



普通高等教育“十二五”规划教材

# 工程力学

韩志军 顾铁凤 编著



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

# 工程力学

韩志军 顾铁凤 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书根据高等院校工程力学教学基本要求,结合相关专业的特点和需要编写而成。全书包括静力学和材料力学两篇,共 17 章。静力学包括:静力学基本公理与受力分析、平面汇交力系和平面力偶系、平面任意力系、摩擦、空间力系、重心;材料力学包括:材料力学绪论、轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、其他工程材料的力学性能、ANSYS 软件在工程力学中的应用。

本书可作为高等院校相关专业的工程力学教材,也可作为其他专业教师、学生以及工程技术人员的主要参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/韩志军,顾铁凤编著. —北京:科学出版社,2011

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-032207-4

I. ①工… II. ①韩…②顾… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 175334 号

责任编辑:匡 敏 朱晓颖 张丽花/责任校对:李 影

责任印制:张克忠/封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码 100717

<http://www.sciencecp.com>

新 著 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2011 年 7 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2011 年 7 月第一次印刷 印张:19 3/4

印数:1—4 500 字数:600 000

定 价:39.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前　　言

本书注重概念和理论的严谨和完整,优化、精练教学内容,增选了一部分具有一定深度、广度、难度和综合性的例题,重视培养学生独立分析和解决问题的能力以及创新思维能力。本书还增加了商用有限元软件 ANSYS 的应用介绍,以培养学生力学建模和应用有限元软件解决工程实际问题的能力。

本书由韩志军、顾铁凤任主编。参加编写的有:梁南胜(第 4、13 章)、顾铁凤(第 1、2、3 章)、孙鲁原(第 10、11、12 章)、武艳霞(第 9、14、15 章)、杨强(第 6、7、8 章)、蔚春丽(第 5 章)、李志刚(第 16 章)、李志强(第 17 章);另外,习题答案由陈维毅、韩志军、蔚春丽、李志强、李志刚解答和校核;附录由安美文、武艳霞整理。

本书是太原理工大学工程力学教研室多年来教学改革与课程建设的成果反映,也是编者多年教学经验的总结。

本书在编写过程中,引用了国内外院校公开出版的理论力学、材料力学、工程力学等教材的观点、例题和习题,编者在此向这些教材的作者们致以衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏和不足之处,恳请广大读者批评指正。

编　者  
2011 年 5 月

# 目 录

## 前言

## 第1篇 静 力 学

引言 .....	1	3.4 平面任意力系的平衡条件和平衡方程 .....	35
<b>第1章 静力学基本公理与受力分析 .....</b>	<b>2</b>	3.5 平面平行力系的合成与平衡 .....	38
1.1 静力学的基本概念 .....	2	3.6 物体系统的平衡·静定与静不定问题 .....	40
1.2 静力学公理 .....	2	3.7 平面静定桁架的内力计算 .....	45
1.3 约束与约束反力 .....	4	习题 .....	47
1.4 受力分析与受力图 .....	8		
习题 .....	12		
<b>第2章 平面汇交力系和平面力偶系 .....</b>	<b>14</b>	<b>第4章 摩擦 .....</b>	<b>52</b>
2.1 概述 .....	14	4.1 概述 .....	52
2.2 平面汇交力系合成与平衡的几何法 .....	15	4.2 滑动摩擦 .....	52
2.3 平面汇交力系合成与平衡的解析法 .....	16	4.3 摩擦角与自锁现象 .....	54
2.4 平面力对点之矩 .....	20	4.4 考虑摩擦时平衡问题的求解 .....	56
2.5 平面力偶 .....	22	4.5 滚动摩阻 .....	62
2.6 平面力偶系的合成与平衡条件 .....	23	习题 .....	65
习题 .....	26		
<b>第3章 平面任意力系 .....</b>	<b>29</b>	<b>第5章 空间力系 重心 .....</b>	<b>68</b>
3.1 概述 .....	29	5.1 概述 .....	68
3.2 力线平移定理 .....	29	5.2 力在空间直角坐标轴上的投影 .....	68
3.3 平面任意力系向作用面内一点简化 .....	31	5.3 力对点之矩与力对轴之矩 .....	69
		5.4 空间任意力系的平衡条件 .....	72
		5.5 重心的概念 .....	78
		习题 .....	82

