



普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材

高等学校土木工程学科  
专业指导委员会规划教材（按新专业规范编写）

# 理论力学

韦 林 温建明 唐小弟 编著  
冯 奇 薛 纶 审

中国建筑工业出版社

普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材  
高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材  
(按新专业规范编写)

# 理 论 力 学

韦 林 温建明 唐小弟 编著  
冯 奇 薛 珅 审

中国建筑工业出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/韦林等编著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2010.11  
普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材. 高等学校土木工  
程学科专业指导委员会规划教材(按新专业规范编写)

ISBN 978-7-112-12670-5

I. ①理… II. ①韦… III. ①理论力学 IV. ①031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 226986 号

本书主要讲述静力学、运动学和动力学三部分教学内容，根据教学知识单元安排分成 14 章。书中每章配有章节的知识点、重点、难点、工程背景介绍与学习指导，并还配有阶段测验题与工程实际案例的详解，书后附的教学光盘中有学生学习全部教学内容的电子教案和不同学时教学大纲的安排表，以及刚体静力学程序设计的配套教材。本书所有知识点通过教学内容的选择可安排在 51~68 学时的课堂教学。

本书是高等学校土木工程学科专业指导委员会制定的土木工程指导性专业规范的配套教材，可作为高等学校土木工程专业(含建筑工程、道路与桥梁工程、地下工程等方向)的理论力学教材。也可用作函授大学、网络学院、高等职业学校等同类专业的教材，并可供工程技术人员学习参考。

\* \* \*

责任编辑: 王 跃 吉万旺

责任设计: 陈 旭

责任校对: 王 颖 关 健

普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材  
高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材  
(按新专业规范编写)

## 理 力 学

韦 林 温建明 唐小弟 编著

冯 奇 薛 纶 审

\*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京天成排版公司制版

北京同文印刷有限责任公司印刷

\*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 23 字数: 550 千字

2011 年 7 月第一版 2011 年 7 月第一次印刷

定价: 45.00 元(含光盘)

ISBN 978-7-112-12670-5

(19954)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

## **本系列教材编审委员会名单**

**主任：李国强**

**常务副主任：何若全**

**副主任：沈元勤 高延伟**

**委员：(按拼音排序)**

白国良 房贞政 高延伟 顾祥林 何若全 黄 勇  
李国强 李远富 刘 凡 刘伟庆 祁 皓 沈元勤  
王 燕 王 跃 熊海贝 阎 石 张永兴 周新刚  
朱彦鹏

**组织单位：高等学校土木工程学科专业指导委员会**

**中国建筑工业出版社**

## 出版说明

从 2007 年开始高校土木工程学科专业教学指导委员会对全国土木工程专业的教学现状的调研结果显示，2000 年至今，全国的土木工程教育情况发生了很大变化，主要表现在：一是教学规模不断扩大。据统计，目前我国有超过 300 余所院校开设了土木工程专业，但是约有一半是 2000 年以后才开设此专业的，大众化教育面临许多新的形势和任务；二是学生的就业岗位发生了很大变化，土木工程专业本科毕业生中 90% 以上在施工、监理、管理等部门就业，在高等院校、研究设计单位工作的大学生越来越少；三是由于用人单位性质不同、规模不同、毕业生岗位不同，多样化人才的需求愈加明显。《土木工程指导性专业规范》（以下简称《规范》）就是在这种背景下开展研究制定的。

《规范》按照规范性与多样性相结合的原则、拓宽专业口径的原则、规范内容最小化的原则和核心内容最低标准的原则，对专业基础课提出了明确要求。2009 年 12 月高校土木工程学科专业教学指导委员会和中国建筑工业出版社在厦门召开了《规范》研究及配套教材规划会议，会上成立了以参与《规范》编制的专家为主要成员的系列教材编审委员会。此后，通过在全国范围内开展的主编征集工作，确定了 20 门专业基础课教材的主编，主编均参与了《规范》的研制，他们都是各自学校的学科带头人和教学负责人，都具有丰富的教学经验和教材编写经历。2010 年 4 月又在烟台召开了系列规划教材编写工作会议，进一步明确了本系列规划教材的定位和编写原则：规划教材的内容满足建筑工程、道路桥梁工程、地下工程和铁道工程四个主要方向的需要；满足应用型人才培养要求，注重工程背景和工程案例的引入；编写方式具有时代特征，以学生为主体，注意 90 后学生的思维习惯、学习方式和特点；注意系列教材之间尽量不出现不必要的重复等编写原则。为保证教材质量，系列教材编审委员会还邀请了本领域知名教授对每本教材进行审稿，对教材是否符合《规范》思想，定位是否准确，是否采用新规范、新技术、新材料，以及内容安排、文字叙述等是否合理进行全方位审读。

