

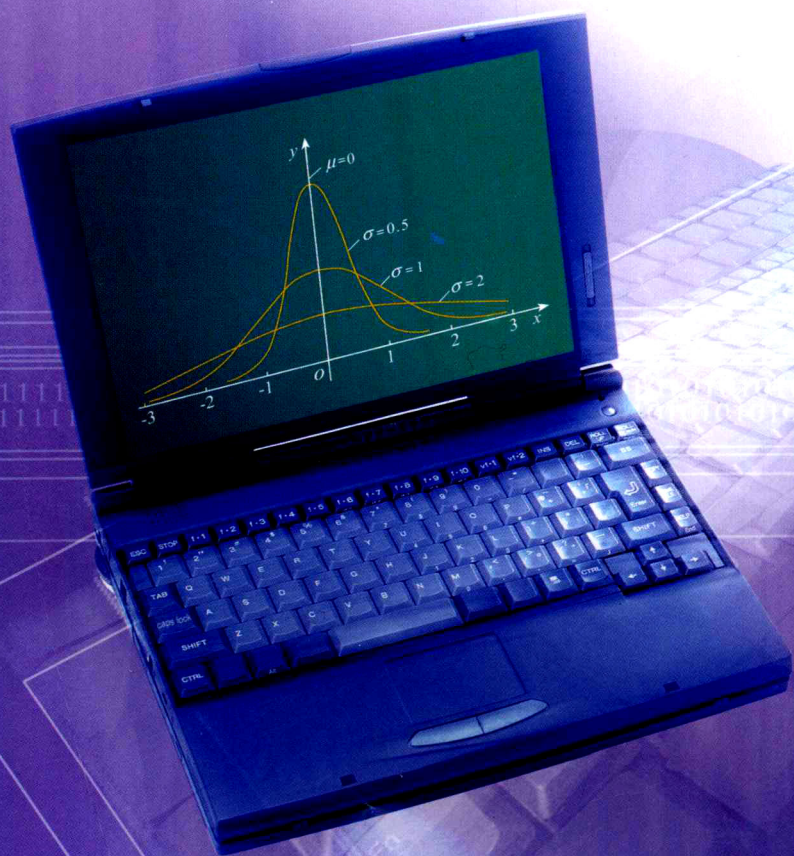
经全国中小学教材审定委员会
2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 2-3

