

含教材习题答案

JIANZISHENGXUEAN



尖子生学案

教你如何成为尖子生

新课标（人）

数学

八年级·下

主 编：张铁帅
本册主编：张铁帅 孙亚春
任立娟



YZL10890143309

掌握了好的方法
还怕山有多高！



吉林出版集团有限责任公司
吉林人民出版社

尖子生学案

教你如何成为尖子生

新课标 (人)



八年级·下

主

本册主

副 主

编

书名: 子立风 丁万 陈水利 刘秀影

吴俊峰 李今迎



YZL10890143309



吉林出版集团有限责任公司

吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

尖子生学案·人教版·八年级数学·下/张铁帅主编.一长春:吉林出版集团有限责任公司:吉林人民出版社,2011.9

ISBN 978 - 7 - 5463 - 6299 - 1

I . ①尖… II . ①张… III . ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV . ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 147102 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:罗明珠 曲 茜

尖子生学案·八年级数学·下 新课标(人)

吉林出版集团有限责任公司

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

网址:www.zigengguoji.com 电话:0431-85202911

主 编 张铁帅

本册主编 张铁帅 孙亚春 任立娟

责任编辑 张长平 王胜利

封面设计 薛雯丹

责任校对 郭 微 蔡海英

版式设计 邢 程

印刷:北京市梓耕印刷有限公司

开本:880×1230 1/32

印张:10.5 字数:328 千字

标准书号:ISBN 978 - 7 - 5463 - 6299 - 1

2011 年 9 月第 1 版 2011 年 9 月第 1 次印刷

定 价:19.80 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。联系电话:(010)89579201
图书质量反馈电话:(0431)85202911 售书热线:(010)85710890

尖子生学案

亮点展示

在总结尖子生成功学习经验的基础上，精心编写了这套与教材完全同步的讲解类教辅书。本书不仅注重传授知识，更注重传播尖子生良好的学习习惯、方法、技巧。通过明确学习目标、精细研读教材、总结规律方法、提升思维能力、构建知识体系、把握中考信息等实用、高效、操作性强的学习环节，展现出本书与众不同的亮点。

亮点

1 拓展课标理念 创设导学模式

融入最新课改理念，着眼三维目标，贴近教学新模式，以自主探究能力的培养为主线，学案导学式设计，突出知识、能力、情感目标的渗透和融合。

亮点

2 讲解精准全透 层层深入推进

完全与教材同步，以每个知识点为讲解元素，结合【尖子生笔记】这一栏目，从各个角度深入浅出地讲解知识点，深入挖掘蕴含在教材中的隐含信息，指导学生把握教材、学透教材。

亮点

3 新题典题考题 精选精讲精析

从基本知识的渗透、综合知识的衔接、动手能力的提高三个层次出发，紧扣教材讲解典型例题，透彻地分析解题思路，通过【学法突破】适时总结规律方法，使学生思维的灵活性、广阔性、严密性、创造性等得到有效的锻炼。

教材研读方案 尖子生课堂实录



认识：用三角形全等的方法论证等腰三角形的性质定理。(重点)

理解：(1)等腰三角形的性质定理和判定定理的推导过程。(重点)

(2)等边三角形的性质定理和判定定理。(重点)

(3)等腰三角形的“三线合一”，(重点)

学会：(1)用全等的方法证明等边三角形的性质。(重点)

(2)用等腰三角形的性质定理和判定定理解决问题。(难点)

解决问题问题。(难点)

知识详解

知识点1 等腰三角形的判定定理

如果一个三角形的两个角相等，那么这两个角所对的边也相等(简称“等角对等边”)。(若无特殊说明各角均为内角，下同)

尖子生笔记

【方法归纳】证明一个三角形是等腰三角形的方法有两种：①利用定义证明，有两边相等的三角形是等腰三角形；②等腰三角形的判定定理，等角对等边。

如图1-4所示， AC 和 BD 相交于点 O ， $AB \parallel CD$ ， $OA = OB$. 求证 $OC = OD$.

【点拨】本题主要考查等腰三角形的性质和判定，正确区分等腰三角形的性质和判定是解决此类问题的关键。

【针对性训练3】如图1-5所示，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， BD 平分 $\angle ABC$. 求证 $AD = AB$.

多维解题方略 尖子生高效解题

基础知识应用

如图1-8所示， $\angle EAC$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， AD 平分 $\angle EAC$ ，且 $AD \parallel BC$. 求证 $AB = AC$.