本系列规划教材是贯彻《规范》精神、延续教学改革成果的最好实践，具有很好的社会效益和影响，住房和城乡建设部已经确定本系列规划教材为《普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材》。在本系列规划教材的编写过程中得到了住房和城乡建设部人事司及主编所在学校和学院的大力支持，在此一并表示感谢。希望使用本系列规划教材的广大读者提出宝贵意见和建议，以便我们在规划和出版专业课教材时得以改进和完善。

高等学校土木工程学科专业指导委员会  
中国建筑工业出版社  
2011 年 6 月

## 前　　言

本书是按照《土木工程专业规范》(2010 版)所规定的理论力学知识单元及知识点要求编写全部内容，并参考力学教学指导委员会编制的力学基础课教学基本要求(2008 年试行版)有所扩充。整个教学学时通过教学内容的选择可安排在 51~68 学时。

本书分为 14 章教学，在内容编写中合并了类同的章节，增加有关工程应用的图片和实例，力求使教学内容由浅入深、循序渐进、论述简明、说理清楚，配置的例题与练习题有明显的工程与生活实际背景。

理论力学是工科类量大面广的基础技术课程，除了是工科类的本科生必修课程外，另外还有大量的函授生、网络生、大专生与自考生的教学课程要求。因此本书在每章开始时配有章节的知识点、重点、难点与工程背景介绍，在结束时提供章节的学习指导，使学习中便于复习和自学，并在每阶段学习完成后本书还配有阶段测验题，以便在学习过程中学生可以自测课程掌握的程度。此外，本书在附录中还配有工程实际案例的详解，可以对本书知识点在工程实践的具体应用进一步掌握。同时在附光盘中给出所有知识点在教学学时安排的建议，以及刚体静力学程序设计的课外配套教材，使得在学习中有所帮助与参考。同时配有相应的辅导用书，便于学生课外的辅助学习。

该教材附光盘中配有学生课外学习和复习用的电子教案，电子教案中每章、节配有图、文、音并茂的所有课堂教学内容以辅助学生课外的学习，学生可以不受时间约束、不受地点限制按个人的要求反复使用电子教案来指导自己的理论力学学习，从而在教学使用中取得良好的效果。书中带 \* 的章节和习题是选学的内容，学生可根据自己的学习要求选择。

参加本书编写的有同济大学基础力学研究部韦林(静力学部分、运动学部分)、温建民(动力学部分)，由韦林教授负责全书统稿，中南林业科技大学唐小弟教授负责全书内容的校核。同济大学冯奇、上海应用技术学院薛纭二位教授认真、细致、负责地审阅了全书，并在本书编写的整个过程中提出了许多宝贵意见和建议，在此表示衷心的感谢。

本书是高等学校土木工程学科专业教学指导委员会制定的土木工程指导性专业规范的配套教材，在本书的编写中使用了同济大学航空航天与力学学院基础力学研究部同事们多年教学积累的教学材料与教材内容，同时他们对本书内容提出了许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中错误与不妥之处，望读者不吝指正。

编者  
2010 年 10 月

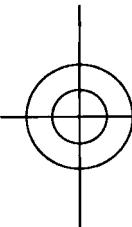
# 目 录

绪论 .....	1
<b>第1章 静力学基本知识 .....</b>	<b>2</b>
本章知识点 .....	2
1.1 力的概念 .....	3
1.2 静力学公理 .....	4
1.2.1 两力平衡公理(公理一) .....	4
1.2.2 力的平行四边形公理(公理二) .....	4
1.2.3 加减平衡力系公理(公理三) .....	5
1.2.4 作用与反作用公理(公理四) .....	6
1.3 约束和约束反力 .....	6
1.3.1 柔体约束 .....	7
1.3.2 刚体约束 .....	7
1.4 物体的受力分析和受力图 .....	11
小结及学习指导 .....	15
思考题 .....	16
习题 .....	17
<b>第2章 平面任意力系 .....</b>	<b>20</b>
本章知识点 .....	20
2.1 平面汇交力系的合成与平衡 .....	21
2.1.1 平面汇交力系合成与平衡 的几何法 .....	22
2.1.2 平面汇交力系合成与平衡 的解析法 .....	23
2.2 平面力偶系的合成与平衡 .....	27
2.2.1 力对点之矩 .....	27
2.2.2 力偶和力偶矩 .....	28
2.2.3 平面力偶的等效条件 .....	29
2.2.4 平面力偶系的合成和 平衡条件 .....	30
2.3 力的平移定理 .....	31
2.4 平面任意力系的简化与平衡 .....	33
2.4.1 平面任意力系向一点简化, 力系的主矢和主矩 .....	33
2.4.2 平面任意力系的平衡 .....	34
2.5 静定与超静定概念, 物体 系统的平衡 .....	39
2.5.1 静定与超静定概念 .....	39
2.5.2 物体系统的平衡 .....	40
2.6 平面静定桁架 .....	45
2.6.1 节点法 .....	46
2.6.2 截面法 .....	48
2.6.3 节点法与截面法的联合 应用 .....	48
2.6.4 平面桁架零内力杆的判定 .....	49
小结及学习指导 .....	51
思考题 .....	52
习题 .....	53
<b>第3章 空间任意力系 .....</b>	<b>62</b>
本章知识点 .....	62
3.1 力对点之矩与力对轴之 矩关系 .....	63
3.1.1 力的投影与力的分解 .....	63
3.1.2 力对点之矩矢 .....	64
3.1.3 力对轴的矩 .....	65
3.1.4 力对点之矩矢与对轴的矩 之间的关系 .....	65
3.1.5 空间力偶矢是自由矢量 .....	66
3.2 空间任意力系的简化与 平衡 .....	66
3.3 重心 .....	74
小结及学习指导 .....	80
思考题 .....	80
习题 .....	81
<b>第4章 摩擦 .....</b>	<b>88</b>
本章知识点 .....	88
4.1 滑动摩擦 .....	89