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



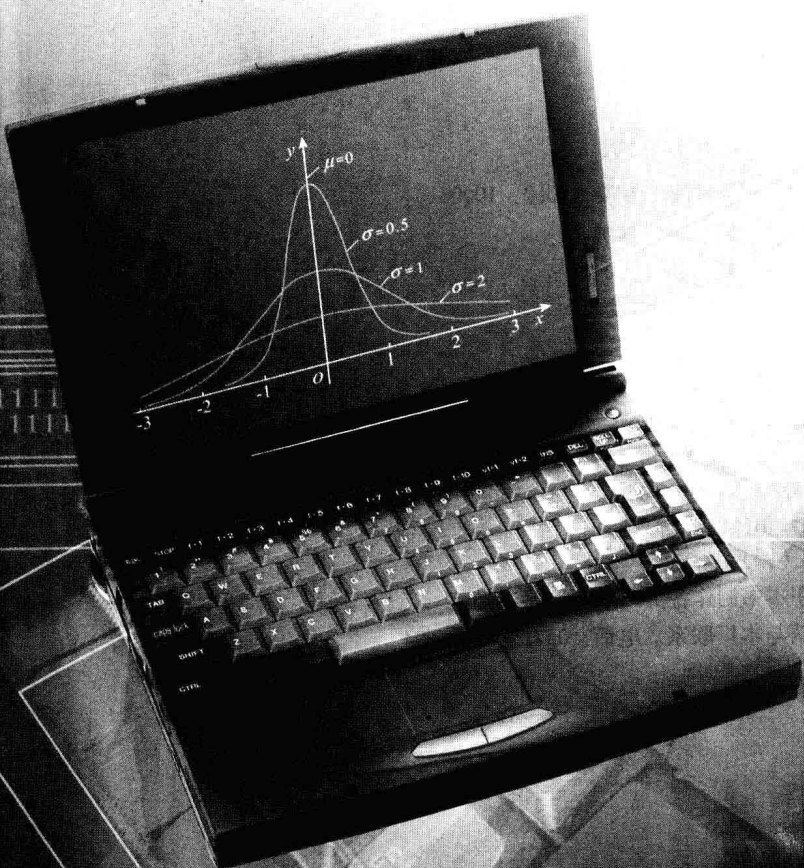
 人民教育出版社
A版

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 2-3

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社
A 版

普通高中课程标准实验教科书

数 学

选修 2-3

A 版

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心

*

人民教育出版社 出版

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

浙江省出版总社代印

浙江省新华书店发行

浙江新华数码印务有限公司印装

*

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/16 印张: 7 字数: 150 000

2009 年 4 月第 3 版 2011 年 5 月浙江第 6 次印刷

印数: 823 501 - 980 500 册

ISBN 978-7-107-20171-4 定价: 6.49 元
G · 13221 (课)

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
如发现印、装质量问题, 请与本厂联系。电话: 0571 - 85155604

主 编：刘绍学

副 主 编：钱珮玲 章建跃

本册主编：李 勇

主要编者：章建跃 李 勇 白 涛 张淑梅

责任编辑：章建跃 张唯一

美术编辑：王 艾 高 巍

封面设计：林荣桓

本 册 导 引

我们根据《普通高中数学课程标准（实验）》编写了这套实验教科书。

本书是高中数学选修课程系列2的3个模块中的一个，包括计数原理、概率、统计案例三章内容。

计数问题是数学中的重要研究对象之一，也是了解客观世界的一种最基本的方法。分类加法计数原理和分步乘法计数原理是简化计数工作的有力工具。本模块第1章中，同学们将学习计数的两个基本原理、排列、组合、二项式定理及其应用，了解计数与现实生活的联系，学会解决一些简单的计数问题，为进一步学习一些重要的概率模型作准备。

在必修课程中，同学们已经学过一些最基本的概率性质、古典概型和几何概型，并了解了它们在实际中的应用。本模块第2章中，同学们将学习某些离散型随机变量及其分布列、均值和方差等，初步学会利用随机变量描述和分析随机现象的方法，进一步体会概率模型的作用，能够利用所学知识解决一些简单的实际问题，初步形成利用随机变量的观点观察和分析随机现象的意识，为利用统计模型解决实际问题作一些理论上的准备。

在过去的学习中，同学们已经知道了最基本的获取样本数据的方法，并学会了一些从样本数据中提取信息的统计方法，其中包括用样本估计总体分布及数字特征、线性回归等内容。本模块中，同学们将通过讨论典型案例，了解一些最常用的统计思想方法和统计模型，如回归分析、分类变量的独立性检验等，进而体会统计思想在解决实际问题中的作用。理解和利用这些统计思想方法和统计模型，对同学们处理未来生活和工作中的某些问题将非常有用。

在本书中，我们将通过适当的实例，引出需要学习的内容，然后在“探究”“思考”等活动的带领下，引导同学们自己发现问题、提出问题，通过亲身实践、主动思维，经历不断的从具体到抽象的概括活动来理解和掌握计数、概率和统计的基础知识。

学而不思则罔。只有通过自己的独立思考，并掌握科学的思维方法，才能真正学好数学。在本书中，我们将利用数学知识的内在联系，启发和引导同学们开展类比、推广、特殊化等思维活动，体会统计思想，学习用统计思想分析和处理随机现象的基本方法。

学习的目的在于应用。在本书中，我们将努力为同学们提供应用统计与概率知识解决问题的机会，以使同学们加深对有关数学概念本质的理解，认识数学知识与实际的联系，并学会用数学解决一些实际问题。另外，我们还开辟了“探究与发现”“信息技术应用”等拓展性栏目，为大家提供选学素材，有兴趣的同学可以自主选择其中的一些内容进行探究。

