卷 2 的英文第 2 版(1996 年伐因斯坦院士去世后，《现代晶体学》卷 2 还于 2000 年出版了英文第 3 版)。但是，《现代晶体学》卷 3 和卷 4 的第 2 版由于种种原因一直没有出版。

这里有必要简要地介绍《现代晶体学》主编伐因斯坦和《现代晶体学》的全部作者所在的单位——俄罗斯科学院晶体学研究所。

俄罗斯科学院晶体学研究所最早的前身是 1925 年成立的前苏联科学院矿物博物院晶体学实验室，1934 年、1937 年两次重组，1943 年晶体学实验室调整到前苏联科学院数学物理部并更名为晶体学研究所。1944 年 2 月，著名的 A · V · 舒勃尼科夫(Shubnikov)教授(系统地建立了色对称性，即舒勃尼科夫对称性理论，见 Shubnikov A V, Belov N V. Colored Symmetry[M]. Oxford: Pergamon Press, 1964)被任命为晶体学研究所第一任所长。1961 年，晶体学研究所迁往莫斯科列宁大街 59 号新址。俄罗斯晶体学研究所拥有前苏联/俄罗斯科学院院士、通信院士多名，列宁奖金等国家奖获得者 20 名，俄罗斯荣誉科学家 18 名。

1962 年,年轻的(出生于 1921 年)B·K·伐因斯坦教授被任命为晶体学研究所所长. 伐因斯坦 1945 年得到莫斯科大学物理系学位, 1947 年获得前苏联的钢铁学院学位,之后到晶体学研究所电子衍射实验室从事博士后研究工作, 1956 年 35 岁时出版《电子衍射结构分析》俄文版(Vainshtein B K. Structure Analysis by Electron Diffraction[M]. Moscow: Akad. Nauk USSR, 1956. 英文版出版于 1964 年). 这本书早在 20 世纪 50 年代末期就在我国流传(当时的高校教师、研究生都可以阅读俄文文献). 该专著把电子衍射发展成为一种独立的结构分析方法,这种电子衍射结构分析方法特别适用于研究带织构的黏土矿物晶体(见 Zvyagin B B. Electron Diffraction Analysis of Clay Mineral Structures[M]. Plenum, 1967. 英文版). 伐因斯坦和 Zvyagin 的经典性工作后来发表在权威的晶体结构分析的国际表(International Tables for Crystallography, 1993, B:310)和纪念电子衍射发现 50 周年的纪念文集上.

20 世纪 50 年代末期到 60 年代初期, 伐因斯坦特别关注聚合物、液晶和其他比较无序的材料的结构分析, 1963 年他出版了专著《链分子的 X 射线衍射》. 他和合作者在 1996 年 6 月的瑞典国际学术会议上还发表了有机 LB 膜的电子衍射结果(Vainshtein B K, Klechkovskaya V V. Electron Diffraction by Langmuir-Blodgett Films [J]. Proc. Roy. Soc. London A, 1993, 442: 73–84).

1959 年, 伐因斯坦在晶体学研究所内建立并领导了蛋白质结构实验室, 把工作的重点转向生物大分子结构分析. 后来他们测定的含有 1200 个非氢原子的蛋白质的结构的分辨率达到 0.2 nm, 从而得出蛋白质和氧结合后的结构变化. 他是前苏联和俄罗斯结构分析(用 X 射线、电子、中子衍射)及蛋白质晶体学研究的奠基人之一. 从他一生的论文和著作来看, 他是一位从事材料结构分析、从散射理论研究到仪器设计制备的百科全书式的科学家, 他对晶体学的贡献是十分广泛的.