4.1.1 静摩擦定律 .....	89	6.3.2 以矢积表示转动刚体上一点 的速度与加速度 .....	131
4.1.2 摩擦角 .....	91	6.4 刚体的平面运动方程 .....	132
4.1.3 自锁现象 .....	92	6.4.1 刚体的平面运动方程 .....	133
4.2 滚动摩阻 .....	96	6.4.2 平面图形上各点的速度关系 .....	134
小结及学习指导 .....	99	6.4.3 平面图形上各点的加速 度关系 .....	141
思考题 .....	100	小结及学习指导 .....	145
习题 .....	101	思考题 .....	147
<b>第5章 点的运动 .....</b>	<b>104</b>	习题 .....	148
本章知识点 .....	104	<b>第7章 点的合成运动 .....</b>	<b>155</b>
5.1 点的运动矢量法 .....	105	本章知识点 .....	155
5.1.1 点的运动方程 .....	105	7.1 点的合成运动概念 .....	156
5.1.2 点的速度 .....	105	7.2 点的速度合成定理 .....	157
5.1.3 点的加速度 .....	106	7.3 牵连运动为平移时点的加速 度合成定理 .....	162
5.2 点的运动直角坐标法 .....	106	* 7.4 牵连运动为转动时点的加速 度合成定理 .....	165
5.2.1 点的运动方程 .....	106	小结及学习指导 .....	170
5.2.2 点的速度 .....	107	思考题 .....	171
5.2.3 点的加速度 .....	107	习题 .....	172
5.3 点的运动自然坐标法 .....	109	<b>第8章 动力学基本方程 .....</b>	<b>177</b>
5.3.1 点的运动方程 .....	109	本章知识点 .....	177
5.3.2 自然轴系 .....	110	8.1 质点动力学基本定律 .....	178
5.3.3 点的速度 .....	111	8.2 质点运动微分方程 .....	179
5.3.4 点的加速度 .....	111	小结及学习指导 .....	186
5.3.5 匀变速曲线运动 .....	113	思考题 .....	186
小结及学习指导 .....	117	习题 .....	188
思考题 .....	117	<b>第9章 动量定理 .....</b>	<b>192</b>
习题 .....	118	本章知识点 .....	192
<b>第6章 刚体的基本运动和平 面运动 .....</b>	<b>122</b>	9.1 动量定理 .....	193
本章知识点 .....	122	9.1.1 动量 .....	193
6.1 刚体的基本运动 .....	123	9.1.2 冲量 .....	194
6.1.1 刚体的平移 .....	123	9.1.3 质点系动量定理 .....	195
6.1.2 刚体的定轴转动 .....	124	9.1.4 质点系动量守恒定律 .....	199
6.2 定轴轮系的传动比 .....	128	9.2 质心运动定理 .....	201
6.2.1 带轮传动 .....	128	小结及学习指导 .....	204
6.2.2 齿轮传动 .....	129	思考题 .....	205
* 6.3 以矢积表示点的速度和 加速度 .....	131	习题 .....	207
6.3.1 角速度、角加速度的 矢量表示 .....	131		