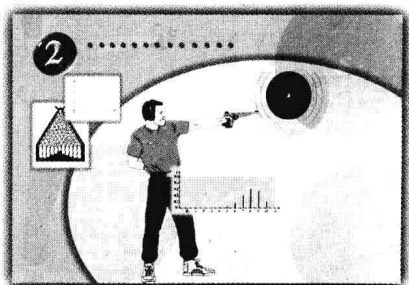
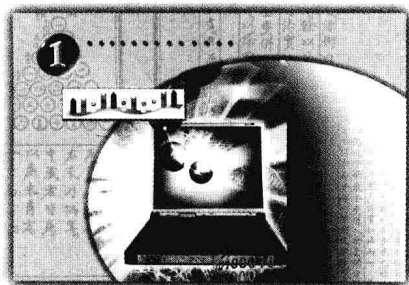
祝愿同学们通过本册书的学习，不但学到更多的概率统计知识，而且在数学能力、用统计思想和方法解决问题的能力等方面都有较大提高，并培养起更高的数学学习兴趣，形成对数学的更加全面的认识。

本书部分数学符号

| | |
|----------------------|----------------------------------|
| A_n^m | 从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数 |
| C_n^m | 从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数 |
| $n!$ | n 的阶乘 |
| Ω | 基本事件的全体 |
| \bar{A} | 事件 A 的对立事件 |
| $n(A)$ | 事件 A 中基本事件的个数 |
| $P(A)$ | 事件 A 发生的概率 |
| $P(B A)$ | 在事件 A 发生的条件下, 事件 B 发生的条件概率 |
| $B(n, p)$ | 以 n 和 p 为参数的二项分布 |
| $E(X)$ | 随机变量 X 的均值 |
| $D(X)$ | 随机变量 X 的方差 |
| $N(\mu, \sigma^2)$ | 均值为 μ , 方差为 σ^2 的正态分布 |
| (\bar{x}, \bar{y}) | 样本中心 |
| e | 随机误差 |
| \hat{e} | 残差 |

目录

| | |
|-----------------------------|----|
| 第一章 计数原理 | 1 |
| 1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理 | 2 |
| 探究与发现 子集的个数有多少 | 11 |
| 1.2 排列与组合 | 14 |
| 探究与发现 组合数的两个性质 | 25 |
| 1.3 二项式定理 | 29 |
| 探究与发现 “杨辉三角”中的一些秘密 | 35 |
| 小结 | 38 |
| 复习参考题 | 40 |
| 第二章 随机变量及其分布 | 43 |
| 2.1 离散型随机变量及其分布列 | 44 |
| 2.2 二项分布及其应用 | 51 |



探究与发现 服

概率最大 58

2.3 离散型随机变量的均值 60

2.4 正态分布 65

信息技术应用 μ, σ 对正态分布的

小结 70

复习参考题 71

第三章 统计案例 75

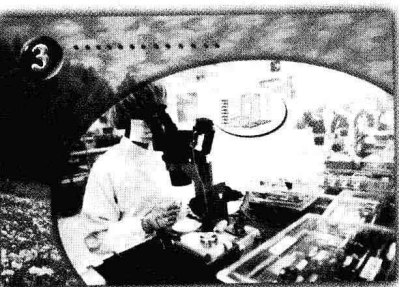
3.1 回归分析的基本思想及其初步应用 80

3.2 独立性检验的基本思想及其初步应用 91

实习作业 99

小结 100

复习参考题 101



第一章

计数原理

1.1


分类加法计数原理与分步乘法计数原理

1.2

排列与组合

1.3

二项式定理



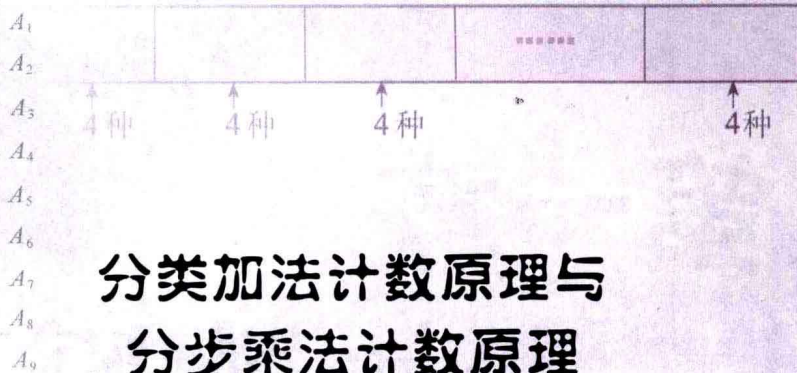
汽车牌照一般从26个英文字母、10个阿拉伯数字中选出若干个，并按照适当顺序排列而成。随着人们生活水平的提高，家庭汽车拥有量迅速增长，汽车牌照号码需要扩容。另外，许多车主还希望自己的牌照“个性化”。那么，交通管理部门应如何确定汽车牌照号码的组成方法，才能满足民众的需求呢？这就需要“数出”某种汽车牌照号码组成方案下所有可能的号码数，这就是计数。日常生活、生产中类似的计数问题大量存在。例如，幼儿会通过一个一个地数数的方法，计算自己拥有玩具的数量；学校要举行班际篮球比赛，在确定赛制后，体育组的老师要算一算共需要举行多少场比赛；用红、黄、绿三面旗帜组成航海信号，颜色的不同排列表示不同的信号，共可以组成多少种不同的信号……