【点拨】从图形特点看出要证明 $AB = AC$ ，只需证 $\angle B = \angle C$ ，这显然与角平分线 AD 以及 $AD \parallel BC$ 有关，要学会综合运用条件的解题方法。

综合应用

如图1-11所示，一个顶角为 40° 的等腰三角形纸片剪去顶角后，得……

探索创新

如图1-13所示， $\triangle ABC$ 是等边三角形， D 是……

从结论入手分析问题是解决本题的关键，要有较强的识图能力，要善于在图形中找隐含条件。

亮点 4

突出方法指导 侧重技巧提炼

总结各类问题的解题规律、方法和技巧，多角度、全方位地点拨学习误区，通过【教材习题拓广】将教材中本节知识与中考相链接，厉兵秣马，蓄势待发；通过【得分高手】提升学生的“考试力”，将知识储备、学习方法和考试技巧融为一体，使学生找对方法，学会考试，赢得高分。

规律方法突破 尖子生能力拓展

规律方法探究

等腰三角形中有关分类讨论思想的研究与运用

例1 如图 1-14 所示, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E, F , 请你从……

释疑解难

易错点 在分析问题过程中，考虑问题不全面，造成漏解

错解 等腰三角形 ABC 中，一个角为 80° ，求另外两个角的度数。

错解分析 只考虑了 80° 角作为顶角……

正解 当顶角为 80° 时，两底角均为 $\frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$ ；当底角为 80° 时，另一底角为 80° ，顶角为 $180^\circ - 2 \times 80^\circ = 20^\circ$ 。

求等腰三角形角的度数时，首先……

教材习题拓广

例2 (教材习题 1.1 第 3 小题) 如图 1-16 所示，在 $\triangle ABC$ 中，点……

得分高手

巧解题

例3 如图 1-18 所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$, $\angle BAD=30^\circ$, 且 $AD=AE$, 则 $\angle EDC$ 等于

A. 10°

B. 12.5°

C. 15°

D. 20°

亮点 5

课后习题答案 准确方便实用

与教材同步，对教材课后习题全面解答，讲解结合、详略得当，注重综合题、疑难题解题思路的点拨，具有很强的针对性、实用性，是学生学习的好帮手。

亮点 6

关注中考 把握中考

深入解读最新考纲，探究出题规律，展示中考真题，让您在平时的学习中接触中考，对中考内容及题型有清晰的了解。

亮点 7

赏析新型题 开拓新思维

展示近几年出现的与本章内容相关的新题型，探索学习规律，发现方法技巧，让学生多角度拓展知识空间，全方位开辟思维天地。

教材习题解答 尖子生知识反馈

【习题 2.1】

2. 解：2004 年 3 月上旬的气温较为稳定。原因如下：因为 2004 年 3 月上旬气温的极差是 $16-8=8({\text{ }}^{\circ}\text{C})$ ，2003 年 3 月上旬气温的极差是 $21-5=16({\text{ }}^{\circ}\text{C})$ ， $8 < 16$ ，所以 2004 年 3 月上旬的气温较为稳定。

中考链接

考点透视

本章是几何部分的重要内容，也是各地中考的必考内容，主要的考查内容有：①利用三角形的有关知识进行计算或证明；②特殊四边形的判定和……

真题剖析

考点 1：平行四边形的性质和判定

例1 (2009·乌鲁木齐) 如图 1-143 所示，在四边形 $ABCD$ 中， E 是 AD 边上的任意一点(E 与 A, D 不重合)， G, F, H 分别是 BE, BC, CE 的中点。

新题赏析

例2 (改编题) 已知一组数据 $1, a, 3, 6, 7$ ，它的平均数是 4，则这组数据的方差是多少？

点拨 若要求得方差，则先要求出 a 的值，由平均数是 4 可以求出 a 的值，然后利用公式求出方差。

解：这组数据的平均数是 4，

$$\therefore \frac{1+a+3+6+7}{5}=4, \therefore a=3,$$

$$\therefore s^2=\frac{1}{5}[(1-4)^2+(3-4)^2+(3-4)^2+(6-4)^2+(7-4)^2]$$

$$=\frac{24}{5}.$$

教你如何成为尖子生

本书适用面广，尖子生、中等生、一般生都能在使用本书过程中，通过自主导读→明确目标，知识积累→储备基础，研读教材→掌握知识，技巧点拨→提升能力，知识拓展→开阔视野，从而学会技能、掌握方法、培养良好习惯、打造实力，成绩稳步提升，不断超越自我、超越对手，最终成为尖子生。