<b>第 10 章 动量矩定理</b>	212	小结及学习指导	265
本章知识点	212	思考题	266
10.1 转动惯量	213	习题	267
10.1.1 转动惯量的一般公式	213	<b>第 12 章 达朗伯原理</b>	277
10.1.2 回转半径	214	本章知识点	277
10.1.3 转动惯量的平行移 轴定理	216	12.1 惯性力、质点系的达朗伯 原理	277
10.2 质点系的动量矩	217	12.1.1 惯性力	277
10.2.1 质点系的动量矩	217	12.1.2 质点的达朗伯原理	278
10.2.2 运动刚体的动量矩	218	12.1.3 质点系的达朗伯原理	280
10.3 质点系动量矩定理	220	12.2 刚体惯性力系的简化	283
10.3.1 质点系对固定点 O 的动 量矩定理	220	12.2.1 一般质点系的惯性力 系简化	283
10.3.2 质点系相对于质心的动 量矩定理	222	12.2.2 运动刚体的惯性力 系简化	284
10.3.3 质点系动量矩守恒定律	223	小结及学习指导	289
10.4 刚体定轴转动微分方程	225	思考题	290
10.5 刚体平面运动微分方程	227	习题	290
小结及学习指导	231	<b>第 13 章 虚位移原理</b>	296
思考题	232	本章知识点	296
习题	234	13.1 质点系的自由度、约束与 广义坐标	297
<b>第 11 章 动能定理</b>	243	13.1.1 约束和约束方程	297
本章知识点	243	13.1.2 自由度和广义坐标	298
11.1 力的功	244	13.2 虚位移和理想约束	299
11.1.1 常力的功	244	13.2.1 虚位移的概念	299
11.1.2 内力的功	245	13.2.2 虚位移的分析方法	300
11.1.3 作用于转动刚体的力及 力偶的功	247	13.2.3 理想约束	301
11.1.4 理想约束力的功	248	13.3 虚位移原理	302
11.1.5 摩擦力的功	248	小结及学习指导	310
11.2 动能、动能定理	249	思考题	311
11.2.1 动能	249	习题	311
11.2.2 质点系动能定理	251	<b>第 14 章 单自由度的振动</b>	316
11.3 势力场与势能	256	本章知识点	316
11.3.1 势力场与有势力	256	14.1 单自由度系统的自由 振动	317
11.3.2 势能	256	14.1.1 单自由度系统自由振 动微分方程的建立及 其解	318
11.4 机械能守恒定律	258		
11.5 动力学普遍定理的综合 运用	260		

14.1.2 无阻尼自由振动的特例 分析及固有频率的能 量法	322	A4 第四阶段测验题(点的合成 运动、运动学综合应用)	343
14.2 单自由度系统的强迫 振动	326	A5 第五阶段测验题(动力学基 本方程、动量定理、动量 矩定理)	344
小结及学习指导	333	A6 第六阶段测验题(动能定理、 动力学三定理综合应用)	346
思考题	334	A7 第七阶段测验题(达朗伯原 理、虚位移原理)	347
习题	335	A8 第八阶段测验题(单自由度 的振动)	348
<b>附录 A 阶段测验题</b>	<b>340</b>	<b>附录 B 工程实际案例</b>	<b>350</b>
A1 第一阶段测验题(静力学基 本知识、平面任意力学、 平面桁架)	340	B1 案例 1: T 字形杠杆式吊装 中的力学问题	350
A2 第二阶段测验题(空间任意 力学、摩擦)	341	B2 案例 2: 汽车是如何被提 升到楼层	354
A3 第三阶段测验题(点的运动、 刚体的基本运动、刚 体的平面运动)	342	<b>参考文献</b>	<b>357</b>



## 绪 论

理论力学是现代工程技术的重要理论基础，它在工科院校中是一门重要的技术基础课程。它为学习一系列后继课程提供基础知识。例如，材料力学、结构力学、弹塑性力学、流体力学、机械原理和振动理论等课程都要以理论力学为基础。此外，在很多专业课程中，也要用到理论力学的知识。由于理论力学揭示了自然界和工程中普遍存在的一般规律，亦将直接用来指导工程实践和推动工程技术的进一步发展。因此，学习理论力学对于解决工程技术问题也有一定的指导作用。

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。机械运动虽然是最简单的运动形式，但是在自然界和工程技术中是随时随地可以遇到的。可见，理论力学所研究的运动规律，可以用来解释很多自然现象，更重要的是它还为解决一系列工程技术问题提供了必要的基础。例如，房屋、桥梁、铁路、水坝、机械等的设计，飞行器和火箭运动原理的研究都要用到理论力学的知识。因此，理论力学是工程技术的重要理论基础之一。它与其他有关专业知识结合在一起，可以帮助我们解决许多工程实际问题，促进科学技术的发展。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所总结的关于机械运动的基本定律为基础的，是属于经典力学的范畴。在19世纪初，由于物理学的重大发展，产生了相对论力学和量子力学学科，表明经典力学的应用范围是有局限性的，经典力学的规律不适用于速度接近于光速的情况，也不适用于微观粒子的运动。但是，在工程实际问题中，我们所遇到的机械运动一般都是宏观物体的运动，而且物体运动速度远小于光速。所以，在研究一般工程上的力学问题时，应用经典力学来分析所得的结果是足够精确的。