虽然用列举所有各种可能性的方法，即一个一个地去数，可以求出相应的数，但当这个数很大时，列举的方法很难实施。本章所关心的是如何能不通过一个一个地数而确定出这个数。

在小学我们学了加法和乘法，这是将若干个“小的”数结合成“较大”数的最基本技巧。这种技巧经过推广就成了本章将要学习的分类加法计数原理和分步乘法计数原理。这是解决计数问题的两个最基本、最重要的方法。应用这两个计数原理，我们可以得到两类特殊计数问题的计数公式，即排列数公式和组合数公式，应用它们就可以方便地解决一些计数问题。作为计数原理与计数公式的一个应用，本章我们还将学习在数学上有广泛应用的二项式定理。

CHAPTER 1

1.1



分类加法计数原理与 分步乘法计数原理



用一个大写的英文字母或一个阿拉伯数字给教室里的座位编号，总共能够编出多少种不同的号码？

因为英文字母共有 26 个，阿拉伯数字 0~9 共有 10 个，所以总共可以编出

$$26+10=36$$

种不同的号码.



你能说说这个问题的特征吗？

上述问题中，最重要的特征是“或”字的出现：每个座位可以用一个英文字母或一个阿拉伯数字编号。由于英文字母、阿拉伯数字各不相同，因此用英文字母编出的号码与用阿拉伯数字编出的号码也是各不相同的。

一般地，有如下原理：

分类加法计数原理 完成一件事有两类不同方案^①，在第 1 类方案中有 m 种不同的方法，在第 2 类方案中有 n 种不同的方法。那么完成这件事共有

$$N=m+n$$

种不同的方法.



你能举一些生活中类似的例子吗？

^① 两类不同方案中的方法互不相同.

例 1 在填写高考志愿表时，一名高中毕业生了解到，A, B 两所大学各有一些自

已感兴趣的强项专业，具体情况如下：

| A 大学 | B 大学 |
|------|-------|
| 生物学 | 数学 |
| 化学 | 会计学 |
| 医学 | 信息技术学 |
| 物理学 | 法学 |
| 工程学 | |

如果这名同学只能选一个专业，那么他共有多少种选择呢？

分析：由于这名同学在 A, B 两所大学中只能选择一所，而且只能选择一个专业，又由于两所大学没有共同的强项专业，因此符合分类加法计数原理的条件。

解：这名同学可以选择 A, B 两所大学中的一所。在 A 大学中有 5 种专业选择方法，在 B 大学中有 4 种专业选择方法。又由于没有一个强项专业是两所大学共有的，因此根据分类加法计数原理，这名同学可能的专业选择种数为

$$5+4=9.$$



如果完成一件事有三类不同方案，在第 1 类方案中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类方案中有 m_2 种不同的方法，在第 3 类方案中有 m_3 种不同的方法。那么完成这件事共有多少种不同的方法？

如果完成一件事情有 n 类不同方案，在每一类中都有若干种不同方法，那么应当如何计数呢？



用前 6 个大写英文字母和 1~9 九个阿拉伯数字，以 $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots$ 的方式给教室里的座位编号，总共能编出多少个不同的号码？

这个问题与前一问题不同。在前一问题中，用 26 个英文字母中的任何一个或 10 个阿拉伯数字中的任何一个，都可以给出一个座位号码。而在这个问题中，号码必须由一个英文字母和一个作为下标的阿拉伯数字组成，得到一个号码必须经过先确定一个英文字母，后确定一个阿拉伯数字这样两个步骤。用图 1.1-1 的方法可以列出所有可能的号码。