学习质量测控

- ★ 同步训练 自测自评
- ★ 详解详析 有效反馈

教材研读方案

- ★ 吃透教材知识
- ★ 挖掘隐含信息
- ★ 讲练层层推进
- ★ 提高学习效率

普通生

本章学习思路

- ★ 激发学习兴趣
- ★ 明确学习目标
- ★ 掌握学习方法

本章知识体系构建

- ★ 构建知识体系
- ★ 沟通知识联系
- ★ 归纳专题知识
- ★ 培养应试能力

规律方法突破

- ★ 探究规律方法
- ★ 突破易错疑难
- ★ 增强得分技能

多维解题方略

- ★ 剖析典型例题
- ★ 击破重点难点
- ★ 总结解题方法
- ★ 提升思维能力

这是一条路。尖子生成长中走过的路

这是一套方案。尖子生验证过的学习方案

让我们。沿着尖子生的足迹——走向成功

目录

第 16 章 分 式

本章学习思路 (1)

16.1 分式

16.1.1 从分数到分式

教材研读方案 (2)

多维解题方略 (4)

规律方法突破 (6)

教材习题解答 (8)

学习质量测控 (9)

16.1.2 分式的基本性质

教材研读方案 (10)

多维解题方略 (13)

规律方法突破 (16)

教材习题解答 (19)

学习质量测控 (20)

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除

教材研读方案 (22)

多维解题方略 (24)

规律方法突破 (26)

教材习题解答 (28)

学习质量测控 (29)

16.2.2 分式的加减

教材研读方案 (30)

多维解题方略 (33)

规律方法突破 (35)

教材习题解答 (39)

学习质量测控 (39)

16.2.3 整数指数幂

教材研读方案 (41)

多维解题方略 (43)

规律方法突破 (45)

教材习题解答 (48)

学习质量测控 (49)

16.3 分式方程

教材研读方案 (50)

多维解题方略 (54)

规律方法突破 (56)

教材习题解答 (58)

学习质量测控 (60)

本章知识体系构建 (62)

第 16 章阶段学习测评 (67)

第 17 章 反比例函数

本章学习思路 (70)

17.1 反比例函数

教材研读方案 (71)

多维解题方略 (74)

规律方法突破 (78)

教材习题解答 (81)

学习质量测控 (83)

17.2 实际问题与反比例函数

教材研读方案 (85)

多维解题方略 (86)

规律方法突破 (90)

教材习题解答 (93)

学习质量测控 (95)

本章知识体系构建 (97)

第 17 章阶段学习测评 (102)

目 录

第18章 勾股定理

本章学习思路 (106)

18.1 勾股定理

教材研读方案 (108)

多维解题方略 (112)

规律方法突破 (117)

教材习题解答 (121)

学习质量测控 (123)

18.2 勾股定理的逆定理

教材研读方案 (125)

多维解题方略 (128)

规律方法突破 (132)

教材习题解答 (134)

学习质量测控 (137)

本章知识体系构建 (138)

第18章阶段学习测评 (141)

第19章 四边形

本章学习思路 (146)

19.1 平行四边形

19.1.1 平行四边形的性质

教材研读方案 (148)

多维解题方略 (151)

规律方法突破 (154)

教材习题解答 (158)

学习质量测控 (158)

19.1.2 平行四边形的判定

教材研读方案 (160)

多维解题方略 (164)

规律方法突破 (167)

教材习题解答 (172)

学习质量测控 (174)

19.2 特殊的平行四边形

19.2.1 矩 形

教材研读方案 (176)

多维解题方略 (179)

规律方法突破 (183)

教材习题解答 (187)

学习质量测控 (187)

19.2.2 菱 形

教材研读方案 (189)

多维解题方略 (192)

规律方法突破 (196)

教材习题解答 (199)

学习质量测控 (200)

19.2.3 正方形

教材研读方案 (202)

多维解题方略 (206)

规律方法突破 (210)

教材习题解答 (214)

学习质量测控 (217)

19.3 梯 形

19.4 课题学习 重心

教材研读方案 (218)

多维解题方略 (223)

规律方法突破 (227)

教材习题解答 (231)

