

青少年益智数学竞技运动会指定教材（一）

走进美妙的 数学花园

中国古典益智数学玩具解析

余俊雄/主编



开启
数学思维
的金牌图书

青少年益智数学竞技运动会指定教材（一）

走进美妙的 数学花园

中国古典益智数学玩具解析




余俊雄/主编

编委会：姚毓智 周伟中 傅起凤 秦筱春 任四巧 蒋秋月

主办单位：中国青少年发展服务中心 “全国青少年走进科学世界”

科普活动指导委员会办公室 中国少年科学院

 中国轻工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

走进美妙的数学花园：中国古典益智数学玩具解析/余俊雄
主编.—北京：中国轻工业出版社，2011.2

ISBN 978-7-5019-7872-4

I. ①走… II. ①余… III. ①智力开发-玩具-中国-古代-指南
IV. ①TS958.6-62

中国版本图书馆CIP数据核字 (2010) 第194012号

责任编辑：张凌云

策划编辑：赵强 张凌云 责任终审：张乃东 封面设计：逸水翔天

版式设计：逸水翔天 责任校对：晋洁 责任监印：马金路

出版发行：中国轻工业出版社（北京东长安街6号，邮编：100740）

印 刷：航远印刷有限公司

经 销：各地新华书店

版 次：2011年2月第1版第1次印刷

开 本：720×1000 1/16 印张：4

字 数：30千字 插页：1

书 号：ISBN 978-7-5019-7872-4 定价：15.00元

邮购电话：010-65241695 传真：65128352

发行电话：010-85119835 85119793 传真：85113293

网 址：<http://www.chlip.com.cn>




Email:club@chlip.com.cn

如发现图书残缺请直接与我社邮购联系调换

100883S8X101ZBW

contents

目 录

一、 概论	5	
益智玩具的由来.....	5	
中国古典益智数学玩具的智慧内涵.....	6	
培养学习兴趣的特殊教具.....	8	
二、 七巧板及拼板玩具	10	
七巧板的发明历程.....	10	
七巧板的几何构成.....	12	
七巧板拼图.....	13	
用七巧板解勾股定理.....	18	
用七巧板拼凸多边形.....	19	
用七巧板研究悖论.....	20	
七巧板与智力开发.....	21	
具有特色的其他拼板.....	23	
怎样用拼板玩具搞活动.....	30	
三、 九连环及解环玩具	31	
九连环的发明历程.....	31	
九连环的构造和玩法.....	32	
九连环与数学.....	37	
具有特色的其他解环玩具.....	38	
怎样用解环玩具搞活动.....	40	

contents

四、鲁班锁及拼插玩具 42

鲁班锁的发明历程 42

鲁班锁的结构和玩法 44

具有特色的其他拼插玩具 47

怎样用拼插玩具搞活动 49

五、华容道及移块玩具 50

华容道的发明历程 51

华容道的构造 53

华容道的玩法和规则 54

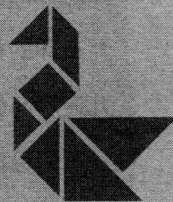
华容道的典型布局及解法 55

华容道的其他布局 57

具有特色的其他移块玩具 59

华容道的数学含义 62

怎样用移块玩具搞活动 63



一、概论

益智玩具的由来

鲁迅先生说：“玩具是儿童的天使。”的确如此，玩是儿童的天性，玩具是伴随着人类的诞生而出现的。由于孩子们充满活力和好奇，且有充足的空闲时间来玩，于是，玩和吃一样，成了他们不可缺少的需要。在生产力低下的原始社会，孩子们只能用身边的自然物体来当玩物。随着人类文化的发展，人类才有了创造玩具的意识。由于人类社会的发展，玩具开始成为一种社会性的需要。农业社会时，有了专门创造玩具的手工作坊和手艺人。近代工业诞生后，大规模地生产玩具的工业出现了。而随着科技的发展，现代玩具的生产和科研也达到了极大的规模和极尖端的水平。