## 第2篇 材 料 力 学

<b>第6章 材料力学绪论 .....</b>	<b>85</b>	7.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力 .....	90
6.1 材料力学的任务 .....	85	7.3 轴向拉伸与压缩时的应力 .....	92
6.2 变形固体及其基本假设 .....	86	7.4 轴向拉伸与压缩时的变形 .....	94
6.3 内力、截面法和应力的概念 .....	87	7.5 材料拉伸和压缩时的力学性能 .....	97
6.4 变形和应变的概念 .....	88	7.6 轴向拉伸和压缩时的强度计算 .....	101
6.5 杆件变形的基本形式 .....	89	7.7 拉伸和压缩超静定问题 .....	104
<b>第7章 轴向拉伸和压缩 .....</b>	<b>90</b>		
7.1 概述 .....	90		

7.8 轴向拉伸和压缩的应变能 .....	108	<b>第 13 章 应力状态与强度理论</b> .....	194
7.9 应力集中的概念 .....	110	13.1 应力状态概述 .....	194
习题 .....	111	13.2 平面应力状态分析—— 解析法 .....	196
<b>第 8 章 剪切</b> .....	115	13.3 空间应力状态 .....	203
8.1 概述 .....	115	13.4 强度理论 .....	205
8.2 剪切的实用计算 .....	115	习题 .....	212
8.3 挤压的实用计算 .....	117		
习题 .....	119	<b>第 14 章 组合变形</b> .....	215
<b>第 9 章 扭转</b> .....	122	14.1 概述 .....	215
9.1 概述 .....	122	14.2 拉伸(压缩)与弯曲组合变形 .....	216
9.2 扭转时的内力——扭矩 .....	122	14.3 扭转与弯曲的组合变形 .....	221
9.3 薄壁圆筒扭转 .....	124	习题 .....	226
9.4 圆轴扭转时横截面上的应力 .....	126		
9.5 圆轴扭转时的强度条件及刚度 条件 .....	131	<b>第 15 章 压杆稳定</b> .....	230
习题 .....	135	15.1 稳定及压杆稳定的概念 .....	230
<b>第 10 章 弯曲内力</b> .....	139	15.2 细长压杆的临界力——欧拉 公式 .....	232
10.1 平面弯曲的概念和实例 .....	139	15.3 欧拉公式的适用范围 临界 应力总图 .....	235
10.2 梁的力学模型 .....	140	15.4 压杆的稳定性计算 .....	238
10.3 剪力和弯矩 .....	140	15.5 提高压杆稳定性的措施 .....	241
10.4 剪力图与弯矩图 .....	144	习题 .....	243
10.5 载荷集度、剪力和弯矩之间的 微分关系 .....	148		
10.6 用叠加原理作弯矩图 .....	152	<b>第 16 章 其他工程材料的力学性能</b> .....	246
习题 .....	152	16.1 陶瓷材料的力学性能 .....	246
<b>第 11 章 弯曲应力</b> .....	156	16.2 聚合物的力学性能 .....	250
11.1 概述 .....	156	16.3 复合材料的力学性能 .....	254
11.2 平面图形的几何性质 .....	156	16.4 纳米材料的力学性能 .....	258
11.3 梁弯曲时横截面上的正应力 .....	160	16.5 小结 .....	263
11.4 提高梁弯曲强度的措施 .....	167	习题 .....	264
11.5 梁弯曲时横截面上的切应力 .....	169		
习题 .....	172	<b>第 17 章 ANSYS 软件在工程力学中的 应用</b> .....	265
<b>第 12 章 弯曲变形</b> .....	176	17.1 ANSYS 简介 .....	265
12.1 概述 .....	176	17.2 桁架的内力计算 .....	274
12.2 梁的挠曲线近似微分方程 .....	176	17.3 梁内力、应力和变形计算 .....	281
12.3 用积分法求弯曲变形 .....	178	17.4 组合变形杆件内力、变形的 计算 .....	283
12.4 用叠加法求弯曲变形 .....	183	17.5 压杆稳定的计算 .....	286
12.5 梁的刚度校核 提高梁弯曲 刚度的措施 .....	186	习题 .....	288
12.6 简单超静定梁 .....	188		
习题 .....	190	<b>参考文献</b> .....	289
		<b>附录 型钢表</b> .....	290
		<b>习题参考答案</b> .....	303

