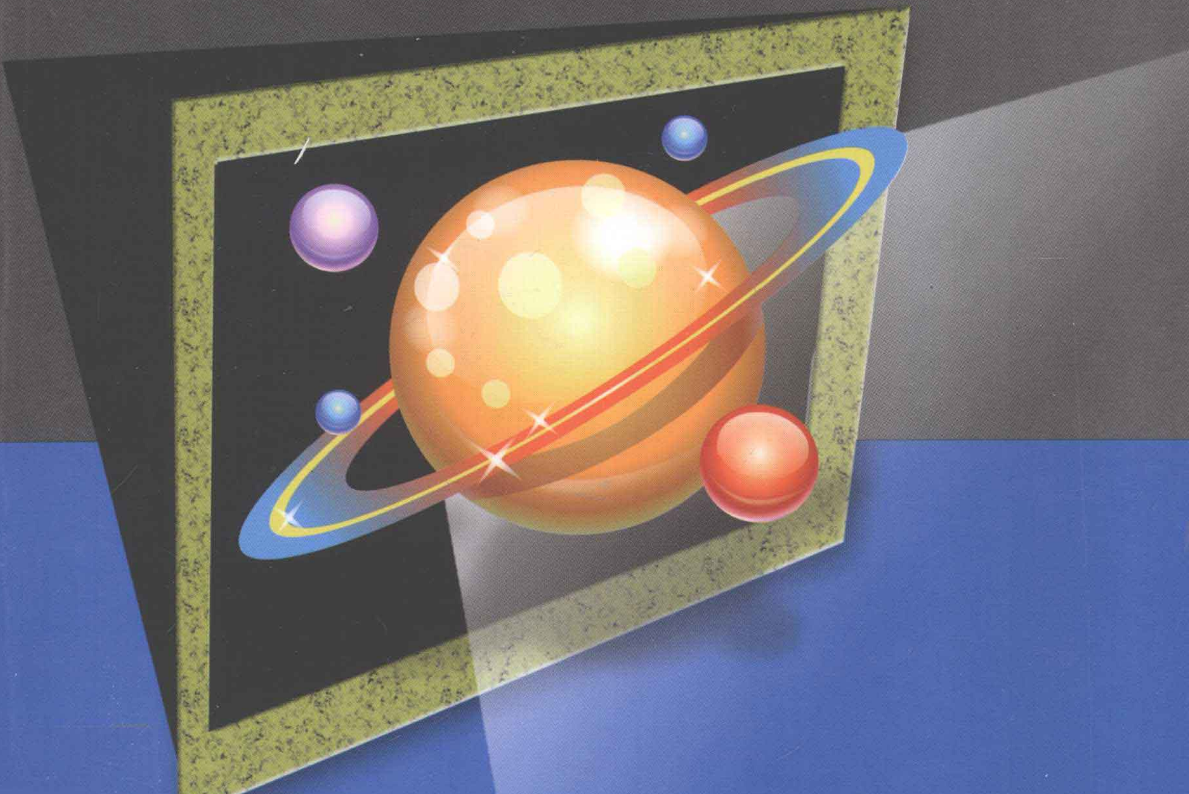
普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅

大学物理学学习指导

主　编　滕保华　吴　喆　廖　旭
副主编　黄乒花　任学藻　朱钦圣



科学出版社

普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅

大学物理学学习指导

主　编　滕保华　吴　喆　廖　旭

副主编　黄乒花　任学藻　朱钦圣

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是依据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会制订的《理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求》编写的。在涵盖基本要求的所有核心内容的基础上，选题既有注重对学生进行基本分析和计算能力训练而从日常生活中提炼出的理想模型，又有联系现代科学技术和实际问题的题目，通过使学生接触各种难易适度、形式不同、提问角度不同的题目更好的体会物理问题所蕴含的奥妙。全书共20章，内容包括力学、热力学与统计物理初步、电磁学、波动光学和量子论，与《大学物理学(上、下册)》(滕保华等编写)配套使用。