从玩具的生产水平和先进程度来看，玩具的发展大约经历了原始自然玩具、初级手工玩具、现代机动玩具和当代高新科技玩具等发展阶段。而从玩具的功能来看，又可以归纳为三大类：观赏性玩具（如小画片、泥人、洋娃娃等）、技巧性玩具（如陀螺、风筝、小汽车等）、益智性玩具（如七巧板、九连环、华容道、鲁班锁等）。也有人按“五育”功能把玩具概括成德育玩具（如储钱罐、56个民族玩具娃娃等）、智育玩具、体育玩具（如小皮球、毽子等）、美育玩具（如无锡泥人阿福、绣花香包等）、劳动教育玩具（如小花铲、小榔头等）。其中，智育玩具和前面说的益智玩具是同一类。

益智玩具从广义上来分析，实质上是一种科学玩具。所谓科学玩具，就是应用某种科学原理来构成这种玩具，或者玩这种玩具可以体现某种科学道理。比如，陀





螺和风筝就蕴涵着力学原理，万花筒和潜望镜则基于光学原理，走马灯和蒸汽小船则与热学原理有关，而爆竹和化学原理有关，七巧板、九连环、鲁班锁和华容道则可体现数学原理。

大约从20世纪初开始，益智玩具从科学玩具中分离出来，成为玩具中的一个“热点”。西方有一个名词“Puzzle”，原本指“谜一样的事物”或“难题”，后来逐渐演变成“动脑筋”的意思，用来泛指一些要动脑来玩的玩具和游戏，即“智力玩具”或“益智玩具”。西方甚至把中国的古老玩具，如七巧板、九连环、鲁班锁和华容道等称作Chinese puzzle，即“中国的难题”或“中国动脑筋玩具”。确立并发展这类玩具和游戏的三位代表人物就是被誉为世界智力游戏界“三大金刚”的美国山姆·洛伊德（1841—1911年）、英国的H·杜德尼（1847—1930年）和刚刚去世的美国智力大师马丁·加德纳（1914—2010）。

下面，我们要讲述的是基于数学原理的四种代表性益智玩具：七巧板、九连环、鲁班锁和华容道。正因为它们主要是利用数学原理表现的，所以它们也可以称为“益智数学玩具”。



中国古典益智数学玩具的智慧内涵

中国古典玩具七巧板、九连环、鲁班锁和华容道被人们誉为智力玩具中的“四大金刚”。这些体现中国古老文化和智慧之光的玩具已成了世界智力游戏界的“宠儿”，在世界益智玩具中具有很高的地位。其原因不仅在于它们的历史悠久，同时在于其丰富的智力内涵，而且大多数很早就传到国外，成为西方人津津乐道和迷恋的玩物，有的甚至催生了西方许多新的智力玩具。

七巧板可以说是中国益智玩具之祖，它是一种拼板玩具。它的发明可以追溯到4000多年前的“规”和“矩”。清朝嘉庆年间（1813年）的《七巧图合璧》是迄今发现的有关七巧板的最早著作。七巧板大约于18世纪传到国外，被称为tangram（唐图），即“中国之图”，成了中国的象征。这种玩具通过7块简单的图案拼板，就可以拼出数以千计的图像来。1818年，德国《莱比锡工业画报》曾发表名为《用中国七巧板向青少年通俗解释欧几里得定律》的数学论文。意大利游戏书《中国谜解副刊》甚至说七巧板是中国文明的象征。书中说，从七巧板可以看出：“中国是文明的，一点也不野蛮！”一种小小的玩具竟有如此高的科学和文化价值，怎不令人惊叹！中国另一种更简单的古老四巧拼板“调和板”传到日本后，改称为“博士

板”，声称谁能拼出一种最复杂的图形，其智商可达博士水平，于是这种玩具竟成为日本学校必备的考查学生智商水平的教具。在清朝，学者童叶庚将七巧板扩展为十五巧板，干脆命名为“益智图”，意为此图有益于提高智力。