学习质量测控 (234)

本章知识体系构建 (236)

第19章阶段学习测评 (244)

目 录

第 20 章 数据的分析

本章学习思路	(250)
20.1 数据的代表	
20.1.1 平均数	
教材研读方案	(251)
多维解题方略	(253)
规律方法突破	(256)
教材习题解答	(258)
学习质量测控	(259)
20.1.2 中位数和众数	
教材研读方案	(260)
多维解题方略	(263)
规律方法突破	(265)
期中综合测评	(292)
期末综合测评	(295)
附录 评价标准	(300)
教材习题解答	(268)
学习质量测控	(269)
20.2 数据的波动	
20.3 课题学习 体质健康测试中的数据分析	
教材研读方案	(271)
多维解题方略	(274)
规律方法突破	(277)
教材习题解答	(280)
学习质量测控	(281)
本章知识体系构建	(283)
第 20 章阶段学习测评	(287)

第16章 分式

本章学习思路 | 尖子生自主导读



数学视界

某校师生到距学校 20 千米的公路旁植树,甲班师生骑自行车先走,45 分钟后,乙班师生乘汽车出发,结果两班师生同时到达,已知汽车的速度是自行车速度的 2.5 倍,你能根据以上信息,求两种车的速度各是多少吗? 相信学习完本章的内容后,你就会很轻松地解决这个问题了.



品读重难点

本章重点:(1)了解分式的概念,会利用分式的基本性质进行约分和通分,会进行简单的分式加、减、乘、除运算.(2)在分式运算的基础上,将指数的范围扩大到全体整数.(3)在解决实际问题的基础上,理解可化为一元一次方程的分式方程的解法,在解法中体会数学中的化归思想.

本章难点:(1)利用分式方程解决生活中的实际问题.(2)对增根的正确理解.



学法推介

1. 利用分式的概念判断一个代数式是否是分式.
2. 分式有意义的条件:分母不等于 0.
分式无意义的条件:分母等于 0.
3. 关于分式的值为零的问题必须符合两个条件(两者缺一不可):
 - (1)分式的分母不为零;
 - (2)分式的分子等于零.
4. 分式的混合运算要注意运算顺序:有括号的先算括号内的,再算括号外的;先乘方,再乘除,最后加减;同级运算按从左到右依次进行.在乘除运算时,不要直接用多项式的乘除法处理,能分解因式的先分解因式,写成幂的形式以便约分及加减运算.分式运算的结果一定要化成最简形式.
5. 解分式方程时一定要验根.有些分式方程在利用去分母化整式方程时,可以将分式方程灵活变形,使去分母运算简便.

16.1 分式

16.1.1 从分数到分式

教材研读方案

尖子生课堂实录



认识:分式的含义.

掌握:(1)分式有意义的条件.(重点)

(2)分式值为零的条件.(难点)

学会:(1)判定一个代数式是否是分式.

(2)分式有意义或无意义的条件.(重点)

知识详解

知识点1 分式的概念

一般地,如果A,B表示两个整式,并且B中含有字母,那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.A叫做分子,B叫做分母.

分式的分母表示除数,由于除数不能为0,所以分式的分母不能为0,即当 $B \neq 0$ 时,分式 $\frac{A}{B}$ 才有意义.

尖子生笔记

[知识拓展] 分式的概念包括两个方面:

(1)分式由两个整式组成(分子与分母),其中分数线不仅起到除号的作用,同时还有括号的作用.

(2)分式的分母中必须含有字母,而分子中是否含有字母不作要求.这一点是判断某一个代数式是否是分式的主要依据.

差距·借鉴·超越

例1 下列代数式是分式的有_____.

- ① $\frac{1}{2\pi}$; ② $\frac{2}{3x}$; ③ $\frac{2x}{5x-y}$; ④ $\frac{3x}{2k}$; ⑤ $\frac{y}{x}+1$; ⑥ $\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$;
- ⑦ $\frac{1}{3}a^2b-\frac{1}{2}ab^2$; ⑧ $\frac{x}{2}$; ⑨ $\frac{y^2}{y}$.

学法突破

进一步理解分式的概念,尤其强调B中含有字母.