从伐因斯坦 1962 年任所长后, 晶体学研究所发展很快. 1971 年, 晶体学研究所正式命名为舒勃尼科夫晶体学研究所. 在伐因斯坦的领导下, 建立了不少实验和理论研究室, 如液晶、电子显微镜、小角散射、激光晶体、X 射线光学、同步辐射、高温结晶实验室等. 晶体学研究所的科学家参加了大科学实验装置及实验方法(同步辐射和中子衍射)的发展工作. 研究所内还建立了基地, 能够批量生产激光晶体. 1997 年, 以晶体学研究所部分实验室为基础, 在莫斯科市郊组建了空间材料科学研究中心(Space Materials Science Research Center). 研究所的规模接近 1000 人, 其中一半分布在生产晶体(如美国空间项目所需的大尺寸蓝宝石晶体)和商品实验仪器的车间中. 他使晶体学研究所发展成为一个研

究晶体生长、晶体结构(特别是生物大分子结构)分析和晶体性质的研究所,成为前苏联和俄罗斯科学院先进的重点研究所之一。

伐因斯坦院士多年来是前苏联/俄罗斯科学院晶体物理科学委员会主席、前苏联/俄罗斯晶体学全国委员会主席(1984—1996)、科学院晶体学和天文学部副秘书长(1990—1996).他从1957年起积极参加所有的国际晶体学会议,他是1966年在莫斯科举行的第7届国际晶体学会议组委会主席,1969—1975年他担任国际晶体学联合会(IUCr)执行委员会委员,1975—1978年他担任IUCr的副主席,1990年他获得IUCr的最高奖——Ewald奖.

1996年,晶体学研究所纪念伐因斯坦院士75岁寿辰并出版《晶体结构研究》文集.不久(1996年10月28日)伐因斯坦院士突然去世.从1962年直到1996年,他任所长共34年.1998年,俄罗斯科学院通信院士M. V. Koval'chuk教授被选为晶体学研究所所长.

伐因斯坦院士突然去世后,晶体学的国际权威期刊迅速发表了悼念他的文章(Simonov V I, Feigin L A. *Acta Crystallography*, 1997, A53:531—534.两位作者均为俄罗斯荣誉科学家).2001年,国际学术期刊《Crystallography Reports》第46卷发表了多篇纪念他80岁冥寿的文章,如B. B. Zvyagin的文章《从黏土的电子衍射到组件晶体学》说明了用电子衍射得到的一系列黏土的晶体结构,形成了新的分支学科——组件晶体学.

伐因斯坦院士以极大的精力主编了《现代晶体学》,并亲自编写卷1和卷2的绝大部分内容.他在卷1英文第2版前言中还简单介绍了对《现代晶体学》卷1的补充和修改.这里我们要加以补充.

他在第1章中增加了1.3节“畸变的三维周期性结构 准晶体”.后者(准晶体)是一个引起学术界轰动的发现,因为准晶体具有的二十面体对称性中的五重转动轴和经典的点阵理论是不相容的,但它确定了一种特殊的空间准周期性,从而发展出系统的准晶体物理学.它的基础知识成为本书新增的第5章的第1节.

在第4章改写了4.8节“电子衍射”和4.9节“电子显微术”、新增了4.10节“扫描隧道显微术”,反映了原子级高分辨率实验技术在此期间取得的重大成果(1986年电子显微术和扫描隧道显微术的发明人获得诺贝尔物理学奖).此外,新增了4.7.7节“晶体结构测定的统计热力学法”,改写了4.7.12节“结构分析自动化”.

在新增的第5章的6节中,前2节介绍新概念准晶体和无公度调制结构,后4节介绍的都是新的实验方法,包括:(1)X射线结构分析实验技术的进展,主要介绍同步辐射实验技术;(2)晶体表面的X射线研究,主要介绍驻波法;

(3) 粉末衍射图样结构分析方法,可以不用制备单晶体;(4) EXAFS 谱,可以得出近程的局域原子结构,适用于晶态和非晶态.

补充这些章节后,英文版全书正文从不到 400 页增加到 454 页,即增加了约 1/6,这说明此书作者为了使《现代晶体学》名副其实确实作出了认真的努力.

最后,顺便回顾一下 20 世纪 80 年代中国科学技术大学基础物理中心和结构中心与晶体学研究所合作交流中的一些往事. 1987 年八九月间,译者和元洁老师(结构中心)第一次去该所访问时没有事先联系,而是直接到了位于莫斯科列宁大街的研究所. 我们通过传达室联系后受到了伐因斯坦所长的热情接待. 他对我们十分友好,亲自带领参观晶体学研究所,介绍他们用 X 射线结构分析方法得出的生物大分子的模型和正在测量的 X 射线强度位置灵敏探测器,在楼道里可以见到他们利用结构分析方法得到的生物大分子的结构模型,以及撒切尔夫人等贵宾参观研究所的大幅照片. 他还赠送给我们《现代晶体学》卷 1 和卷 3 俄文版共两册.