九连环是一种解环玩具。这类玩具在我国至少有2000多年的历史。早在战国时代的《战国策》中就有记述。我国将解环玩具称为“巧环”，环数从一个到几十个，越来越复杂，其中九连环最为知名。这是因为我国古代认为“九”是阳数之极，所以一般都用“九”来言多，既然九已到了极点，那就十分难了。九连环在英文中称为Chinese Ring，即“中国环”。这个名字见于1550年西方的资料中，可见巧环玩具至少在400多年前就传到了国外，这个资料是李约瑟博士在《中国科学技术史》中提到的，文中说：“拓扑学上的中国九连环之谜（它可能是从算盘演变出来的）最初见于卡坦的著作（1550年），后来华立斯（1685年）为它提供了详细的数学证明。格罗斯在19世纪应用二进位记数法给它以最优秀的数学解答。”拓扑学和二进位制是数学里的高深分支，而九连环竟包含如此深刻的数学知识，不能不令人感到惊叹。

鲁班锁是一种立体拼插玩具，是由中国古代房屋的榫卯结构转化而来的。榫卯结构早在新石器时代的河姆渡遗址中就有发现。因为鲁班是中国木工的始祖，所以得名“鲁班锁”。由于解开此种拼接锁要有聪明的头脑，所以又有人称它为“孔明锁”，将它和三国时代足智多谋的诸葛孔明联系起来。这种玩具最早见于文字是在我国清代一本魔术书《鹅幻汇编》中，当时叫“六子联芳”。美国1857年出版的《魔术师手册》中，就引用了中国的“六子联芳”，可见这种玩具传到国外最少也有150多年的历史。鲁班锁实际是一种涉及立体几何知识的玩具，通过几何分割，可以组成多种锁定方式。近来，美、英等多国数学家采用电脑分析发现，由6根木条多种单元组成的样式多达119963种，可见其奥妙。

华容道是一种移块玩具，一般人认为既然此玩具用《三国演义》中的故事命名，那它一定是三国时代发明的。其实，这类玩具的发明思路远比三国时代古老。华容道的发明要追溯到远古时代的洛书（即幻方），后来传入宫廷，演变成了“重排九宫”游戏，这就是“华容道”的雏形。此游戏在元朝时传到西方，西方人在此基础上加以改造，变成了在西方轰动一时的智力玩具“移动十五”。与此同时，在中国此玩具也被改造，变成了更有趣的“移动十块”。由于这种玩具玩的过程和三国故事中“曹操败走华容道”相合，所以就有了这个十分贴切的名称“华容道”。



“华容道”玩具由于布局繁多，走法曲折，被日本《数理科学》杂志誉为“智力游戏界三大不可思议之一”（其他两项分别为法国人发明的“独立钻石棋”和匈牙利人发明的“魔方”），它的玩法涉及数学里的图论和运筹学等多门学科。现在，它又与电脑挂上了钩，其中“横刀立马”布局的81步最优解法就是由电脑验证的。

以上仅对几种中国古典益智玩具从智力开发和知识传播的角度上加以分析。事实上，中国古典益智玩具还有很多，如四喜娃、迷宫、幻方、公道杯、倒流壶、魔壶、凤鸣壶、文字密码锁、鱼洗盆、饮水鸭和虎符等。它们不仅涉及数学，还涉及物理和化学等多门学科。它们为丰富中国文化作出了贡献，而且沟通了世界文化。如美国南北战争时期流行一种“驴子智力难题”玩具，它的构思就源自于中国的古典玩具“四喜娃”。美国19世纪魔术和智力大师洛伊德竟用七巧板来解释地球的发展史，并用七巧板来演示数学里的悖论原理。而英国智力大师杜德尼又进一步发展了七巧板的悖论原理。前面提到的美国贝尔实验室的数学家格雷发明了用于无线电通讯的二进制原理，创造出来“格雷码”。有趣的是，这种电码竟与解九连环的原理相同，于是有人推测，格雷是受九连环的启示而发明“格雷码”的。前面说过，华容道的始祖是中国古代的“重排九宫”的游戏，在这之后，类似的移块玩具风靡西方，在1869~1978年这110年间，英、美两国竟有142件移块玩具获得专利。生于1933年的西班牙雕塑家贝罗尔第一个将鲁班锁的原理用来创作雕塑作品，使他的艺术成就与画家毕加索齐名。而且，七巧板、九连环、鲁班锁、华容道也都写入了美国大学的教材里，成为计算机解题的研究对象。