本书适合普通高等学校理工科非物理专业的学生学习使用，也可作为相关人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学学习指导/滕保华，吴喆，廖旭主编. —北京：科学出版社，2011
普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅
ISBN 978-7-03-030015-7

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①滕…②吴…③廖… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第008039号

责任编辑：滕亚帆 唐保军 / 责任校对：张凤琴
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
骏杰印刷厂印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2011年1月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2011年1月第一次印刷 印张：22 3/4
印数：1—9 000 字数：456 000

定价：35.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

大学物理是高等工科院校各专业学生的一门重要必修基础课，它对于培养学生的科学素质和创新能力起着不可替代的重要作用。大学物理与中学物理相比存在着较大的差别，这不仅表现在内容的深度和广度上，也表现在讲授方式上，这常使一些学生在初学大学物理时感到不适应，尤其在理论的应用方面不知从何入手，因此对低年级的学生加以学习方法的引导是有必要的。习题是帮助学生理解和掌握物理学基本概念、基本规律和基本方法的重要手段，也是培养学生学会用科学的思想方法分析问题和解决问题的有效途径。为了帮助学生掌握大学物理课程的基本理论和解题方法，我们根据长期教学研究和教学改革的实践经验编写了本书。

全书共 20 章，与教材《大学物理学(上、下册)》(滕保华等主编)配套使用，对教材中的思考题和习题都给出了解答，以供使用该教材的老师和同学们参考。本书在章节的编排上相对于教材也有其独立性，保持了作为指导书的特征，对于不使用该教材的各类理工科学生，本书也不失为一本好的参考书。

本书依据《理工科类大学物理课程教学基本要求(2008 版)》，覆盖了需要掌握的基本理论和方法。选材的类型既有注重对学生进行基本分析和计算能力训练而从日常生活中提炼出的理想模型，又有联系现代科学技术和实际问题的题目，使学生认识各种物理规律的价值，以利于他们科学素质的培养与提高。选题的内容力求全面，通过使学生接触各种难易适度、形式不同、提问角度不同的题目，更好地体会物理问题所蕴含的奥妙。

本书每章按基本要求、内容提要、例题详解、习题指导 4 个部分编写。基本要求中指出每章要了解、理解和掌握的内容；内容提要列出了本章具体的基本概念、定理和定律；例题详解针对章节知识点给出其具有代表性的典型应用，旨在帮助学生学会用基本理论去分析、判断和计算；习题指导配合教材，力求简便实用，开卷有益。参加编写工作的有黄乒花(第 1～3、6 章)、廖旭(第 4、5、12 章)、朱钦圣(第 7～9 章)、吴喆(第 10、11、12～20 章)。其中，习题指导部分中的解答由负责编写该章教材的老师提供：滕保华提供第 1～3 章的解答，廖旭提供第 4、5、12 章的解答，雷雨提供第 6、16～20 章的解答，许春青提供第 7～9 章的解答，孙云卿提供第 10、11 章的解答，黄乒花提供第 13～15 章的解答。

在编写过程中，编者得到了电子科技大学教务处、物理电子学院和大学物理课

程组，以及西南科技大学教务处、理学院和大学物理课程组的大力支持，特别是谢兴盛老师为本书的编写提供了热心帮助和宝贵意见，在此致以衷心的感谢。

由于水平有限，书中难免有不足之处，敬请广大读者批评指正，不胜感激！

编　者

2010 年 9 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　　录

第一篇 力　　学

第1章 运 动 学

一、基本要求

(1) 正确理解运动参照系的意义,能用适当的坐标系描述质点的运动.

(2) 正确理解运动叠加原理和描述质点运动的位置矢量、位移、速度,以及加速度(包括切向加速度和法向加速度)等量的物理意义.

(3) 理解运动方程的物理意义及作用,掌握两大类运动学问题的计算方法:已知运动方程求速度和加速度,及根据给定的加速度(或速度)和运动的初始条件求速度或运动方程.

(4) 掌握运动合成和相对运动的矢量运算方法和分量解析法.

二、内容提要

1. 参考系 坐标系

描述物体运动时用作参考的其他物体. 为定量描述物体的运动,必须在参考系上建立与之固连的坐标系. 选择适当的参考系和坐标系,可以简化运动的描述.