通过这次访问,伐因斯坦院士和 H · A · 基谢列夫通信院士还同意接受我校当时的博士研究生侯建国在 1988 年前往晶体学研究所短期工作 3 个月,侯建国利用他们的设备制备了 5 种晶粒度(尺寸从 41 nm 到 410 nm)晶态 Au/非晶态 Ge 双层薄膜样品. 侯建国回来后用电子显微镜系统观测了非晶态 Ge 晶化引起的双层薄膜中的分形图像,在 1990 年的《中国物理快报》上发表了双方联合署名的论文. 1989 年八九月间,译者和何贤昶老师(基础物理中心)再次去该研究所访问,访问后伐因斯坦院士和基谢列夫通信院士又接受中国科学技术大学博士研究生吴学华在 1991 年前往晶体学研究所联合培养一年. 值此《现代晶体学》(卷 1)中译本出版之际,谨向俄罗斯科学院晶体学研究所帮助我们联合培养博士学位研究生表示衷心的感谢.

这里出版的《现代晶体学》卷 1 根据英文第 2 版译出. 在翻译过程中力求做到准确和通顺,但由于译者水平有限,错误和缺点难免,希望得到广大读者的指正.

吴自勤 孙 霞  
2011 年 1 月于中国科学技术大学

## 第 2 版 序

4 卷本《现代晶体学》出版于 20 世纪 80 年代初期。晶体学是发展了几个世纪的老学科，它的基本概念和规律早已确立。然而 20 世纪所有分支学科的迅速发展并没有绕过晶体学。我们对物质的原子结构、晶体形成和生长以及晶体的物理性质的知识不断深化，有关的实验方法也经常得到改进。为了使《现代晶体学》名副其实，我们必须丰富它的内容、补充新的资料。

第 1 版的大部分内容仍旧保留，但若干章节已经更新，有些内容已经改进并补充了新的图例。值得重视的许多新结果被总结在各卷的更新章节中。显然，我们不能忽视 20 世纪 80 年代发现的准晶体和高温超导体、分子束外延的进展、表面熔化、非本征铁电体、无公度相等。我们还增加了已在晶体学中得到应用的新实验方法，如扫描隧道显微术、EXAFS、X 射线强度的位置灵敏探测器等。参考文献也做了补充和修改。

《现代晶体学》第 2 版的修订<sup>①</sup>主要是由第 1 版的作者完成的。我们的一些同事还提供给我们新的结果、图例和文献。在此我们向他们全体表示衷心的感谢。

编辑组：

B · K · 伐因斯坦(主编)

A · A · 契尔诺夫

L · A · 苏伏洛夫

---

<sup>①</sup> 《现代晶体学》第 2 版的修订限于卷 1(1994 年出第 2 版)和卷 2(2000 年出第 3 版)，卷 3 和卷 4 的修订尚未完成。——译者注

## 序

晶体学——关于晶体的科学——的内容在它的发展过程中得到不断的丰富.虽然人类在古代就对晶体发生了兴趣,但直到 17—18 世纪,晶体学才作为独立的分支学科开始形成.当时发现了控制晶体外形的基本规律,发现了光的双折射现象.晶体学的发生和发展在相当长的时间内曾和矿物学密切相关,矿物学的最完整的研究对象正是晶体.后来晶体学和化学接近,因为晶体外形和它的组分密切相关并且只能以原子分子概念为基础加以说明.20 世纪晶体学趋向于物理学,因为新发现的晶体固有的光学、电学、力学、磁学现象愈来愈多.数学方法后来也应用到晶体学中来,特别是对称性理论在 19 世纪末发展成完整的经典理论(建立了空间群理论).数学方法的应用还体现在晶体物理的张量运算上.