培养学习兴趣的特殊教具

清朝风俗画家吴友如曾用他的画笔记录了清代的许多风俗，其中有两幅画分别画的是古人玩七巧板和九连环，题名“天然巧合”和“妙绪环生”。这两句话恰到好处地点明了益智玩具的趣味性。

培养孩子对科学的兴趣是科学普及的前提。有学者指出，兴趣是最好的学校。为什么孩子对一些科学不感兴趣？是因为这种科学呈现在孩子面前往往是抽象的、死板的，而益智玩具是具体的、形象的，它蕴藏的科学是在玩乐中孩子可以体会到的。

教育学家主张用教具来演示知识，这是因为教具比文字更具体。但一般教具比较“严肃”，而益智玩具则活泼得多，它的演示效果往往出人意料又在情理之中。

难怪日本把益智玩具“博士板”列为中小学生的教具之一呢!

心理学家认为,人脑的动态记忆比静态记忆要牢固得多。玩益智玩具就是一种动态记忆方式。在玩的过程中,会不断地动,以致当玩成功后,对其中的数学知识难以忘怀。比如证明“勾股定理”,数学书上有数百种证法,这些方法往往记不住,而用七巧板来证明这个定理却十分简单、巧妙,玩完后就把这个定理的本质认清了。原来“两个数的平方和等于另一个数的平方”这样的数学概念,通过七巧板变成了“两个小方块的面积和等于另一个大方块的面积”。这样的学习多有趣。

所以,美国斯坦福大学教授马基姆说:“一般都认为要解答某个问题,就得先动脑。但是,凭空想象得到答案容易呢?还是边做边想,手脑并用求答案来得容易?通过七巧板边拼边想的实践得到的答案是后者。”

荷兰制图学家爱尔华从玩七巧板中体会到:“七巧板持续不断地反复组合,可引起人们对哲学、教育学、心理学、美学等领域的兴趣。深入探讨七巧板的奥秘,能开拓新的视野,具有引人入胜的前景。”正是对七巧板的兴趣,引导他在制图学上开辟了新天地。

通过以上分析,不难得出结论:益智玩具不仅是有益于教学的教具,而且是一种具有特殊功能的教具。



二、七巧板及拼板玩具

英国皇家科学院院士李约瑟在《中国科学技术史》的数学卷中，引入了七巧板，称七巧板是“东方最古老的娱乐之一”。而苏联一位著名科普作家别莱利曼称：“七巧板早期并不是用来消遣，而是用于数学的。中国人用这种游戏教育孩子们，也能教育成年人，学习几何学。”

以上两种说法都有道理，因为七巧板首先是一种玩具，所以它有娱乐性。但是，从本质上来说，它又是一种数学玩具，是利用数学中的几何学原理来玩的，所以它又可以帮助人们学习几何学。

七巧板是益智玩具之祖，也是最早的一种数学玩具。后来，在七巧板的基础上，又演变出许多新的拼板玩具来，使这种古老的玩具焕发出新的智慧之光。

七巧板的发明历程

七巧板发明的确切时间还不清楚，但它发明的过程有两条思路：一是数学（几何）方面的数理理论演进的结果；二是从实用到娱乐在技术方面的变化的结果。

七巧板实际是一种几何图形，而类似图形的切割术早在我国周朝的数学著作《周髀算经》中就有记载。七巧板拼合的基本数学原理就是勾股定理，这个定理的内容是指直角三角形的3个边的关系，即直角三角形的两个直角边（勾和股）的平方和等于斜边（弦）的平方。我国数学家赵爽就在《周髀算经》一书中，用弦图来证明了勾股定理。