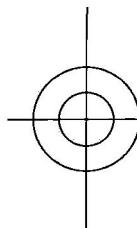
任何一门学科的研究，都离不开人类认识的客观规律。理论力学也毫不例外，它的研究方法是从实践出发，经过抽象化、综合归纳，建立一些基本概念、定律或公理，再用数学演绎和逻辑推理得到定理和结论，然后再通过实践来证实并发展这些理论。

为了便于研究，理论力学通常分为以下三部分内容：

**静力学**——研究作用于物体上的力系简化与平衡条件；

**运动学**——研究物体运动的几何性质；

**动力学**——研究物体的运动与其所受力之间的关系。



## 第1章

# 静力学基本知识

### 本章知识点

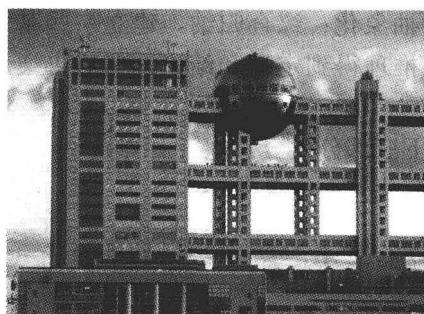
**【知识点】**力的概念，静力学公理与定理(两力平衡公理、力的平行四边形公理、加减平衡力系公理、作用与反作用公理、三力平衡汇交定理、力的可传性原理)，约束与约束反力(柔体约束、刚体约束)，物体的受力分析和受力图。

**【重点】**掌握约束的概念和各种常见约束力的性质，能熟练地画出单个刚体及刚体系的受力图。

**【难点】**正确画出刚体系统的受力图。

静力学中主要研究刚体在力作用下平衡的规律。所谓刚体就是指在任何外力作用下都不变形的物体，真正不变形的物体实际上是不存在的，所以，刚体只是在理论力学中研究物体运动或平衡的规律时被抽象化的理想模型。

刚体的平衡就是指刚体的运动状态不变，它包括刚体相对于地面保持静止或作匀速直线运动两种情况。平衡的规律在工程实践中有广泛的应用。如各种建筑(图 1-1a)、桥梁(图 1-1b)、屋架、巷道支架、水坝、机械等的设计与强度校核，往往要先经过静力学分析，计算出结构中各构件(如杆、柱、销、梁、轴等)所受的力，然后再考虑选择什么材料和尺寸才能承受这些力。静力学学习重点是力的基本性质、受力分析的方法和物体的平衡规律。静力学部分应着重培养应用静力学的理论与方法去分析和解决实际工程问题的能力。



(a)



(b)

图 1-1

## 1.1 力的概念

力的概念是人们在日常生活和长期的生产劳动中逐步形成的。最初，人们对力的认识是由人们在推、提、拉、掷物体等活动中，由于感到肌肉紧张而产生的。后来，当人们仔细地观察和分析了物体间相互的作用，以及研究了物体状态改变的原因以后，才建立起力的科学定义。随着生产力的发展，人们创造了各种机械，逐步使用畜力、水力、风力、蒸汽压力，逐渐认识到万有引力、弹性恢复力、摩擦力以及电磁力等。这种作用的结果使物体的运动状态发生改变或使物体发生变形，因此对力的概念才逐渐完善。综上所述，力是物体之间的相互机械作用，这种作用有两种效应：使物体产生运动状态变化和形状变化，分别称为运动效应（外效应）和变形效应（内效应），在理论力学中，仅讨论力的运动效应。

力对物体作用的效应取决于力的三要素：力的大小、方向和作用点。

1. 力的大小，度量力的大小通常采用国际单位 CSI 制，为牛顿单位。牛顿简称牛（N），1000 牛顿简称千牛（kN）。

2. 力的方向，就是力作用的方位和指向。例如，我们说火箭垂直朝上发射，这里垂直是方位，朝上是指向。

3. 力的作用点，就是力作用的部位。实际上，当两个物体直接接触而产生力的作用时，力是分布在一定的面积上的。如用手去推车时，力分布在手与车相接触的面积上。只是当接触面积相对地较小的时候，可以抽象地看作集中于一点，这样的力称为集中力，这个点称为力的作用点。不能看作集中力的称为分布力，分布力又可以分为面分布力和体分布力。面分布力分布于物体相接触的表面上，如雪作用在房面上是面分布力。而体分布力则分布于物体内部的每一点上，地球吸引物体的重力就是体分布力的具体例子。