# 第1篇 静 力 学

## 引 言

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的科学，亦是研究物体平衡时作用力之间关系的科学。力系是指作用在物体上的一群力。如果力系中各力作用线在空间任意分布，称该力系为**空间力系**；如果各力作用线位于同一平面内，称该力系为**平面力系**。在空间力系中，如果各力的作用线都相交于一点，则称该力系为**空间汇交力系**；如果各力的作用线都互相平行，则称该力系为**空间平行力系**；如果各力的作用线一部分相交于一点，一部分互相平行，则称该力系为**空间任意力系**。在平面力系中，如果各力的作用线都相交于一点，则称该力系为**平面汇交力系**（或称**共点力系**）；如果各力的作用线都互相平行，则称该力系为**平面平行力系**；如果各力的作用线既不完全相交于一点，又不完全相互平行，则称该力系为**平面任意力系**。

物体相对地球保持静止或做匀速直线运动，称此物体处于**平衡状态**，如房屋、桥梁、堤坝，机械结构，做匀速直线运动的火车、汽车，等等。平衡是物体运动的一种特殊形式。

静力学中主要研究以下3个问题。

### 1. 物体的受力分析

分析某个物体所受已知、未知力的个数，以及每个力的作用线位置、大小和方向。

### 2. 力系的简化

力系的简化是指用一个简单的力系等效替换一个复杂力系。将作用在物体上的一个力系用另一个与它等效的力系来代替，这两个力系互为**等效力系**。若力系与一力等效，则此力为该力系的**合力**，而力系中的各力，称为此合力的**分力**。

### 3. 建立各种力系的平衡条件

力系的平衡条件是指物体处于平衡状态时，作用在物体上的力系所应满足的条件。满足平衡条件的力系称**平衡力系**。

力系的平衡条件在工程中具有重要的意义，是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。

静力学是一门逻辑性很强的学科，由几条公理及数学工具可以推导出全部静力学理论。明确这一点是很重要的，有助于增强应用正确理论的意识。本篇中的物理量是力、力矩、力偶等矢量，关于简化与平衡的讨论都是基于矢量的几何加法。因此，静力学又称**矢量静力学**或**几何静力学**，是许多后续课程的基础。

# 第1章 静力学基本公理与受力分析

## 1.1 静力学的基本概念

### 1.1.1 力

力是物体之间相互的机械作用,其作用结果是改变物体的运动状态或使物体产生变形,分别称之为运动效应(或外效应)和变形效应(或内效应)。静力学主要研究力的运动效应(外效应)。作用效果取决于力的三要素:大小、方向及作用点。

(1)力的大小分为已知和未知,力的单位通常采用国际单位制(SI)中的牛顿来度量。牛顿简称牛(N),1000牛顿简称千牛(kN)。

(2)力的方向是指力作用的方位和指向。例如火箭垂直向上发射,其中,垂直是方位,向上是指向。

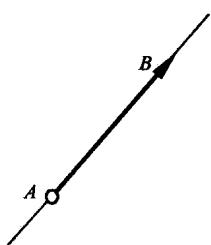


图 1.1

(3)力的作用点是力的作用位置。实际上物体相互作用的位置并不是一个点而是物体的一部分面积或体积,当作用面积或体积很小时,人为地将其抽象或简化为点,称为力的作用点。作用在该点的力称为集中力,过力作用点的方位线称为力的作用线,当力的作用范围不能抽象为点时则为分布力。根据力的三要素及数学概念,定义力为矢量,且相对变形体而言,力为定位矢量。可用一有向线段AB来描述力,如图1.1所示。线段的长度按一定的比例尺表示力的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点,而与线段重合的直线表示力的作用线。在力学中矢量用黑体字表示,如 $\mathbf{F}$ ,该矢量的大小(或称模)则用同文的白体字表示,如 $F$ 。