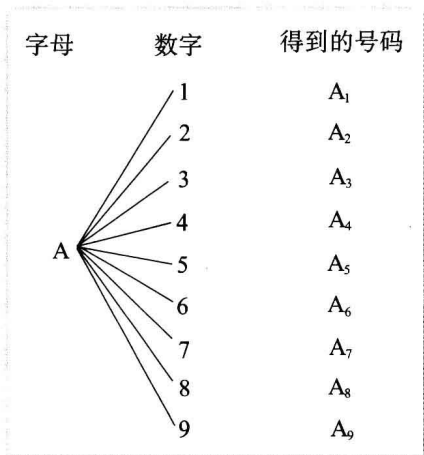


图 1.1-1



图 1.1-1 是解决计数问题常用的“树形图”。你能用树形图列出所有可能的号码吗？

我们还可以这样来思考：

由于前 6 个英文字母中的任意一个都能与 9 个数字中的任何一个组成一个号码，而且它们各不相同，因此共有

$$6 \times 9 = 54$$

个不同的号码。



你能说说这个问题的特征吗？

上述问题中，最重要的特征是“和”字的出现：每个座位由一个英文字母和一个阿拉伯数字构成，每一个英文字母与不同的数字组成的号码是各不相同的。

一般地，有如下原理：

分步乘法计数原理 完成一件事需要两个步骤^①，做第 1 步有 m 种不同的方法，做第 2 步有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N = m \times n$$

种不同的方法。

^① 无论第 1 步采用哪种方法，都不影响第 2 步方法的选取。

例 2 设某班有男生 30 名，女生 24 名。现要从中选出男、女生各一名代表班级参加比赛，共有多少种不同的选法？

分析：选出一组参赛代表，可以分两个步骤：第 1 步，选男生；第 2 步，选女生。

解：第 1 步，从 30 名男生中选出 1 人，有 30 种不同选择；

第 2 步，从 24 名女生中选出 1 人，有 24 种不同选择。

根据分步乘法计数原理,共有

$$30 \times 24 = 720$$

种不同的选法.



如果完成一件事需要三个步骤,做第1步有 m_1 种不同的方法,做第2步有 m_2 种不同的方法,做第3步有 m_3 种不同的方法,那么完成这件事共有多少种不同的方法?

如果完成一件事情需要 n 个步骤,做每一步中都有若干种不同方法,那么应当如何计数呢?

例3 书架的第1层放有4本不同的计算机书,第2层放有3本不同的文艺书,第3层放有2本不同的体育书.

(1) 从书架中任取1本书,有多少种不同取法?

(2) 从书架的第1,2,3层各取1本书,有多少种不同取法?

解:(1) 从书架上任取1本书,有三类方法:第1类方法是从第1层取1本计算机书,有4种方法;第2类方法是从第2层取1本文艺书,有3种方法;第3类方法是从第3层取1本体育书,有2种方法.根据分类加法计数原理,不同取法的种数是

$$N = m_1 + m_2 + m_3 = 4 + 3 + 2 = 9.$$

(2) 从书架的第1,2,3层各取1本书,可以分成三个步骤完成:第1步,从第1层取1本计算机书,有4种方法;第2步,从第2层取1本文艺书,有3种方法;第3步,从第3层取1本体育书,有2种方法.根据分步乘法计数原理,不同取法的种数是

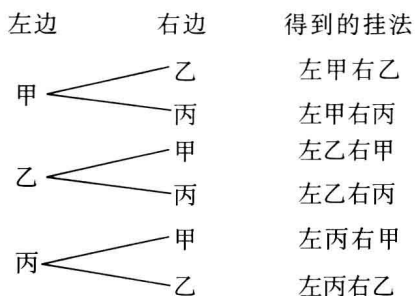
$$N = m_1 \times m_2 \times m_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24.$$

例4 要从甲、乙、丙3幅不同的画中选出2幅,分别挂在左、右两边墙上的指定位置,共有多少种不同的挂法?

