

普通高等教育“十一五”规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI (高职高专教育)



GAODENG SHUXUE
TONGBU LIANXICE

高等数学 同步练习册

唐守宪 主编



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

普通高等教育“十一五”规划教材 (高职高专教育)
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOHUA JIAOCAI



GAODENG SHUXUE
TONGBU LIANXICE
高等数学
同步练习册

主 编 唐守宪
编 写 杜 娟
主 审 陈玄令



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”规划教材（高职高专教育）。

全书内容包括：极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分及其应用、定积分及其应用、空间解析几何与向量代数、多元函数的微分及其应用、多元函数积分学、微分方程、无穷级数等十章练习题，共43次课后作业。

本书可作为高职高专院校高等数学课程教学辅导用书，也可作为高等数学学习者的练习、自测用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学同步练习册/唐守宪主编. —北京：中国电力出版社，2007. 7

普通高等教育“十一五”规划教材. 高职高专教育
ISBN 978 - 7 - 5083 - 5569 - 6

I. 高... II. 唐... III. 高等数学—高等学校：技术学校—习题 IV. 013 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 080267 号

中国电力出版社出版、发行
(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)
汇鑫印务有限公司印刷
各地新华书店经售

*

2007 年 7 月第一版 2007 年 7 月北京第一次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 5.75 印张 135 千字
印数 0001—3000 册 定价 9.80 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

为贯彻落实教育部《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》和《教育部关于以就业为导向深化高等职业教育改革的若干意见》的精神，加强教材建设，确保教材质量，中国电力教育协会组织制订了普通高等教育“十一五”教材规划。该规划强调适应不同层次、不同类型院校，满足学科发展和人才培养的需求，坚持专业基础课教材与教学急需的专业教材并重、新编与修订相结合。本书为新编教材。

为了贯彻落实教育部高职高专教育高等数学教学的基本要求，适应高等职业教育的发展，提高高等数学课程的教学质量，满足学生学习的需要，我们编写了此书。作为同步练习册，本书按章节形式出现，题型包括填空、选择、计算等。从提高学生对基本知识的理解，以及对基本计算方法和基本技能的掌握出发。本练习册题量适当，知识覆盖面适度，体现了高职教育特色。

本教材由唐守宪（第一章~第七章）担任主编，杜娟（第八章~第十章）为参编。沈阳建筑大学职业技术学院陈玄令教授对本书的初稿进行了认真的审阅，在此表示感谢。

本书是《普通高等教育“十一五”规划教材（高职高专教育）高等数学》教材的配套同步练习册。

限于编者的水平，不当之处敬请批评指正。

编者

2007年4月

目 录

前言

第一章 极限与连续	1
第一节 函数及其特性和初等函数.....	1
第二节 数列的极限.....	3
第三节 函数的极限.....	5
第四节 无穷大与无穷小.....	7
第五节 函数极限的运算.....	9
第六节 函数的连续性.....	11
第二章 导数与微分	13
第一节 导数的概念.....	13
第二节 函数的和、差、积、商的求导法则.....	15
第三节 复合函数的求导法则.....	17
第四节 初等函数的求导问题.....	19
第五节 二阶导数.....	19
第六节 隐函数及参数方程所确定的函数的求导法.....	21
第七节 微分.....	23
第三章 导数的应用	25
第一节 拉格朗日中值定理 洛必达法则.....	25
第二节 函数单调性的判定 函数的极值.....	27
第三节 函数的最大值和最小值.....	27
第四节 曲线的凹凸、拐点及函数的作图.....	29
第四章 不定积分及其应用	31
第一节 不定积分的概念、积分的基本公式和法则及直接积分法.....	31
第二节 换元积分法.....	33
第三节 分部积分法.....	35
第五章 定积分及其应用	37
第一节 定积分的概念和性质.....	37
第二节 牛顿—莱布尼兹公式.....	39
第三节 定积分的换元积分法和分部积分法.....	41
第四节 定积分在几何及物理上的应用.....	43
第六章 空间解析几何与向量代数	45
第一节 空间直角坐标系.....	45
第二节 向量.....	47
第三节 向量的数量积和向量积.....	49

第四节	平面及其方程	51
第五节	空间直线及其方程	53
第六节	常见曲面的方程及图形	55
第七章	多元函数的微分及其应用	57
第一节	多元函数的概念、极限与连续	57
第二节	偏导数	59
第三节	全微分及其应用	61
第四节	多元复合函数微分法	63
第五节	偏导数的应用	65
第八章	多元函数积分学	67
第一节	二重积分的概念和性质	67
第二节	二重积分的计算	69
第三节	二重积分的应用	71
第九章	微分方程	73
第一节	微分方程的基本概念和可分离变量的微分方程	73
第二节	一阶线性微分方程	75
第三节	几种可降阶的二阶微分方程	77
第十章	无穷级数	79
第一节	无穷级数的概念及性质	79
第二节	数项级数的审敛法	81
第三节	幂级数	83
第四节	函数的幂级数展开式	85

第一章 极限与连续

第一节 函数及其特性和初等函数

一、填空题:

1. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{1-\ln x}$ 的定义域是_____;

2. $y = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{\log_3(x-1)} + \arcsin \frac{2x-1}{7}$ 的定义域是_____;

3. 设 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$ ($x > 0$), 则 $f(x) =$ _____;

4. 由 $y = \cos u$, $u = \sqrt{v}$, $v = x-1$ 复合而成的函数为_____;

5. $f(x) = x^2$, $\varphi(x) = \ln x$, 则 $f[\varphi(x)]$ _____, $\varphi[f(x)] =$ _____;

6. $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ \pi, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f\{f[f(-1)]\} =$ _____;

7. 函数 $y = e^{\arccos(2x-1)}$, 是由_____复合而成的.