### 1.1.2 刚体

在力的作用下永远不变形的物体称为刚体。刚体是一种特殊的质点系,其特点为各质点间的距离保持不变。因此,刚体又称为不变质点系,是理想化的物理模型。实际物体都有变形,但静力学只研究物体的运动效应,为使研究的问题简化,在静力学中将所研究的对象视为刚体,因此静力学也称刚体静力学。应该指出,把物体抽象为刚体时,要注意所研究物体的内容和条件,当变形这一因素在所研究的物体中转化为主要因素时,就必须以变形体来代替(如材料力学、结构力学等)。但是,一切平衡的变形体的研究,也都是以刚体静力学的理论为基础的。

## 1.2 静力学公理

公理是人们在生产生活中经过长期观察与实践所总结出的结论,可认为它是真理而不需证明,在一定范围内它反映了事物最基本、最普遍的客观规律。它们是静力学理论的基础。

### 公理1 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力平衡的充分与必要条件是:两个力的大小相等、方向相反,且作用

在同一直线上。简记:等值、反向、共线、同体。

公理 1 揭示了作用于刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件,同时也给出了最简单的平衡力系,如图 1.2 所示。

工程上常遇到只受两个力而平衡的构件,称为二力构件。若二力构件是直杆,称为二力杆。由公理 1 可知,二力构件不论其形状如何,所受到的两力必在两作用点的连线上,且等值、反向,指向待定,如图 1.3 所示。

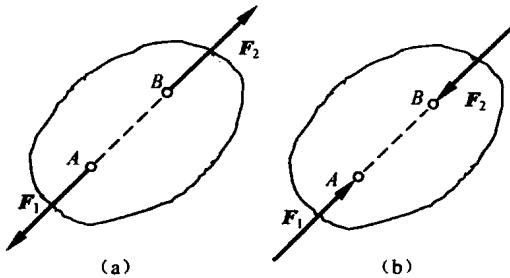


图 1.2

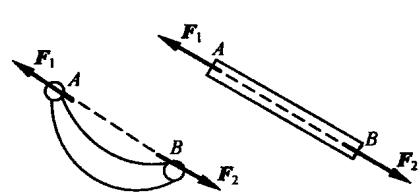


图 1.3

### 公理 2 加(减)平衡力系公理

作用于刚体的给定力系上增加或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效果。

公理 2 揭示了任何平衡力系均不能改变刚体的运动状态。

### 推论 1 力的可传性原理

作用在刚体上某点的力,可以沿其作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用效果。

**证明** 设有力  $F$  作用于刚体的  $A$  点,如图 1.4(a)所示,在其作用线上任取一点  $B$ ,并在  $B$  点加上平衡力系  $F_1$  和  $F_2$ 。且令  $F_1 = -F_2 = F$ ,由公理 2 可知,这不影响原来的力  $F$  对刚体的效应,如图 1.4(b)所示。而力  $F_1$  和  $F$  又是一平衡力系,根据公理 2 去掉该平衡力系,则刚体上只剩下作用于  $B$  点的力  $F_2$ ,如图 1.4(c)所示。显然,它与作用于  $A$  点的力  $F$  等效。可见,力对刚体的效应与力作用点在作用线上的位置无关。因此,对于刚体而言,力是滑动矢量。其三要素为:力的大小、方向、作用线。