像力这样具有大小与方向的物理量，总是可以用一个几何图像“矢”来表示。“矢”是带有箭头的线段，本书中用某一粗体字母表示该矢，而用细体字表示该矢的大小，如图 1-2 所示，按一定线段长度的比例尺表示这个力的大小，线段的方位以及箭头指向表示它的方向，线段的起点 A 或终点 B 表示力的作用点。通过力的作用点沿力方位的直线称为力的作用线（如图 1-2 所示的直线）。

由一些力组成的一群力称为力系，如果某力系作用到原来平衡的任一刚体上，而刚体仍然处于平衡，则此力系称为平衡力系。

静力学除研究平衡问题外，还研究力系的合成或简化，即研究如何将作用在物体上的许多力（称为力系）用和它作用效果相等的最简单力系来代替，从而便于寻求各种力系对物体作用的总效应，也便于求得静平衡的条件。

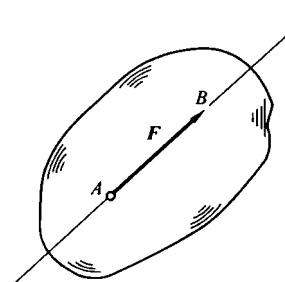


图 1-2 力的作用线

## 1.2 静力学公理

要研究力系的简化和平衡条件，需要对力的一些基本性质有进一步的了解。下面介绍力的四个公理是整个静力学理论体系的基础。

### 1.2.1 两力平衡公理(公理一)

作用在同一刚体上的两个力，它们使刚体处于平衡的必要和充分条件是：这两个力的等值，反向，共线。

设一刚体受到  $F_1$ 、 $F_2$  两个力作用而平衡，如图 1-3 所示，则这两个力的作用线必定与两力作用点 A、B 的连线重合；此时，这两个力的大小相等，指向相反，构成一平衡力系。

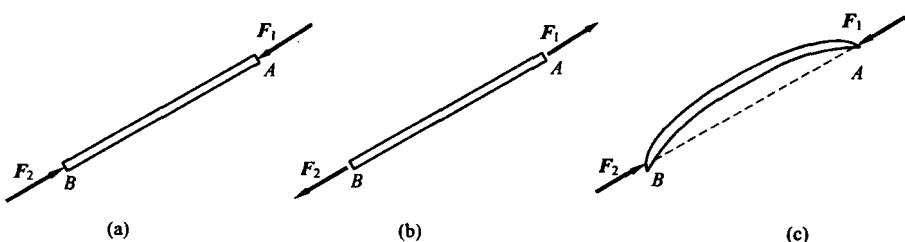


图 1-3 二力平衡

图 1-3(a)所示的两个力将使杆有压缩趋势，称为压杆。图 1-3(b)所示的两个力将使杆有拉伸趋势，称为拉杆。在工程结构中，常有仅在其上仅作用两个力的平衡杆(构件)，通常称为二力杆(二力构件)，如图 1-3(c)所示。

### 1.2.2 力的平行四边形公理(公理二)

作用在物体上同一点的两个力可合成为作用在该点的一个合力，其大小和方向可由这两个力矢为邻边所作的平行四边形的对角线表示。现以矢量方程式表示为：

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

即合力  $\mathbf{F}_R$  等于  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  这两力的矢量和，这称为力的平行四边形公理，如图 1-4(a)所示。有时，也可用三角形法则表示两个力合成一个合力的矢量

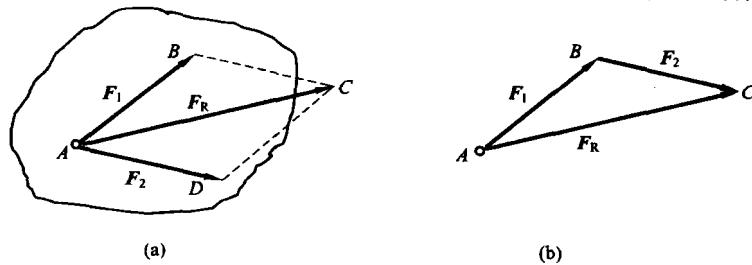


图 1-4 力的平行四边形公理与三角形公理

$F_R$ , 如图 1-4(b)所示。三角形法则与分力的次序无关, 即也可先作  $F_2$ , 再从  $F_2$  的终点作  $F_1$ , 所得结果相同。

工程中还会常常调整分力的大小和方向, 使其合力沿指定方向作用, 从而满足施工上的一定要求。如巷道掘进中常用的气腿凿岩机, 气腿的支撑合力  $F_R$  可以分解为铅垂方向的托力  $F_s$ (以平衡凿岩机重量) 和沿凿岩方向的轴推力  $F_N$  (图 1-5)。如托力  $F_s$  过大或过小, 都将导致钎杆与炮孔不平行, 容易夹钎, 影响效率。而轴推力过大, 钎头回转阻力增大, 直接影响凿岩效率; 轴推力过小, 钎杆容易跳动, 影响效率。因此, 在凿岩过程中, 应该及时控制两个分力的值, 使合力值  $F_R$  在最大状态下工作, 达到最大的凿岩速度。