2. 描述质点运动的基本物理量

(1) 线量描述

在直角坐标系中

位置矢量 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$,

运动学方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 或 $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$

位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$

当 $\Delta t\to 0$ 时,$\Delta\boldsymbol{r}\to \mathrm{d}\boldsymbol{r}$,$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}x\boldsymbol{i}+\mathrm{d}y\boldsymbol{j}+\mathrm{d}z\boldsymbol{k}$.

速度矢量 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$

式中,$v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,$v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$,$v_z=\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$.

加速度矢量 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$

式中,$a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$,$a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$,$a_z=\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$.

在自然坐标系中

位置矢量　$\boldsymbol{r}$，　运动学方程　$s=s(t)$.

位移矢量　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$

当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\boldsymbol{r}\to \mathrm{d}\boldsymbol{r}$，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}s\boldsymbol{\tau}$.

速度矢量　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_\tau\boldsymbol{\tau}$

式中，$v_\tau=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.

加速度矢量　$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=a_n\boldsymbol{n}+a_\tau\boldsymbol{\tau}$

式中，$a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$，$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$.

注意：一般地，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，$|\Delta\boldsymbol{v}|\neq\Delta v$.

矢径、位移、速度、加速度均具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性.

(2) 角量描述

角位置(角坐标)　θ，　运动学方程 $\theta=\theta(t)$.

角位移　$\Delta\theta=\theta(t+\Delta t)-\theta(t)$

当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$(矢量).

角速度(矢量)　$\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

方向：由右手螺旋法则判定.

角加速度(矢量)　$\beta=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

方向：与角速度的增量方向一致.

(3) 线量与角量的关系

对于圆周运动　$s=R\theta$

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=R\omega$$

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=R\beta\quad\text{沿切线方向}$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2\quad\text{指向圆心}$$

3. *相对运动*

在两个参考系(“静”系 S 和“动”系 S')中描述同一质点 A 的运动，有

$$\boldsymbol{r}_{AS}=\boldsymbol{r}_{AS'}+\boldsymbol{r}_{S'S},\quad \boldsymbol{v}_{AS}=\boldsymbol{v}_{AS'}+\boldsymbol{v}_{S'S},\quad \boldsymbol{a}_{AS}=\boldsymbol{a}_{AS'}+\boldsymbol{a}_{S'S}$$

下标 AS，AS'分别表示 A 相对于 S 系和 S'系的运动，$S'S$ 表示 S'系相对于 S 系的运动.

4. 运动学两类基本问题

(1) 已知运动学方程求速度、加速度，解这类问题通常采用求导的方法.

(2) 已知加速度 $\boldsymbol{a}$ 和初始条件 $\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{r}_0$，求速度和运动方程，解这类问题通常采用积分方法.

三、例题详解

例 1-1 质点在 xOy 平面内运动，$x=2t$，$y=19-2t^2$(SI 制)；求：

(1) 质点在 $t=1\text{s}$，$t=2\text{s}$ 时刻的位置，以及这 1s 内的位移和平均速度；

(2) 第 1s 末的速度和加速度；

(3) 轨道方程；

(4) 何时质点离原点最近?

解 (1) 位矢

$$\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (19-2t^2)\boldsymbol{j}$$

当 $t=1\text{s}$ 时，$\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j}$；当 $t=2\text{s}$ 时，$\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j}$. 位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$$

平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$$

这 1s 内平均速度的大小为

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{v}_{1x}^2+\bar{v}_{1y}^2} = 6.32\text{m/s}$$

方向与 x 轴的夹角为

$$\tan\alpha = \frac{\bar{v}_{1y}}{\bar{v}_{1x}} = \frac{-6}{2} = -3,\quad \alpha = -71.56°$$

(2) 速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$，加速度 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$，代入 $t=1\text{s}$ 得

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{j}$$

此时速度与 x 轴的夹角为

$$\tan\alpha = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{-4}{2} = -2,\quad \alpha = -63.43°$$

大小为

$$v=\sqrt{v_{1x}^2+v_{1y}^2}=4.47\text{m/s}$$

而加速度与 y 轴反向，大小为 4m/s^2.