二、单项选择题:

1. 函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 是 ();

A. 奇函数 B. 偶函数 C. 周期函数 D. 单调函数

2. 下列各对函数中表示相同函数的是 ().

A. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = x$

B. $f(x) = \ln x^2$, $g(x) = 2 \ln x$

C. $f(x) = \ln x^3$, $g(x) = 3 \ln x$

D. $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$, $g(x) = x-1$

三、判定下列函数能否构成复合函数:

1. $y = \arcsin u$, $u = \frac{1}{1+x^2}$ ();

2. $y = \sqrt{\frac{1}{2}u-1}$, $u = \cos x$ ().

四、求函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x < 0 \\ x^2-1, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ 的反函数.

五、证明函数 $y = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 为奇函数.

六、设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < 0 \\ 3x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$,

1. 求 $f(-1), f(0), f(1)$;
2. 作出函数图像.

第二节 数列的极限

一、填空题:

1. 数列 $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, -\frac{7}{16}, \frac{9}{32}, \dots$ 的通项公式为_____;

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} =$ _____;

3. 等比数列 $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ 的和 $S =$ _____.

二、单项选择题:

求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})$ 过程正确的是 ().

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} - \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} = \infty - \infty = 0$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n}} - \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n}} - \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \right) = \infty(1-1) = 0$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n+2} \left(1 - \sqrt{\frac{n+1}{n+2}} \right) \right] = \infty(1-1) = 0$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} = 0$

三、求下列极限:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+(n-1)}{n^2}$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3^n}}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$$

四、将下列循环小数化成分数：

1. $0.\dot{3}$

2. $1.\dot{2}\dot{3}$

第三节 函数的极限

一、填空题:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \underline{\hspace{2cm}}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、单项选择题:

1. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = (\quad)$;

A. 不存在 B. ∞ C. 0 D. 1

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = (\quad)$;

A. 1 B. ∞ C. ± 1 D. 不存在

3. 若 $f(x_0 - 0) = A_1$, $f(x_0 + 0) = A_2$, 下列结论正确的是 (\quad) .

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \begin{cases} A_1 \\ A_2 \end{cases}$ B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在

C. 当 $A_1 = A_2$ 时 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在 D. 以上结论都不对

三、画出下列函数图像, 考察函数变化趋势, 并写出其极限:

1. $y = \cot x$, 当 $x \rightarrow 2\pi$ 时;

2. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, 当 $x \rightarrow 0^+$ 时;

3. $y = 5^x$, 当 $x \rightarrow -\infty$ 时.

四、下列极限是否存在：

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$, 作出函数图形, 并说明 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 是否存在;

2. 求 $\varphi(x) = \frac{|x|}{x}$ 当 $x \rightarrow 0$ 时的左、右极限, 并说明当 $x \rightarrow 0$ 时 $\varphi(x) = \frac{|x|}{x}$ 的极限是否存在.

第四节 无穷大与无穷小

一、填空题:

1. 无穷小与有界函数的乘积是_____;
2. 当 $x \rightarrow \infty$ 时 x^3 是无穷大, 则 $\frac{1}{x^3}$ 是_____;
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$ _____.

二、单项选择题:

1. 函数 $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ 在点 $x=0$ 处 ();
A. 有定义且有极限
B. 无定义但有极限
C. 有定义但无极限
D. 无定义且无极限
2. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 下列函数中 () 为无穷小量.
A. $x e^{-\frac{1}{x}}$
B. $e^{\frac{1}{x}}$
C. $\ln x$
D. $\frac{1}{x} \sin x$

三、求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \arcsin x$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 2x}{x^2}$

四、讨论函数 $y = \frac{x-2}{x+2}$ 在什么情况下是无穷小？在什么情况下是无穷大？

第五节 函数极限的运算

一、填空题:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \cdots + b_m} = \text{—————};$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{2x} = 2$, 则 $k = \text{—————}$.

二、单项选择:

1. $\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{y}\right)^y = (\quad);$

A. e^{-1}

B. e

C. $-e$

D. 1

2. 下列各式正确的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

三、求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 + 7}{x^2 - 9}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 1}{3x^3 + 2x + 3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{3x + \sin 2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x^2)^{\frac{1}{x}}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{x+2}$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$

四、用等价无穷小代换求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x^2}{1 - \cos x}$.

第六节 函数的连续性

一、填空题:

1. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) =$ _____;

2. 函数 $f(x) = \frac{4x+8}{x^2-4} + 1$ 的连续区间_____;

3. 函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$, 则函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处_____.

二、单项选择题:

1. $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 的连续区间为 ();

A. $[0, 2]$

B. $(0, 2]$

C. $[0, 1) \cup (1, 2]$

D. $(0, 1) \cup (1, 2]$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 则下面结论错误的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

C. 在点 $x=0$ 处间断

D. 定义域区间为 $(-\infty, 0) \cap (0, +\infty)$

三、计算下列函数的极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + x^2}{e^x + 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \ln(2\sin 3x)$