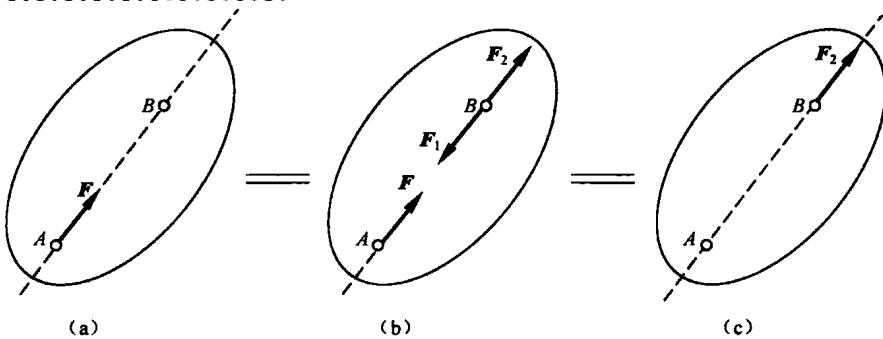


图 1.4

### 公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,合力的作用点也在该点,大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1.5(b)所示。或者说,合力矢等于

这两个分力矢的矢量和(几何和),如图 1.5(c)、(d)所示,即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

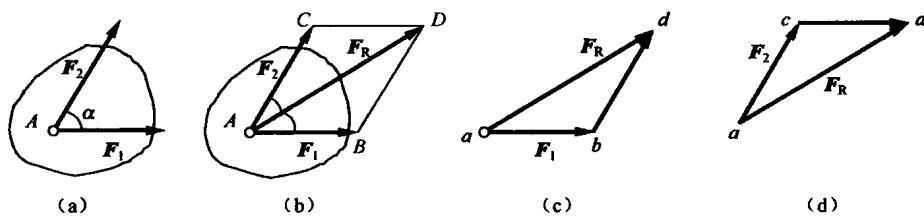


图 1.5

公理 3 给出了两个共点力的合成方法。由只表示力的大小和方向的分力矢量和合力矢量所构成的三角形  $abd$  称为力三角形,这种求合力的方法称为力的三角形法则,如图 1.5(c)、(d)所示。根据公理 3,也可将一力分解为作用于同一点的两个分力。由于用同一对角线可做出无穷多个不同的平行四边形,因此解是不唯一的。

### 推论 2 三力平衡汇交定理

当刚体受三个力作用而平衡时,若其中任意两个力的作用线相交于一点,则余下的第三个力的作用线亦必交于同一点,且三个力的作用线在同一平面内。

证明 如图 1.6 所示,设力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别作用在刚体的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  点上且使刚体平衡。已知力  $F_1$  和  $F_2$  的作用线交于  $B$  点。试证明  $F_3$  的作用线也通过  $B$  点。

根据力的可传性原理,将力  $F_1$  和  $F_2$  移至交点  $B$ ,并用公理 3 求得其合力  $F_R$ 。今以合力  $F_R$  代替力  $F_1$  和  $F_2$  的作用。此时,刚体上只有合力  $F_R$  与力  $F_3$  两个力作用而使其平衡,因此,合力  $F_R$  与力  $F_3$  必满足公理 1,定理得证。

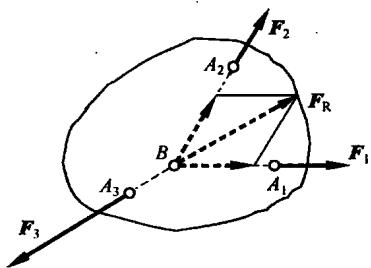


图 1.6

### 公理 4 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力总是同时存在的,大小相等、方向相反、沿同一直线,分别作用在两个物体上。简记:等值、反向、共线、异体。

公理 4 概括了物体间相互作用力的关系,表明一切力总是成对出现的。根据这个公理,已知作用力则可得反作用力,它是分析物体受力时必须遵循的原则,为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物系问题提供了基础。

### 公理 5 刚化原理

变形体在已知力系作用下平衡,若将该变形体刚化为刚体,则平衡状态不变。

公理 5 说明,静力学所研究的关于刚体的平衡条件,对于变形体来说是必要的,即处于平衡状态的变形体,可以把它视为刚体来研究。这个公理建立了刚体力学与变形体力学间的联系。