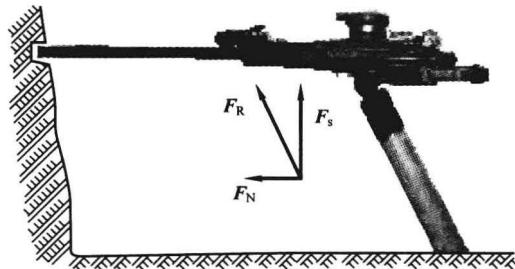


图 1-5

### 1.2.3 加减平衡力系公理(公理三)

在刚体上某一已知力系加上或减去任何一个平衡力系后与原力系等效, 这称为: 加减平衡力系公理。根据这一公理和公理一可以得到作用于刚体上的力的一个重要推论: 即作用于刚体上的力, 可以沿其作用线任意移动, 而不改变对刚体的效应。这一性质称为力的可传性原理。

例如作用力  $F_A$  作用于小车上 A 点, B 为其作用线上任意一点(如图 1-6 所示), 今在 AB 线的 B 点加上等值、反向的两个力  $F_B$  与  $F'_B$ , 并令其大小都等于  $F_A$ , 由于  $F_B$  与  $F'_B$  为平衡力系, 所以加上去之后不改变  $F_A$  对刚体的原有效应, 同时看到, 在  $F_B$ 、 $F'_B$ 、 $F_A$  三个力组成的力系中,  $F_A$  与  $F'_B$  也是一个平衡力系。因此, 除去这两个力, 也不改变  $F_A$  对刚体的原有效应。除去  $F_A$  与  $F'_B$ , 后, 剩下一个作用于 B 点的  $F_B$ ,  $F_B$  与  $F_A$  具有相同的作用线, 相同的大小与相同的指向, 这就相当于把原来作用于 A 点的力  $F_A$ , 沿着作用线传到了任意一点 B。力  $F_A$  推车或拉车将得到同样的效果, 是这一原理的实践验证。

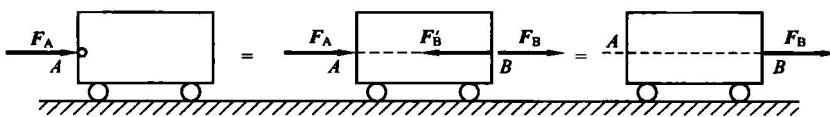


图 1-6 力的可传性原理

根据这个原理可以看到, 就力对刚体的效应而言, 或者说, 不考虑力对物体的内效应时, 力为滑动矢量。应该注意的是, 力的可传性原理, 只适用于刚体。如果考虑到力对物体的内效应, 亦即考虑到物体的变形时, 力就不能任意移动, 也就是说力的可传性原理不适用。根据力的可传性原理, 公理二的条件对于刚体可放松, 则对于刚体而言, 二力作用线相交于汇交点, 即可按平行四边形法则相加。

根据上述公理可以得到作用于刚体上力的另一个重要推论：刚体受三力作用而平衡，若其中两力相交，则此三力共面共点，这一性质称为三力平衡汇交定理。

求证如下：设刚体受到  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力作用而平衡，其中  $F_1$ 、 $F_2$  的作用线通过力的可传性力交于  $O$  点，如图 1-7 所示。我们知道，这两个力的合力  $F_R$  应通过两力的交点，于是刚体在  $F_3$  与  $F_R$  作用下平衡。据两力平衡必须共线的条件知道， $F_3$  作用线必须与  $F_R$  的作用线重合，亦即  $F_3$  的作用线也必定通过  $O$  点。于是  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  应共面共点而组成平面共点力系。

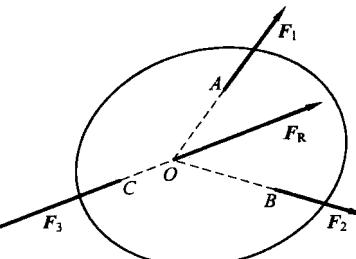


图 1-7

结构或机构中，仅受三力作用而保持平衡的构件称为三力构件。根据三力平衡定理，当知道三力构件上任两个力的方向时，第三个力的方向便可确定。如图 1-8 中简易吊车之横梁 AB，当其自重不计时，只受三个力作用：吊车载荷  $P$ 、拉杆 BC 的拉力  $F_B$  与支座 A 的约束反力  $F_A$ 。由于力  $P$  与  $F_B$  的作用线相交于 D 点，根据三力平衡定理知  $F_A$  的作用线也必通过 D 点。