20 世纪初发现了晶体的 X 射线衍射,这使得晶体学以至整个物质原子结构科学发生了全面的变化.固体物理也得到了新的推动.晶体学方法,首先是 X 射线衍射分析,开始渗透到其他许多分支科学,如材料科学、分子物理学和化学等.随后发展起来的有电子衍射和中子衍射结构分析,它们不仅补充了 X 射线结构分析方法,并且还提供了有关晶体的理想和实际结构的一系列新的知识.电子显微术和其他现代物质研究方法(光学、电子顺磁和核磁共振方法等)也给出晶体的大量原子结构、电子结构、实际结构的结果.

晶体物理得到迅猛发展,在晶体中发现了许多独特的现象,这些现象在技术上得到广泛的应用.

晶体生长理论(它使晶体学接近热力学和物理化学)的积累和实用的人工晶体合成方法的进展是推动晶体学发展的另外的重要因素.人工晶体日益成为物理研究的对象并且开始迅速渗透到技术领域.人工晶体的生产对传统技术分支,如材料机械加工、精密仪器制造、珠宝工业等有重要的推动,后来又在很大程度上影响了许多重要分支,如无线电电子学、半导体和量子电子学、光学(包括非线性光学)和声学等的发展.寻找具有重要实用性质的晶体、研究它们的结构、发展新的合成技术是现代科学的重大课题和技术进步的重要因素.

应当把晶体的结构、生长和性质作为一个统一的问题来研究.这三个不可

分割地联系在一起的现代晶体学领域是互相补充的.不仅研究晶体的理想结构、而且研究带有各种缺陷的实际结构的好处是:这样的研究路线可以指导我们找到具有珍贵性质的新晶体,使我们能利用各种控制组分和实际结构的方法来完善合成技术.实际晶体理论和晶体物理的基础是晶体的原子结构、晶体生长微观和宏观过程的理论和实验研究.这种处理晶体结构、晶体生长和晶体性质的方法具有广阔前景,并决定了现代晶体学的特点.

晶体学的分支以及它们和相邻学科间的一系列联系可以用下面的示意图表示出来.各个分支间互相交叉,不存在严格的界线.图中的箭头只表示分支间占优势的作用方向,一般来说,相反的作用也存在,影响是双向的.

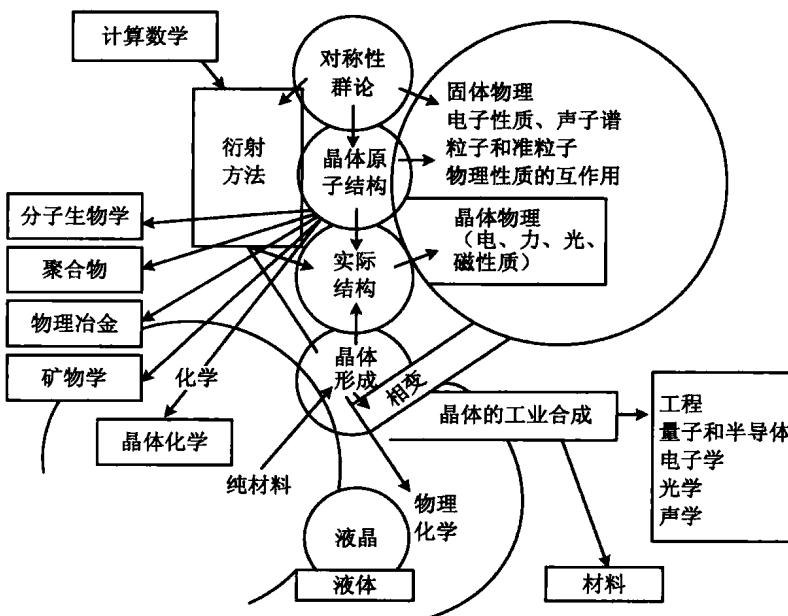


图 1 晶体学的分支学科以及它们和其他学科之间的联系

晶体学在图中恰当地位于中心部位.它的内容有:对称性理论、用衍射方法和晶体化学方法进行的晶体结构研究、实际晶体结构研究、晶体生长和合成及晶体物理.

晶体学的理论基础是对称性理论,近若干年来它得到了显著的发展.

晶体原子结构的研究目前已经扩展到非常复杂的晶体,晶胞中包含几百至几千个原子.含有各种缺陷的实际晶体的研究愈来愈重要.由于物质原子结构研究方法的普适性和各种衍射方法的相似性,晶体学已经发展成为不仅是晶体结构的分支科学,而且是一般凝聚态的分支科学.