(3) 从 x，y 消去 t，就得轨道方程

$$y = 19-\frac{1}{2}x^2$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

这是一条抛物线.

(4) 质点到原点的距离为

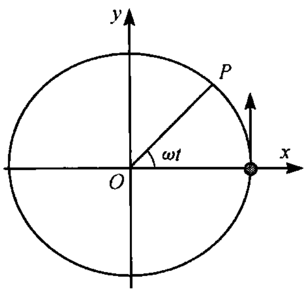
$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}$$

r 有极小值的必要条件是$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$,由此方程可解得

$$t=0 \quad 或\, t=3\mathrm{s} \quad (略去\, t=-3\mathrm{s})$$

代入 r,得 $t=0$ 时,$r=19\mathrm{m}$;$t=3\mathrm{s}$ 时,$r=6.08\mathrm{m}$,可见 $t=3\mathrm{s}$ 时最近.

说明:①注意区分平均速度与瞬时速度. ②由运动方程在对应坐标轴上分量的参数形式分别对时间求一次导数和二次导数可得出速度和加速度的坐标轴分量式.



例 1-2 图

例 1-2 描述以角速度 ω 做半径为 R 的匀速圆周运动的质点的运动状态,并证明其速度方向沿圆周切线方向,加速度方向指向圆心.

解 如附图建立坐标系,则运动学方程为

$$x=R\cos\omega t,\quad y=R\sin\omega t$$

或

$$\boldsymbol{r}(t)=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

轨道方程为

$$x^2+y^2=R^2$$

速度为

$$\boldsymbol{v}(t)=-R\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+R\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

由速度 $\boldsymbol{v}$,$\boldsymbol{r}$ 的表达式有 $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r}=0$,即速度方向沿圆周切线方向.

加速度为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(t)&=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\\&=-\omega^2R\cos\omega t\boldsymbol{i}-\omega^2R\sin\omega t\boldsymbol{j}=-\omega^2\boldsymbol{r}\end{aligned}$$

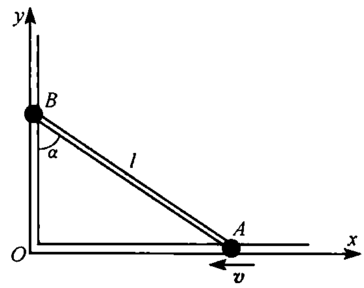
负号表示加速度方向总与位矢的方向相反,也就是沿着半径指向圆心. 因此,这一加速度叫向心加速度.

说明:(1) 对物体运动状态的描述,就是给出描述物体运动状态所有参量的表达式,即运动方程、轨道方程、速度、加速度. 同样,分析物体的运动状态也必须完整分析物体的这几个状态参量,缺一不可.

(2) 讨论矢量方向的通用方法是,证明该矢量的单位矢量与一已知矢量的单位矢量的标积,从而确定其方向.

(3) 求质点运动方程或轨道方程的一般方法是,首先求出各分量坐标随时间变化的函数关系式,然后求得运动方程或轨道方程.

例 1-3 如附图所示，A、B 两物体由一长为 L 的刚性细杆连接并可在光滑直角轨道上滑行. 如果物体 A 以速率 v 匀速向左运动，当 $\alpha=60°$时，物体 B 的速度为多少？



例 1-3 图

解 建立如附图所示坐标系，将物体 A 的速度表示为

$$\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{v}_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=-v\boldsymbol{i}$$

物体 B 的速度为

$$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{v}_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

由于 $x^2+y^2=L^2$，且杆为刚性，x，y 为含时变量，此方程对时间求导，有

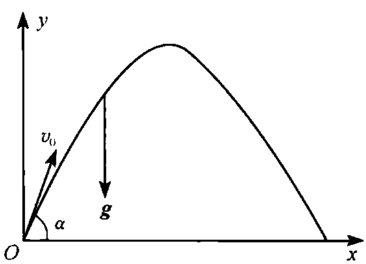
$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0$$

所以

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\tan\alpha$$

即当 $\alpha=60°$时，

$$\boldsymbol{v}_B=v\tan60°\boldsymbol{j}=1.73v\boldsymbol{j}$$



例 1-4 图

例 1-4 如附图所示，低速迫击炮弹以发射角 α，初速率 v_0 发射，在与发射点同一水平面上落地，不计空气阻力，求炮弹在最高点和落地点其运动轨迹的曲率.