〔点拨〕 判断一个代数式是否是分式,要看在 $\frac{A}{B}$ 中 B 是否含有字母,若 B 中不含有字母,就不是分式。 $\frac{y^2}{y}$ 符合分式的定义,是分式。 $\frac{1}{2\pi}$ 不是分式,因为 π 不是字母,而是常数。故填②③④⑤⑥⑨。

【针对性训练1】 下列代数式中,哪些是分式?

$$\frac{5}{x}, \frac{x}{5}, \frac{3}{5+x}, \frac{2x}{x+y}, \frac{x^2-1}{x}, \frac{x+y}{\pi}.$$

例2 (1)当 x 为何值时,分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义?

(2)当 x 为何值时,分式 $\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)}$ 有意义?

〔点拨〕 分式有意义就是分式的分母不等于零。

解:(1)要使分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义,有 $x-2 \neq 0$,即 $x \neq 2$.

所以当 $x \neq 2$ 时,分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义。

(2)要使分式 $\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)}$ 有意义,有 $(x-2)(x-3) \neq 0$,

即 $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$.

所以当 $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$ 时,分式 $\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)}$ 有意义。

【针对性训练2】 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x+1}{|x|-1}$ 无意义。

知识点2 分式的值为零的条件

分式的值为零必须同时满足以下两个条件:(1)分子为零;(2)分母不为零。

例3 若分式 $\frac{x(x+1)}{x^2+2x+1}$ 的值为 0,则 x 的值等

于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

〔点拨〕 本题考查分式的的意义和分式的值为 0 的条件,分式有意义的条件是分母不为零,分式值为零的条件是分子为零而分母不为零,故 x 应满足 $x(x+1)=0$ 且 $x^2+2x+1 \neq 0$,即 $x=0$.故填 0.

解决此类问题不要忽略使分式有意义的条件,即分母不为零。

【针对性训练3】 若分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零,则 x 的值为

A. -1

B. 0

C. 1

D. ± 1

【针对性训练4】 若分式 $\frac{x-2}{x^2-1}$ 的值为 0,则 x 的值为

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. 2

知识点3 分式值的特殊情况

(1) 分式 $\frac{A}{B}$ 的值为负数, 当且仅当 A, B 异号.

(2) 分式 $\frac{A}{B}$ 的值为正数, 当且仅当 A, B 同号.

(3) 分式 $\frac{A}{B}$ 的值为整数, 当且仅当 A 是 B 的整数倍.

例 4 如果分式 $\frac{-3}{x-2}$ 的值为负数, 那么 x 的取值范围是 ()

A. $-2 < x < 2$

B. $x < 2$

C. $x > 2$

D. $x < -2$

[点拨] 若使分式 $\frac{-3}{x-2}$ 的值为负数, 则 $x-2>0, x>2$. 故选 C.

针对性训练 5 若分式 $\frac{-3}{3-x}$ 的值为整数, 则整数 x = _____.

多维解题方略**尖子生高效解题****基础知识应用**

例 5 在下列各式: $\frac{2}{x}, \frac{a}{2}+1, \frac{1}{2}(a+b), \frac{x}{x},$

$\frac{x-y}{x+y}, \frac{1}{y}(a+b), \frac{2}{\pi}$ 中, 是分式的有 _____, 是整式的有 _____.

[点拨] 由分式的定义可知: ①分式的分子、分母必须是整式(即 A, B 为整式); ②分式的分母中必含有字母, 但分子可不含字母. π 是一个常数, 不是字

母, 所以 $\frac{2}{\pi}$ 不是分式. $\frac{x}{x}$ 是整式除以整式, 且除式中含有字母, 所以它是分式.

[答案] $\frac{2}{x}, \frac{x}{x}, \frac{x-y}{x+y}, \frac{1}{y}(a+b), \frac{a}{2}+1, \frac{1}{2}(a+b), \frac{2}{\pi}$

例 6 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x+3}{(x-2)(x+1)}$ 有意义?

[点拨] 要使分式有意义, 只需分式的分母不为 0.

解: 要使分式 $\frac{x+3}{(x-2)(x+1)}$ 有意义,

$$\text{则 } (x-2)(x+1) \neq 0,$$

$$\therefore x \neq 2 \text{ 且 } x \neq -1.$$

故当 $x \neq 2$ 且 $x \neq -1$ 时, 分式 $\frac{x+3}{(x-2)(x+1)}$ 有意义.

方法突破

判断一个式子是否是分式, 不要只看是否是 $\frac{A}{B}$ 的形式, 关键要满足: ① A, B 都为整式; ② B 中含有字母, 且 $B \neq 0$.