弦图就是1个大正方形分割成4个直角三角形和1个小正方形，第24届国际数学家大会就是用这个图形作为会徽。

弦图是由5块图形组成的，而七巧板是由7块图形组成的，虽然七巧板多2块图形，但不难发现，用弦图演化成七巧图是很容易的，如图2-1、图2-2所示。

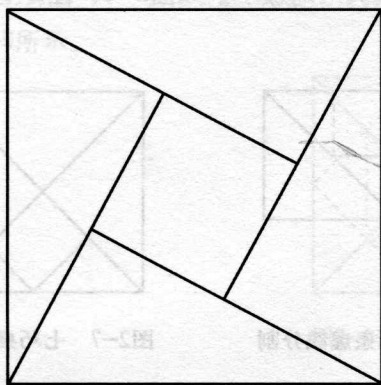


图2-1 弦图

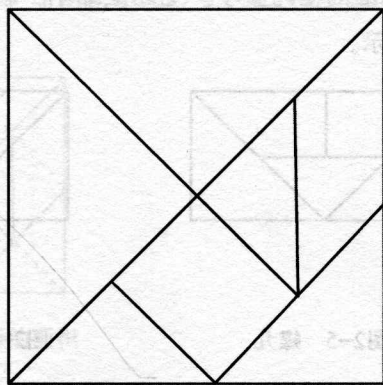


图2-2 七巧板

七巧板玩具的另一种发明途径则是由一种实用器具演变而来的。这种器具就是古代宴会用的桌几。早在宋代黄伯思写的《燕几图序》中就介绍了这种“燕几”。古代“宴”和“燕”相通。燕几由7张长方形小桌子组成，可以根据宴会人数的多少拼成各种形状的桌子。不过燕几都是由长方形桌子拼成，所以拼出的图形有限。到了明朝，严澄将“燕几”改成“蝶几”，它是由13张三角形、梯形桌子组成。这些桌子形状有点像蝴蝶翅膀，所以叫蝶几。这些形状比长方形复杂，所以可以拼出上百种图形，而且拼出的图形不再只是方形，而是有多边形，如图2-3、图2-4所示。

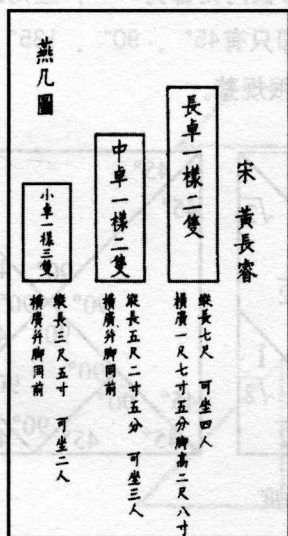


图2-3 燕几



图2-4 蝶几



用蝶几图演变成七巧图，比用弦图来演变容易得多。5张桌子拼成的蝶几图，加两条虚线，按虚线切割下来，就成为7张桌子。而这7张桌子重新拼合一下，就成了标准的七巧桌子。七巧桌缩小，就变成玩具七巧板了。如图2-5、图2-6、图2-7所示。

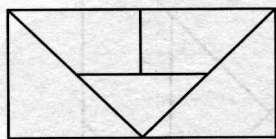


图2-5 蝶几

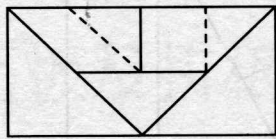


图2-6 加两条虚线分割

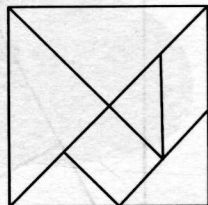


图2-7 七巧桌

七巧板的几何构成

七巧板设计得很巧妙。先从长度来看，7块板每边的长度都有一定的关系。如图2-8所示，假设面积最小的2个小三角形①、②直角边长为1个单位，则斜边长为 $\sqrt{2}$ ，而中号面积的③、④、⑤块板边长：③号小正方形边长也为1；④号菱形短边长为1，长边长为 $\sqrt{2}$ ；⑤号中三角形直角边长为 $\sqrt{2}$ ，斜边长为2；大号面积的2个三角形⑥、⑦直角边长为2，斜边长为 $2\sqrt{2}$ 。7块板的边长只有1， $\sqrt{2}$ ，2， $2\sqrt{2}$ 这4种长度，它们两两分别互为倍数，所以拼出的图形边很整齐。