必须指出,刚体的平衡条件对于变形体来说,只是必要的而非充分的。例如,一绳索在两个相等相反的拉力作用下处于平衡,如将该绳索变为刚性杆,则平衡状态不受影响;但是对于刚性杆受相等相反的两个压力作用而平衡时,如将该刚性杆变为绳索,则平衡状态不能保持。

## 1.3 约束与约束反力

**自由体:**凡在空间任意方向的位移不受限制的物体。如不计空气阻力时,空中飞行的飞机、火箭、人造卫星等。

**非自由体:**某方向的位移受到周围物体的阻碍或限制的物体。如在轨道上行驶的火车不能离开轨道,在轴承上转动的转子不能离开轴承等。

**约束:**对非自由体某方向的位移起限制作用的物体。例如,沿轨道行驶的火车,轨道事先限制火车的运动,轨道就是约束体;摆动的单摆,绳子就是约束体,它事先限制摆锤只能在不大于绳长的范围内运动,而通常是以绳长为半径的圆周运动;轴支承于轴承上,梁支承于支座上,轴承和支座就是它们的约束。

**约束反力或约束力:**约束对非自由体的作用力。属于被动力。

非自由体所受到的力可分为两类:约束力及主动力。主动力有时又称载荷,如结构物的自重、风力、切削力等,它们是促使物体运动或有运动趋势的力。确定主动力涉及较多的专业知识,在静力学中由于所研究的物体处于平衡状态,在对非自由体进行受力分析时,主要研究约束力,而主动力在大部分章节中作为已知条件给出。

约束力取决于约束本身的性质、主动力和物体的运动状态。约束力阻止物体运动的作用是通过约束与物体间相互接触来实现的,因此它的作用点应在相互接触处,它的方向总是与约束所能阻止的物体的运动方向相反,其大小由平衡条件确定。

实际工程中的约束多种多样,甚至十分复杂,但经过简化,均可抽象成一些理想的约束类型。下面介绍在平面问题中经常用到的几种约束类型,空间问题中的约束类型在第5章中介绍。

### 1. 柔性体约束

这类约束只能限制物体沿着柔性体伸长的方向运动。其约束力的特点是沿着柔性体的轴线而背离物体。只能承受拉力,不能承受压力和抗拒弯曲,方向沿柔性体,作用在连接点。常用符号  $F_T$  表示,属于这类约束的有绳索、胶带、链条等,即忽略刚性,不计自重,视为绝对柔软,如图 1.7 所示。

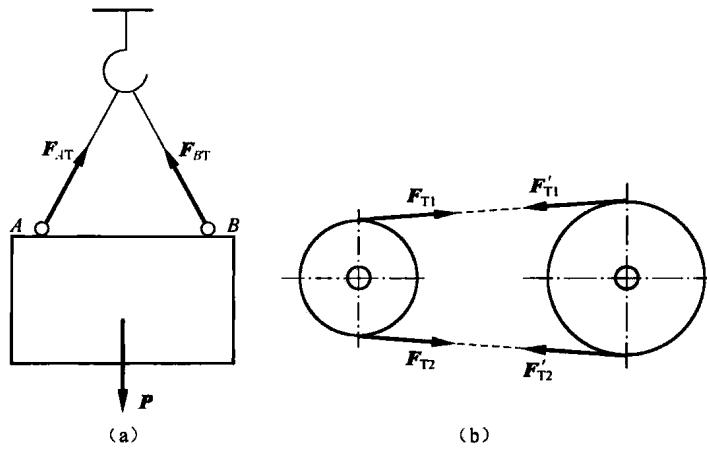


图 1.7

### 2. 光滑接触面(线、点)约束

若忽略摩擦,物体与约束接触表面视为理想光滑,则这类约束只能限制物体沿两接触表面在接触处的公法线方向的运动。其约束力的特点是沿接触表面的公法线指向所研究的物体。常用符号  $F_N$  表示,也称为法向反力,如图 1.8 所示。