综合应用

例7 当 x 为何值时,下列分式的值为零?

$$(1) \frac{x(x+1)}{3x-x^2}; \quad (2) \frac{(x-1)(x+1)}{x+2}.$$

〔点拨〕 要使分式的值为零,既要保证分式有意义,又要使分子为零.

解:(1) $3x-x^2 \neq 0, x(3-x) \neq 0, x \neq 0$ 且 $x \neq 3$,

又 $x(x+1)=0, \therefore x=0$ 或 $x=-1$,

\therefore 当 $x=-1$ 时,分式的值为零.

(2) $x+2 \neq 0, x \neq -2$,

又 $(x-1)(x+1)=0, \therefore x=1$ 或 $x=-1$,

\therefore 当 $x=1$ 或 $x=-1$ 时,分式的值为零.

学法突破

此类问题考查对分式值为0情况的进一步理解,是分式计算中的一个基础知识.

例8 当 x 为何值时,下列分式的值为零?

$$(1) \frac{x}{x^2-3x+2}; \quad (2) \frac{x^2-16}{(x-4)(x+1)}.$$

〔点拨〕 要使分式的值为零,首先要保证分式有意义(即分母不为零),然后考虑如何使分子为零.

解:(1)分子 $x=0$,当 $x=0$ 时,

分母 $x^2-3x+2=0^2-3 \times 0+2=2 \neq 0$,

所以当 $x=0$ 时,分式 $\frac{x}{x^2-3x+2}$ 的值为零.

(2)由分子 $x^2-16=0$,得 $x=\pm 4$.

当 $x=4$ 时,分母 $(x-4)(x+1)=(4-4) \times (4+1)=0$,

分式无意义;

当 $x=-4$ 时,

分母 $(x-4)(x+1)=(-4-4) \times (-4+1)=24 \neq 0$.

所以当 $x=-4$ 时,分式 $\frac{x^2-16}{(x-4)(x+1)}$ 的值为零.

例9 若汽车的速度为 50 千米/时,则它行驶 400 千米需 _____ 小时;若汽车的速度变为 v 千米/时,则它行驶 S 千米需 _____ 小时.

学法突破

进一步渗透分式在生活中实际应用,学会用所学知识解决实际问题.

〔点拨〕 依题意得第一问为 $\frac{400}{50}=8$,类比该结果

可得第二问为 $\frac{S}{v}$.

〔答案〕 8 $\frac{S}{v}$

教你如何成为尖子生

探索创新

例 10 已知 $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}$, $3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}$, $4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}$, ..., 若 $10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b}$ (a, b 为正整数), 求 $a+b$ 的值.

〔点拨〕通过找规律的方法, 分析 a 与 b 的值.

$$\text{解: } \because 2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}, 3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}, 4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15},$$

$$\therefore \text{在 } 10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b} \text{ 中, } a=10, b=10^2 - 1 = 99,$$

$$\therefore a+b=10+99=109.$$

解法突破

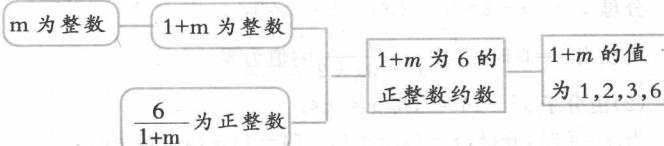
解决此类问题的关键是找到分式的分子与分母所满足的条件.

规律方法突破
尖子生能力拓展
规律方法探究

分式值为特殊情况的考查

例 11 若整数 m 使 $\frac{6}{1+m}$ 为正整数, 求 m 的值.

〔点拨〕



解: 依题意可知 $1+m$ 为 6 的正整数约数,

所以 $1+m$ 的值可以为 1, 2, 3, 6,

由 $1+m=1$ 得 $m=0$,

由 $1+m=2$ 得 $m=1$,

由 $1+m=3$ 得 $m=2$,

由 $1+m=6$ 得 $m=5$.

综上, m 的值为 0, 1, 2, 5.

释疑解难
易错点 判断某代数式是否为分式时, 出现错误

例 12 代数式 $\frac{2}{\pi}, \frac{a^2}{2a}, \frac{y}{x}$ 中, 哪些是分式?

〔错解〕 $\frac{2}{\pi}, \frac{y}{x}$ 是分式.