再从角度来看，图2-8所示的7块板中，正方形板内角都为 90° ，直角三角形板内角为 90° 和 45° ，菱形板内角为 45° 和 135° ，即只有 45° 、 90° 、 135° 这3种角度，它们之间又有加减关系，所以拼出的图形角度很规整。

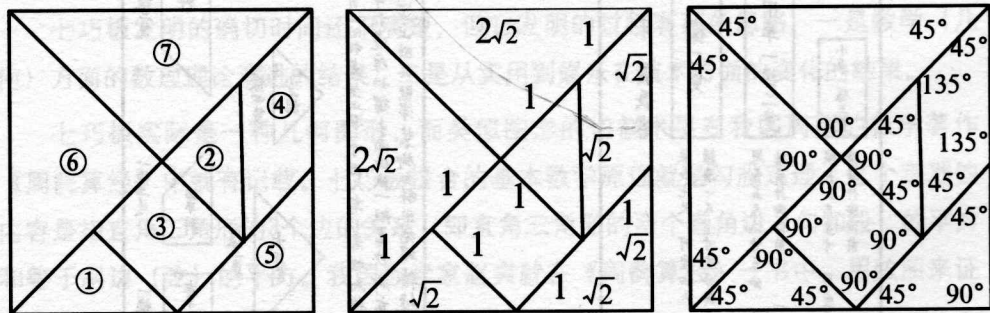


图2-8 七巧板的边长和角度

另外从面积考虑。我们假设两块小三角形图块面积为1个单位，则3块中号图块（三角形、正方形、菱形）的面积为2，两块大号三角形图块面积为4。3种图形的面积分别为1、2、4，它们之间也存在加减关系，所以在拼图时可以进行等积变换，如图2-9所示。

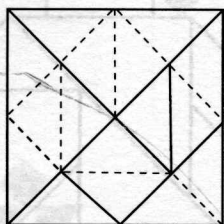


图2-9 七巧板的面积

七巧板拼图

玩七巧板的主要方法是用它拼图。拼图的方法有两种：一种是非正规拼法，如图2-10所示，就是各块板不是用线接触，而是仅用点接触，甚至连点接触都没有。这种拼法在数学上没有多大意义，因为这种拼法是随意的，每块板稍微移动一下，就变成另一种图案，这就可以拼出无穷种图案，没有唯一性答案。所以，一般不用这种方法拼七巧板几何图形，而多用于拼形象性图案。

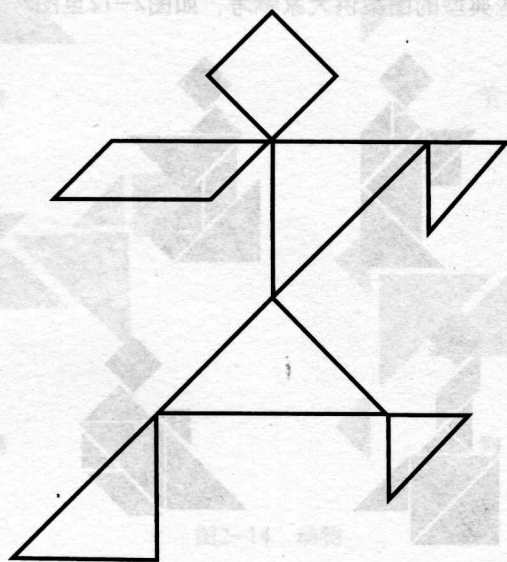
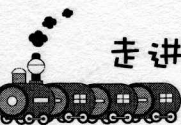