解:从3幅画中选出2幅分别挂在左、右两边墙上,可以分两个步骤完成:第1步,从3幅画中选1幅挂在左边墙上,有3种选法;第2步,从剩下的2幅画中选1幅挂在右边墙上,有2种选法.根据分步乘法计数原理,不同挂法的种数是

$$N = 3 \times 2 = 6.$$

6种挂法可以表示如下:



分类加法计数原理和分步乘法计数原理，回答的都是有关做一件事的不同方法的种数问题. 区别在于：分类加法计数原理针对的是“分类”问题，其中各种方法相互独立，用其中任何一种方法都可以做完这件事；分步乘法计数原理针对的是“分步”问题，各个步骤中的方法互相依存，只有各个步骤都完成才算做完这件事.

练习

1. 填空：

- (1) 一件工作可以用 2 种方法完成，有 5 人只会用第 1 种方法完成，另有 4 人只会用第 2 种方法完成，从中选出 1 人来完成这件工作，不同选法的种数是_____；
- (2) 从 A 村去 B 村的道路有 3 条，从 B 村去 C 村的道路有 2 条，从 A 村经 B 村去 C 村，不同路线的条数是_____.

2. 现有高一年级的学生 3 名，高二年级的学生 5 名，高三年级的学生 4 名，问：

- (1) 从中任选 1 人参加接待外宾的活动，有多少种不同的选法？
- (2) 从 3 个年级的学生中各选 1 人参加接待外宾的活动，有多少种不同的选法？

3. 在例 1 中，如果数学也是 A 大学的强项专业，则 A 大学共有 6 个专业可以选择，B 大学共有 4 个专业可以选择，那么用分类加法计数原理，得到这名同学可能的专业选择种数为

$$6+4=10.$$

这种算法有什么问题？

例 5 给程序模块命名，需要用 3 个字符，其中首字符要求用字母 A~G 或 U~Z，后两个要求用数字 1~9，最多可以给多少个程序命名？

分析：要给一个程序模块命名，可以分三个步骤：第 1 步，选首字符；第 2 步，选中间字符；第 3 步，选最后一个字符. 而首字符又可以分为两类.

解：先计算首字符的选法. 由分类加法计数原理，首字符共有

$$7+6=13$$

种选法.

再计算可能的不同程序名称. 由分步乘法计数原理，最多可以有

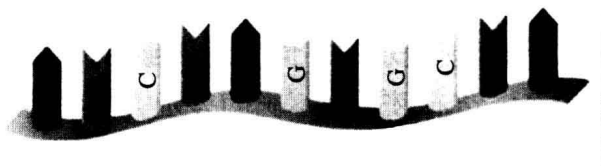


你还能给出不同的解法吗？

$$13 \times 9 \times 9 = 1053$$

个不同的名称, 即最多可以给 1053 个程序命名.

例 6 核糖核酸(RNA)分子是在生物细胞中发现的化学成分. 一个 RNA 分子是一个有着数百个甚至数千个位置的长链, 长链中每一个位置上都由一种称为碱基的化学成分所占据. 总共有 4 种不同的碱基, 分别用 A, C, G, U 表示. 在一个 RNA 分子中, 各种碱基能够以任意次序出现, 所以在任意一个位置上的碱基与其他位置上的碱基无关. 假设有一类 RNA 分子由 100 个碱基组成, 那么能有多少种不同的 RNA 分子?



分析: 用图 1.1-2 来表示由 100 个碱基组成的长链, 这时我们共有 100 个位置, 每个位置都可以从 A, C, G, U 中任选一个来占据.

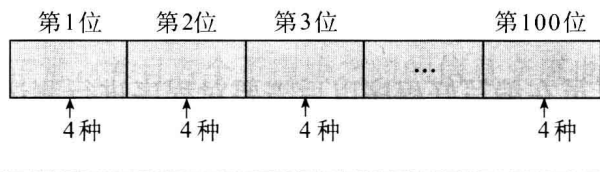


图 1.1-2

解: 100 个碱基组成的长链共有 100 个位置, 如图 1.1-2 所示. 从左到右依次在每一个位置中, 从 A, C, G, U 中任选一个填入, 每个位置有 4 种填充方法. 根据分步乘法计数原理, 长度为 100 的所有可能的不同 RNA 分子种数为

$$\underbrace{4 \times 4 \times \cdots \times 4}_{100 \text{ 个 } 4} = 4^{100}.$$

$4^{100} \approx 1.6 \times 10^{60}$, 这是一个非常大的数. 有兴趣的同学可以自己查阅一下 RNA 的有关资料.