解 将炮弹视为质点，它做抛体运动，轨迹为一抛物线，以投射处为坐标原点，在直角坐标系 Oxy 中，炮弹速度与加速度为

$$\boldsymbol{v}=v_0\cos\alpha\boldsymbol{i}+(v_0\sin\alpha-gt)\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}=-g\boldsymbol{j}$$

(1) 在最高点 $v_y=0$，所以

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}=v_0\cos\alpha\boldsymbol{i}$$

以抛物线轨迹建立自然坐标系，在最高点处，切向单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 与方向 $\boldsymbol{i}$ 一致，法向单位矢量 $\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{j}$ 方向相反，故

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau}=v_0\cos\alpha\boldsymbol{\tau},\quad \boldsymbol{a}_n=a_n\boldsymbol{n}=g\boldsymbol{n}$$

因为 $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$，所以 $\rho=\dfrac{v^2}{a_n}=\dfrac{(v_0\cos\alpha)^2}{g}$

(2) 在落地点，炮弹的落地速率与发射速率相同，但其方向与 x 轴成 α 角，故

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau}=v_0\boldsymbol{\tau}$$

$\boldsymbol{\tau}$与x轴成$-\alpha$，所以

$$\boldsymbol{a}_n=a_n\boldsymbol{n}=g\cos(-\alpha)\boldsymbol{n}$$

根据$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$，所以

$$\rho=\frac{v^2}{a_n}=\frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$

例 1-5 已知质点在竖直平面内运动，位矢为$\boldsymbol{r}=3t\boldsymbol{i}+(4t-3t^2)\boldsymbol{j}$，求$t=1\text{s}$时的法向加速度、切向加速度和轨迹的曲率半径.

解 由位矢可求出速度和速率

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=3\boldsymbol{i}+(4-6t)\boldsymbol{j},\quad v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{3^2+(4-6t)^2}$$

加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=-6\boldsymbol{j}$$

切向加速度为

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=\frac{12(3t-2)}{\sqrt{3^2+(4-6t)^2}}$$

$t=1\text{s}$时，有

$$a_\tau=\frac{12}{\sqrt{13}}=3.3(\text{m/s})$$

法向加速度为

$$a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=\sqrt{6^2-\left(\frac{12}{\sqrt{13}}\right)^2}=5.0(\text{m/s}^2)$$

曲率半径为

$$\rho=\frac{v^2}{a_n}=\frac{3^2+(4-6)^2}{5}=2.6(\text{m})$$

从上面计算可以看出，速度$\boldsymbol{v}$对时间的导数与速率v对时间的导数是完全不同的.

例 1-6 一张致密光盘(CD)音轨区域的内半径$R_1=2.2\text{cm}$，外半径为$R_1=5.6\text{cm}$，如附图(a)所示，径向音轨密度$N=650$条/毫米. 在 CD 唱机内，光盘每转一圈，激光头沿径向向外移动一条音轨，激光束相对光盘是以$v=1.3\text{m/s}$的恒定线速度运动的.

(1) 这张光盘的全部放音时间是多少?

(2) 激光束到达离盘心$R=5.0\text{cm}$处时，光盘转动的角速度和角加速度各为多少?