图2-10 非正规拼法





另一种是正规拼法，如图2-11所示，就是各块板必须边对边紧密相连，即用线接触。

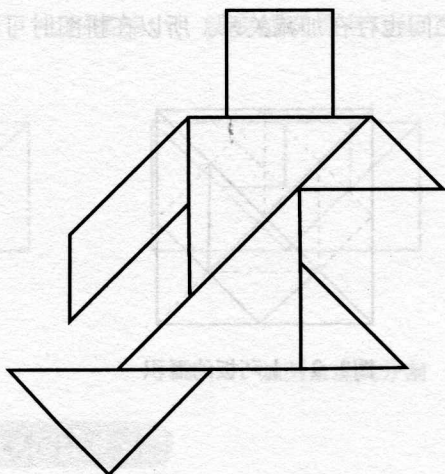


图2-11 正规拼法

正规拼法虽然从数学作图方式上进行了限制，但也可以拼出数以千计的图案。1875年再版的《秋芬室分类七巧八分图》是现存收集图案最多的一部，计有图案1706幅，包括人物、动物、植物、山水、器物、数字、文字等。拼图尽管千姿百态，但都基于几何原理。

下面我们列举一些典型的图案供大家参考，如图2-12至图2-19所示。

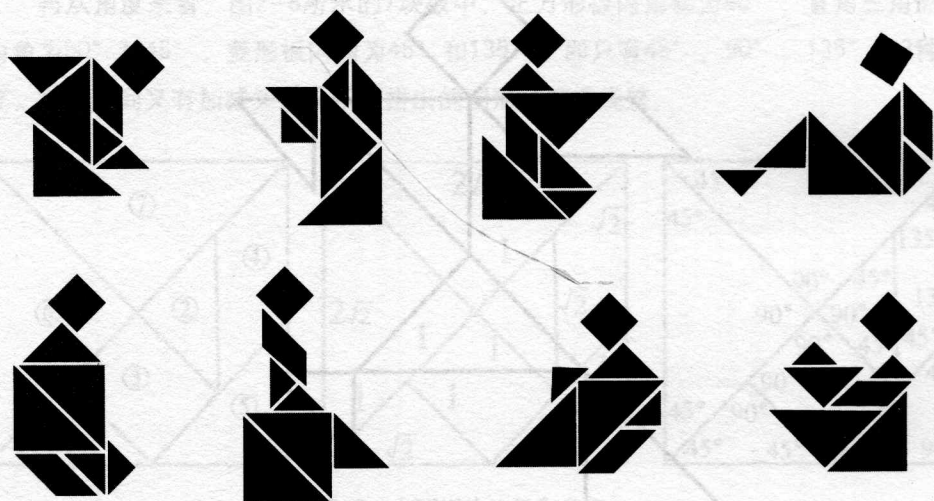


图2-12 人物（正规拼法）

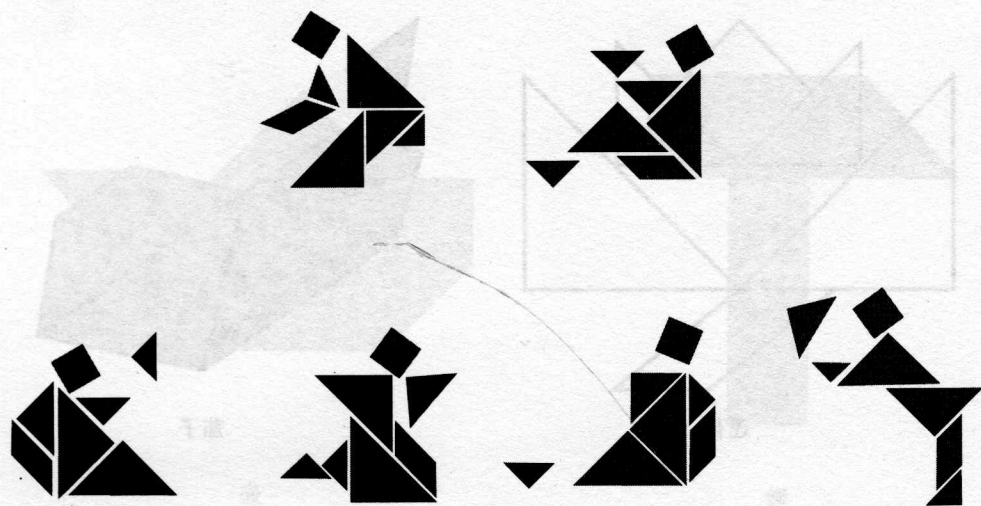
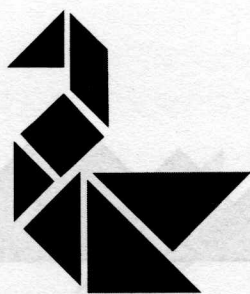
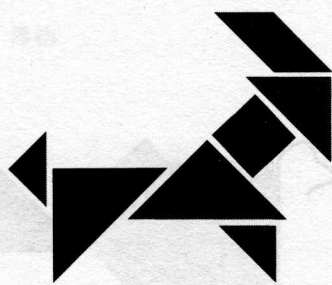