晶体学理论和方法的具体应用使结构晶体学渗透进物理冶金学、材料科学、矿物学、有机化学、聚合物化学、分子生物学和非晶态固体、液体、气体的研究中。晶体的生长和成核长大过程的实验和理论研究带动了化学和物理化学的发展，不断地对它们作出贡献。

晶体物理主要涉及晶体的电学、光学、力学性质以及和它们密切相关的结构和对称性。晶体物理与固体物理相近，后者更关注晶体的物理性质的一般规律和晶格能谱的分析。

《现代晶体学》的头两卷涉及晶体的结构，后两卷涉及晶体生长和晶体的物理性质。我们的叙述力图使读者能从本书得到晶体学所有重要问题的基本知识。由于篇幅有限，一些章节是浓缩的，如果不限篇幅，则不少章节可以展开成为专著。幸运的是，一系列这样的晶体学专著已经出版了。

本书的意图是：在相互联系之中讲述晶体学的所有分支学科，也就是把晶体学看成一门统一的科学，阐明晶体结构统一性和多样性的物理含义。书中从晶体学角度描述晶体生长过程中和晶体本身发生的物理化学过程和现象，阐明晶体性质和结构、生长条件的关系。

4卷本的读者对象是：在晶体学、物理、化学、矿物学等领域工作的研究人员，研究各种材料的结构、性质和形成的专家，从事合成晶体和用晶体组装技术设备的工程师和技术人员。我们希望本书对大学和学院中的晶体学、固体物理和相关专业的大学生和研究生也是有用的。

《现代晶体学》是由前苏联科学院晶体学研究所的许多作者一起编写的。编写过程中得到许多同事们的帮助和建议。本书俄文版出版不久就出了英文版。在英文版中增加了一些最新的成果，在若干处做了一些补充和改进。

B·K·伐因斯坦

## 第 2 版前言

《晶体学基础:对称性和结构晶体学方法》是原先的《现代晶体学》卷 1 的第 2 版. 这里补充了晶体结构的原理及其研究方法的新资料. 有几章做了修改, 并补充了新的内容.

第 4 章有 2 节做了重大修改:

4.8 电子衍射, 由 B · K · 伐因斯坦和 B. B. Zvyagin 改写;

4.9 电子显微术, 由 B · K · 伐因斯坦、N · A · 基谢列夫和 M. B. Sherman 改写;

第 4 章新增一节:

4.10 扫描隧道显微术, 由 L. M. Blinov 编写.

我们还编写了新的一章, 以综述近期出现的晶体学及其研究方法的重要进展. 新的第 5 章包括以下 6 节:

5.1 准晶体, 由 V. E. Dmitrienko 和 B · K · 伐因斯坦编写;

5.2 无公度调制结构, 由 V. E. Dmitrienko 编写;

5.3 X 射线结构分析实验技术的进展, 由 D. M. Kheiker 和 B · K · 伐因斯坦编写;

5.4 晶体表面的 X 射线研究, 由 A. Yu. Kagimirov 编写;

5.5 粉末衍射图样分析方法, 由 A. A. Loshmanov 编写;

5.6 EXAFS 谱, 由 A. N. Popov 编写.

作者对 V. V. Udalova、I. L. Tolstova、L. I. Man 和 L. A. Antonova 表示深切的感谢, 他们为本卷的出版做了大量的技术性工作.

B · K · 伐因斯坦  
1993 年 11 月于莫斯科

## 前　　言

本卷内容包括物质晶态的一般特征、晶体对称性和晶体结构研究方法等部分.

第1章带有绪论的性质,介绍了物质晶态特征和晶体学基本概念.晶态的宏观标志被归纳为:性质的均匀性、各向异向和对称性.在这一章中还讨论了晶体的多面体性,描述了晶体微观原子结构的基础规律以及它和其他凝聚态结构的差别.

第2章几乎占了本卷内容的一半,它系统地讨论了晶体对称性理论.对称性理论渗透在整个晶体学中,不掌握它就既不能研究、也不能理解晶体的结构和性质.这一章的内容包括对称性理论公理系统及其基础(群论)、对称性基本概念的几何诠释、点群、一维(螺旋)群、平面群、空间群以及广义对称性——反对称性和色对称性.