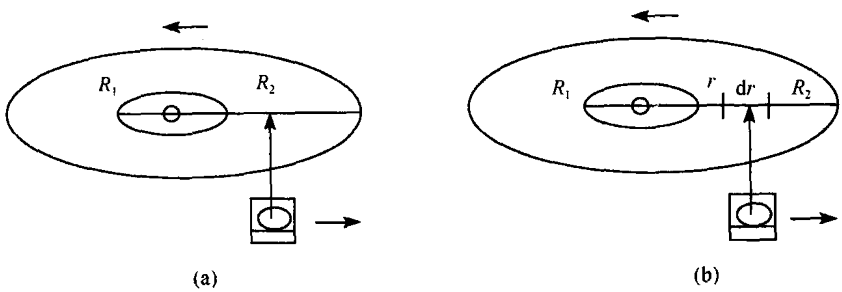
解 (1) 如附图(b)所示，以r表示激光束打到音轨上的点对光盘中心的矢量

大小，则在 dr 宽度内的音轨长度为 $2\pi rN dr$. 激光束划过这样长的音轨所用的时间为 $dt=\frac{2\pi rN dr}{v}$，由此得光盘的全部放音时间为

$$T=\int dt=\int_{R_1}^{R_2}\frac{2\pi rN dr}{v}=\frac{\pi N}{v}(R_2^2-R_1^2)$$

$$=\frac{\pi\times 650\times 10^3\times(0.056^2-0.022^2)}{1.3}$$

$$=4.16\times 10^3(\mathrm{s})=69.4(\mathrm{min})$$



例 1-6 图

(2) 所求的角速度为

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{1.3}{0.05}=26(\mathrm{rad/s})$$

角速度为

$$\beta=\frac{d\omega}{dt}=-\frac{v}{r^2}\frac{dr}{dt}=-\frac{v}{r^2}\frac{v}{2\pi rN}=-\frac{v^2}{2\pi r^3 N}$$

$$=-\frac{1.3^2}{2\pi\times 650\times 10^3\times 0.05^3}=-3.31\times 10^{-3}(\mathrm{rad/s^2})$$

例 1-7 一飞轮质量为 10.0kg，直径为 0.5m，此飞轮可视为圆盘. 现对飞轮施加一外力使其转动，由静止开始均匀地加速转动，经 5s 后转速为 1000r/min，求飞轮的角速度和在 $t=5\mathrm{s}$ 这段时间内地转数.

解 $t=5\mathrm{s}$ 时的角速度

$$\omega=2\pi\cdot\frac{1000}{60}=1.05\times 10^2(\mathrm{rad/s^2})$$

由已知 $\omega_0=0$，根据 $\omega=\omega_0+\beta t$，得

$$\beta=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{1.05\times 10^2-0}{5}=21.0(\mathrm{rad/s^2})$$

飞轮转过的角度

$$\Delta\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2=\frac{1}{2}\times 21.0\times 5^2=263.0(\mathrm{rad})$$

飞轮的转速

$$N=\frac{\Delta\theta}{2\pi}=\frac{263.0}{2\pi}=42.0(\mathrm{r})$$

例 1-8 质点沿 x 轴运动，加速度和速度的关系是 $a=-kv$，式中 k 为常量. $t=0$ 时，$x=x_0$，$v=v_0$，求质点的运动方程.

解 由 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv$，分离变量积分有

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^t-k\mathrm{d}t$$

积分得

$$v=v_0\mathrm{e}^{-kt}$$

又由 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，有

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t v_0\mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

完成积分就得运动方程

$$x=x_0+\frac{v_0}{k}(1-\mathrm{e}^{-kt})$$

说明：本题属于运动学第二类问题，加速度是速度的函数，需将加速度表达式中的速度与时间进行变量分离后再做等式两边的积分.

例 1-9 质点沿 x 轴运动，其加速度与位置的关系为 $a=2+6x(\mathrm{m/s^2})$，已知质点在 $x=0$ 处的速度为 10m/s，试求质点的速度与位置的关系.

解 本题属于运动学第二类问题. 加速度是位置的函数，要求速度与位置的关系时，需引入位置作为中间变量后再进行变量分离，进而等式两边积分.