〔错解辨析〕 错误的原因是误认为: π 是字母; $\frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}, \frac{a^2}{2a}$ 是整式.

〔正解〕 $\frac{a^2}{2a}, \frac{y}{x}$ 是分式.

易错点 注意分式的值为零的条件

例13 当 x 为何值时,下列分式的值为零?

$$(1) \frac{x^2-1}{x-1};$$

$$(2) \frac{x+m}{x-m}.$$

〔错解〕 (1)当 $x=\pm 1$ 时,分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 的值为零.

(2)当 $x=-m$ 时,分式 $\frac{x+m}{x-m}$ 的值为零.

〔错解辨析〕 (1)分式的值为零,必须在分式有意义的条件下,即分母不等于0.(2) m 是字母,表示一切数, m 与 $-m$ 互为相反数,当 $m=0$ 时 $m=-m$,其分母是 $0-0=0$,分母为零是没有意义的.解本题应该注意到 $\begin{cases} x+m=0, \\ x-m \neq 0, \end{cases}$ 由 $x+m=0$ 得 $x=-m$,代入 $x-m \neq 0$,得 $-m-m \neq 0$,即 $-2m \neq 0$, $\therefore m \neq 0$.

〔正解〕 (1)当 $x^2-1=0$ 时, $x=\pm 1$.

当 $x=1$ 时, $x-1=0$,此时分式无意义.

当 $x=-1$ 时, $x-1 \neq 0$.

所以当 $x=-1$ 时,分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 的值为零.

(2)当 $m \neq 0$ 且 $x=-m$ 时,分式 $\frac{x+m}{x-m}$ 的值为零.

方法突破 当处理分式有意义的问题时,分母中所有字母的情况要考虑全面.

教材习题拓广

例14 (教材例1)填空:

(1)当 x _____时,分式 $\frac{2}{3x}$ 有意义;

(2)当 x _____时,分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义;

(3)当 b _____时,分式 $\frac{1}{5-3b}$ 有意义;

(4)当 x, y 满足关系_____时,分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 有意义.

解:(1)当分母 $3x \neq 0$ 即 $x \neq 0$ 时,分式 $\frac{2}{3x}$ 有意义;

(2)当分母 $x-1 \neq 0$ 即 $x \neq 1$ 时,分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义;

(3) 当分母 $5-3b \neq 0$ 即 $b \neq \frac{5}{3}$ 时, 分式 $\frac{1}{5-3b}$ 有意义;

(4) 当分母 $x-y \neq 0$ 即 $x \neq y$ 时, 分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 有意义.

【变式 1】 (2009·常德·3分) 要使分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 则 x 应满足的条件是

A. $x \neq 1$

B. $x \neq -1$

C. $x \neq 0$

D. $x > 1$

〔点拨〕 当 $x+1 \neq 0$, 即 $x \neq -1$ 时, 分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义. 故选 B.

【变式 2】 (2009·宜昌·3分) 当 $x=$ 时, 分式 $\frac{2}{x-3}$ 没有意义.

〔点拨〕 分式是否有意义取决于分母, 分母为 0 时, 分式无意义, 分母不为 0 时, 分式有意义. 故填 3.

得分高手

巧解题

例 15 已知当 $x=-2$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义, 当 $x=4$ 时, 此分式的值为零, 求 $a+b$ 的值.

〔点拨〕 本题看似无从下手, 但由于分式无意义时, 分母为 0, 分式值为零时分子为 0, 而分母不为 0, 抓住这一关键即可轻松解题.

解: ∵ $x=-2$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义,

故 $-2+a=0$,

∴ $a=2$,

∴当 $x=4$ 时, 分式的值为 0,

故 $\begin{cases} 4-b=0, \\ 4+a \neq 0, \end{cases}$ ∴ $b=4$.

∴ $a+b=2+4=6$.

学法突破

注意分母不为零是分式有意义的条件.

教材习题解答

尖子生知识反馈

【练习】

1. (1) $\frac{40}{n}$ (2) $\frac{2S}{a}$ (3) $\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b-1}$

2. 解: 整式有: $\frac{x}{3}, \frac{2a-5}{3}$. 分式有: $\frac{1}{x}, \frac{4}{3b^3+5}, \frac{x}{x^2-y^2}, \frac{m-n}{m+n}, \frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}, \frac{c}{3(a-b)}$. 两类式子的区别: 整式分母中不含字母, 分式分母中含有字母.