第3章介绍了晶体多面体外形的几何理论和晶体点阵的几何理论.

第4章介绍了晶体原子结构实验研究方法.从实用出发,重点放在最重要的X射线结构分析方法上.这方面的内容有:一般衍射理论、晶体X射线学实验技术及衍射测定晶体原子结构的理论和方法.

这一章中还叙述了另外两种方法——电子和中子衍射结构分析的特点、优点和局限性.新的物质结构分析方法——穆斯堡尔衍射和粒子在晶体中的沟道效应也得到简短的介绍.最后一部分是电子显微术.

这一卷的全部基本内容由伐因斯坦编写,M. O. Kliya参加了第3章的编写,Z. G. Pinsker参加了4.3节的编写,D. M. Kheiker写了4.5节和4.6节.V. A. Koptsik在讨论第2章内容时提出过许多重要的建议,并参加编写了2.6.6节和2.9节.R. V. Galiulin提出过不少有价值的修改意见.在此作者向他们以及其他许多帮助整理手稿、收集资料、绘制图表的L. A. Feigin、V. V. Udalova、L. I. Man等同志表示衷心的感谢.

晶体学文献丰富.在这一卷和后几卷中文献分为两类.一类是基本著作、综述和重要的原始论文.另一类是和个别问题有关的著作以及引用了插图的著作.这两类著作在书末文献清单中写得很全,以便于读者去查阅它们.我们还列

出了晶体学方面的主要期刊的名称. 若干原始著作还特别指明了第几版. 有些原始照片是专为本版准备的, 在此作者向这些图注中标明的作者和其他允许引用的作者表示衷心的感谢.

B · K · 伐因斯坦

1980 年 12 月于莫斯科

# 目 录

- 001 译者的话
- 003 第2版序
- 007 序
- 011 第2版前言
- 013 前言
- 001 第1章 结晶状态
  - 002 1.1 晶体的宏观特性
    - 005 1.1.1 晶体和晶态物质
    - 005 1.1.2 晶态物质的均匀性
    - 007 1.1.3 晶态物质的各向异性
    - 008 1.1.4 对称性
    - 010 1.1.5 晶体的习惯外形
  - 011 1.2 晶态物质的微结构
    - 011 1.2.1 空间点阵
    - 014 1.2.2 存在晶体点阵的实验证明
    - 016 1.2.3 微观周期性原理的根据
  - 019 1.3 崎变的三维周期性结构 准晶体
  - 021 1.4 凝聚相的结构特征
- 025 第2章 对称性理论基础
  - 026 2.1 对称性概念
    - 026 2.1.1 对称性定义
    - 027 2.1.2 对称操作
  - 029 2.2 空间变换
    - 029 2.2.1 空间 其中的物体 空间的点

030	2.2.2 空间的基本的等体积变换
035	2.2.3 对称变换的分析表达式
036	2.2.4 第一类和第二类操作的联系和差别
038	2.3 群论基础
038	2.3.1 操作的相互作用
039	2.3.2 群的公理
040	2.3.3 群的基本性质
041	2.3.4 循环群 发生元
042	2.3.5 子群
042	2.3.6 陪集 共轭 类 按子群分解
043	2.3.7 群的乘积
045	2.3.8 群的表示
047	2.4 对称群的类型和它们的一些性质
047	2.4.1 空间的均匀性、不均匀性和间断性
048	2.4.2 对称群的类型及其周期性
050	2.4.3 一维群 $G^1$
051	2.4.4 二维群 $G^2$
053	2.4.5 晶体学群
054	2.4.6 三维群 $G^3$
056	2.5 对称群的几何性质
056	2.5.1 对称素
058	2.5.2 对称素的小结和命名法
062	2.5.3 极性
062	2.5.4 正规点系
064	2.5.5 独立域
067	2.5.6 对称物体的置换群描述
069	2.5.7 对映性(enantimorphism)
071	2.6 点对称群
071	2.6.1 点群的描述和图示
073	2.6.2 三维点群 $G_0^3$ 的推导
074	2.6.3 点群族
082	2.6.4 点群的类别