例 7 电子元件很容易实现电路的通与断、电位的高与低等两种状态, 而这也是最容易控制的两种状态. 因此计算机内部就采用了每一位只有 0 或 1 两种数字的记数法, 即二进制. 为了使计算机能够识别字符, 需要对字符进行编码, 每个字符可以用一个或多个字节来表示, 其中字节是计算机中数据存储的最小计量单位, 每个字节由 8 个二进制位构成. 问:

(1) 一个字节(8 位)最多可以表示多少个不同的字符?

(2) 计算机汉字国标码(GB 码)包含了 6763 个汉字, 一个汉字为一个字符, 要对这些汉字进行编码, 每个汉字至少要用多少个字节表示?

分析: 由于每个字节有 8 个二进制位, 每一位上的值都有 0, 1 两种选择, 而且不同的顺序代表不同的字符, 因此可以用分步乘法计数原理求解本题.

解: (1) 用图 1.1-3 来表示一个字节.

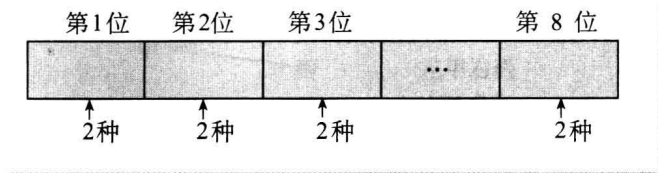


图 1.1-3

一个字节共有 8 位，每位上有 2 种选择。根据分步乘法计数原理，一个字节最多可以表示

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$$

个不同的字符。

(2) 由(1)知，用一个字节所能表示的不同字符不够 6 763 个，我们就考虑用 2 个字节能够表示多少个字符。前一个字节有 256 种不同的表示方法，后一个字节也有 256 种表示方法。根据分步乘法计数原理，2 个字节可以表示

$$256 \times 256 = 65\,536$$

个不同的字符，这已经大于汉字国标码包含的汉字个数 6 763。所以要表示这些汉字，每个汉字至少要用 2 个字节表示。

例 8 计算机编程人员在编写好程序以后需要对程序进行测试。程序员需要知道到底有多少条执行路径（即程序从开始到结束的路线），以便知道需要提供多少个测试数据。一般地，一个程序模块由许多子模块组成。如图 1.1-4，它是一个具有许多执行路径的程序模块。问：这个程序模块有多少条执行路径？

另外，为了减少测试时间，程序员需要设法减少测试次数。你能帮助程序员设计一个测试方法，以减少测试次数吗？

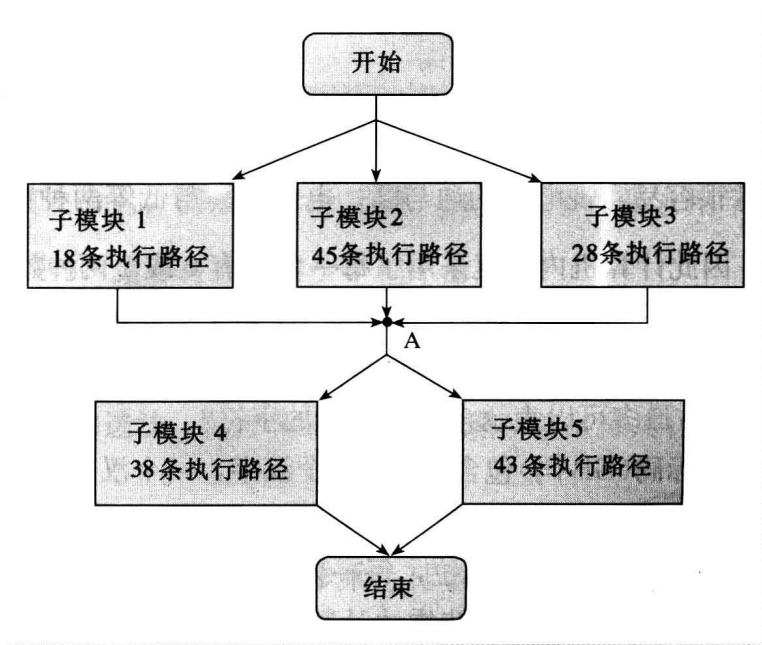


图 1.1-4