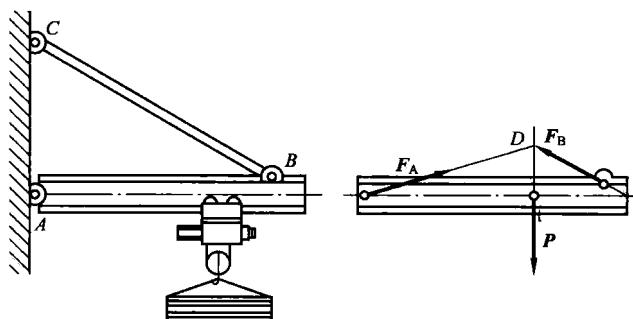


图 1-8

#### 1.2.4 作用与反作用公理(公理四)

两物体上相互作用的一对力，它们必定同时存在且等值，反向，共线。这是作用与反作用公理，也就是牛顿运动三定律中的第三定律。

我们已经知道，力是两个物体之间的作用。这条公理进一步指出了两物体间所发生的作用一定是相互的，亦即当物体 A 对物体 B 且有一个作用力的同时，物体 B 对物体 A 一定有一个反作用力存在。当然，作用力与反作用力这两个等值、反向、共线的力是分别作用在两个物体上的，因此，这不是一对平衡力。

### 1.3 约束和约束反力

当一个物体不受任何限制在空间自由运动(例如，可在空中自由飞行的小

鸟), 则此物体称为自由体; 反之, 如一个物体受到一定的限制, 使其在空间沿某些方向的运动成为不可能, 则此物体称为非自由体。那些阻碍着非自由体运动的限制, 在力学中称为约束。当物体沿着约束所阻碍的方向有运动趋势时, 约束对该物体就有阻碍运动的力作用, 这种作用力称为约束反力, 简称反力。约束反力的方向总是与约束所能阻碍物体运动的方向相反。在力系中有些力能主动地使物体运动或使物体有运动趋势, 这种力称为主动力。例如物体的重力、水压力、风力等都是主动力, 工程中也称为荷载, 通常主动力都是已知的, 而约束反力通常是未知的。在静力学中这些未知量都需用平衡条件来求出。并且约束反力的作用点就是约束与被约束物体之间的接触点。

工程上常见的几种约束及其约束反力的特性介绍如下:

### 1.3.1 柔体约束

由绳索(或链条)等柔软物体所构成的约束, 柔体约束只能阻止物体上与绳索连接的一点沿绳索中心线离开绳索方向的运动。所以, 绳索对物体的约束反力一定作用在物体与绳索的连接点上, 方位沿绳索的中心线, 其指向背离物体。也就是说, 绳索只能承受拉力, 而不能承受压力或其他方向的力。图 1-9(a)、(b) 中皮带传动机构所示的  $F_1$  和  $F_2$  分别为皮带索的约束反力, 图 1-9(c) 中的  $F_A$  和  $F_B$  分别为悬挂绳索  $AD$  和  $BC$  对重物  $P$  的约束反力。

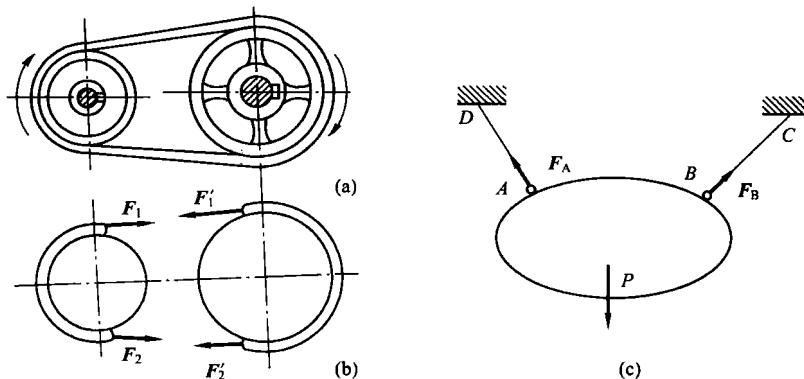


图 1-9 柔性约束

### 1.3.2 刚体约束

#### 1. 光滑接触

在相互接触的物体上, 如果接触处很光滑, 摩擦力很小可忽略不计, 则这种接触称为光滑接触。

这类约束只能限制物体沿光滑面接触点的法线方向往约束内部的运动, 但不能限制物体在切线方向运动。所以光滑接触面的约束反力通过接触点, 方向沿光滑面接触点处的法线并指向被约束的物体(即为压力)。

如图 1-10(a)所示的圆球搁置在光滑面上, 则光滑面对圆球的约束反力  $F$