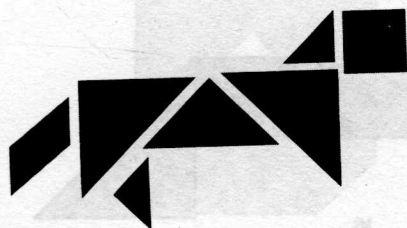
图2-13 人物 (含非正规拼法)



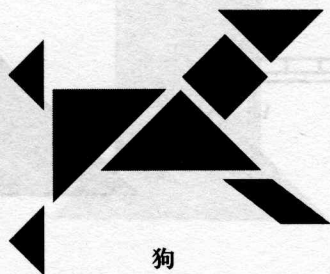
鹅



羊



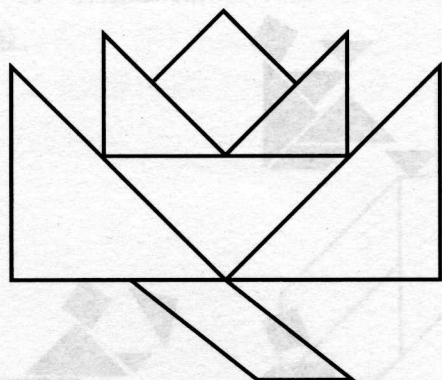
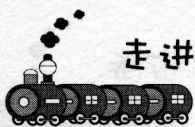
猫



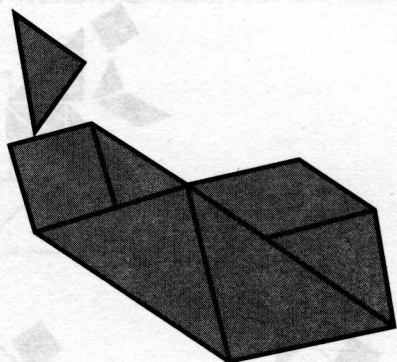
狗

图2-14 动物



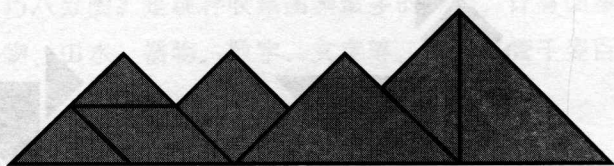


莲花

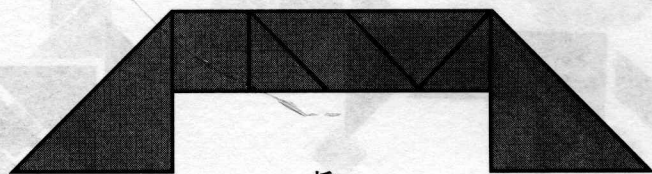
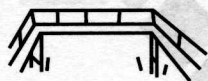


茄子

图2-15 植物



山



桥

图2-16 山水和桥