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2+6x \tag{1}$$

对式(1)做如下变换

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=2+6x$$

分离变量，即

$$v\mathrm{d}v=(2+6x)\mathrm{d}x \tag{2}$$

考虑 $x=0$ 时，$v=10\mathrm{m/s}$，并对式(2)积分

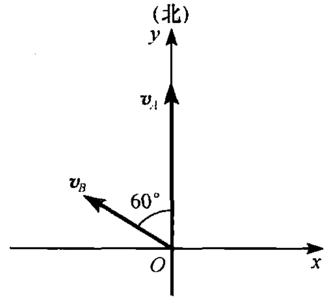
$$\int_{10}^{v}v\mathrm{d}v=\int_0^x(2+6x)\mathrm{d}x$$

$$\frac{1}{2}v^2-50=2x+3x^2$$

由此得质点速度与位置关系为

$$v^2=6x^2+4x+100$$

例 1-10 如附图所示，一架飞机 A 以相对于地面 300km/h 的速度向北飞行，另一架飞机 B 以相对于地面 200km/h 的速度向北偏西 60°的方向飞行. 求 A 相对于 B 的速度.



例 1-10 图

解 建立如附图所示的坐标系.

$$\boldsymbol{v}_{A地} = \boldsymbol{v}_A = 300\boldsymbol{j}\,\text{km/h}$$

$$\boldsymbol{v}_{B地} = \boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_B\sin60°(-\boldsymbol{i}) + v_B\cos60°\boldsymbol{j}$$

$$= -100\sqrt{3}\boldsymbol{i} + 100\boldsymbol{j}\,(\text{km/h})$$

A 相对于 B 的速度

$$\boldsymbol{v}_{AB} = \boldsymbol{v}_{A地} - \boldsymbol{v}_{B地} = 300\boldsymbol{j} - (-100\sqrt{3}\boldsymbol{i} + 100\boldsymbol{j})$$

$$= (100\sqrt{3}\boldsymbol{i} + 200\boldsymbol{j})(\text{km/h})$$

所以 A 相对于 B 的速度大小为 264.6km/h，方向为北偏东 40.9°.

例 1-11 河水自西向东流动，速度为 10km/h，一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，航速为 20km/h. 此时风向为正西，风速为 10km/h. 试求在船上观察到地面上烟囱冒出的烟缕的飘向（设烟离开烟囱后即获得与风相同的速度）.

解 已知

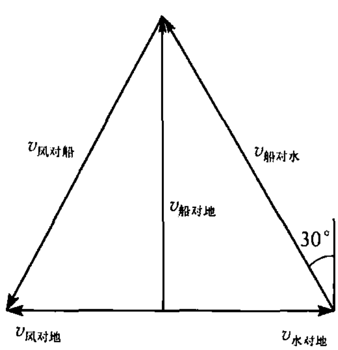
$v_{水} = 10\text{km/h}$， 正东

$v_{风} = 10\text{km/h}$， 正西

$v_{船对水} = 20\text{km/s}$， 北偏西 30°

由相对运动速度公式

$$\boldsymbol{v}_{烟对船} = \boldsymbol{v}_{风对船} = \boldsymbol{v}_{风对地} - \boldsymbol{v}_{船对地} \quad (1)$$



例 1-11 图

如附图所示求

$$\boldsymbol{v}_{船对地} = \boldsymbol{v}_{船对水} + \boldsymbol{v}_{水对地} \quad (2)$$

由式(2)得 $v_{船对地} = 10\sqrt{3}\text{km/s}$ 方向正北.

由式(1)有

$$\boldsymbol{v}_{风对船} = \boldsymbol{v}_{风对地} - \boldsymbol{v}_{船对地}$$

如附图

$$\boldsymbol{v}_{风对地} = -\boldsymbol{v}_{水对地}$$

所以

$$|\boldsymbol{v}_{风对船}| = |\boldsymbol{v}_{船对水}|$$

由附图知 $v_{风对船}$ 的方向为南偏西 30°（见例 1-10 图）.

例 1-12 一辆汽车以速度 $\boldsymbol{v}_1$ 在雨中行驶，雨滴下落的速度 $\boldsymbol{v}_2$ 与竖直方向成 θ 角. 车后装有一捆行李，水平长度为 l，到车顶的距离为 h，如附图(a)所示. 试问这捆行李会不会被雨淋湿？

解 本题涉及雨滴对汽车的相对速度问题. 选雨滴为研究对象，汽车为运动参

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com