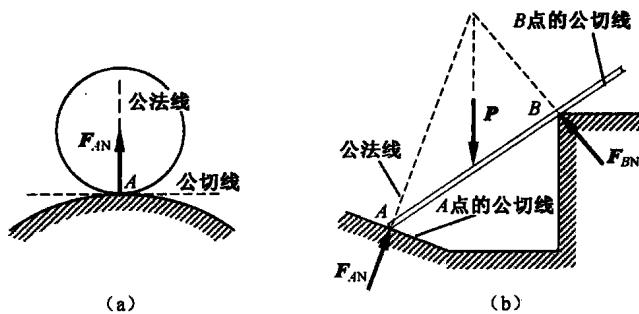


图 1.8

### 3. 光滑(圆柱形)铰链约束

这类约束在工程实际中有多种具体的形式，其中主要分为如下几种。

#### 1) 圆柱铰链

圆柱铰链简称铰链，它是由销钉将两个(或两个以上)钻有同样大小圆孔的构件连接在一起而成的，如图 1.9(a)、(b)所示，销钉 C 连接构件 A 和 B。其常见的简化模型如图 1.9(c)、(d)所示。

这类约束只能限制物体的任意径向位移，不能限制物体绕销钉轴线转动和平行于销钉轴线的移动，即两物体可绕铰链中心转动，因此，其约束力特点是在垂直于铰链轴线的平面内，通过铰链中心，方向待定，如图 1.9(e)所示。通常表示为作用于铰链中心的、正交的两个分力  $F_{Cx}$  和  $F_{Cy}$ ，如图 1.9(f)所示。

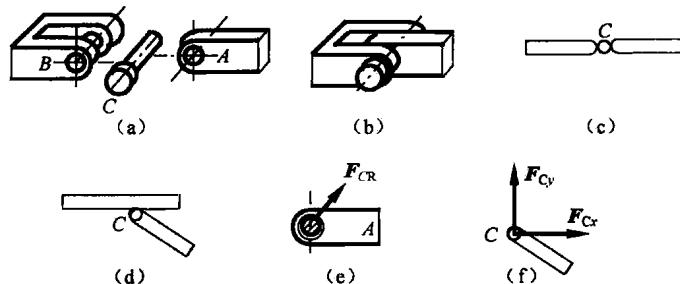


图 1.9

#### 2) 固定铰链支座

若铰链连接中有一个构件(如 B)固定在地面或机架上作为支座，这种约束称为固定铰链支座，简称固定铰，如图 1.10(a)所示。其常见的简化模型如图 1.10(c)所示。这种支座的约束特点与圆柱铰链相同，即固定铰支座约束反力在垂直于圆柱销轴线的平面内，通过圆柱销中心，方向待定，如图 1.10(b)所示。通常表示为作用于固定铰中心的、正交的两个分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$ ，如图 1.10(c)所示。

**特别指出：**当二力构件的两端连接的是圆柱铰链或固定铰链支座时，圆柱铰链或固定铰链支座的约束力不再用正交分力表示，要满足二力平衡公理。

#### 3) 轮轴支座

若在固定铰链支座与光滑接触面之间，安装几个轮轴构成支座，称为轮轴支座，也称可动铰支座，或滚动支座，如图 1.11(a)所示。

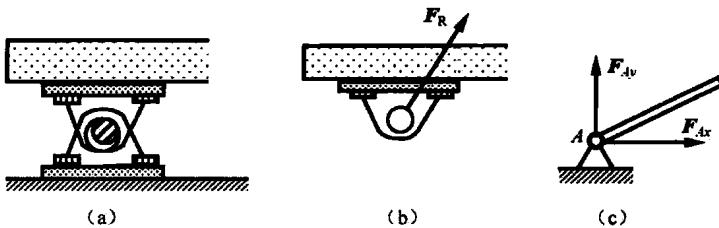


图 1.10

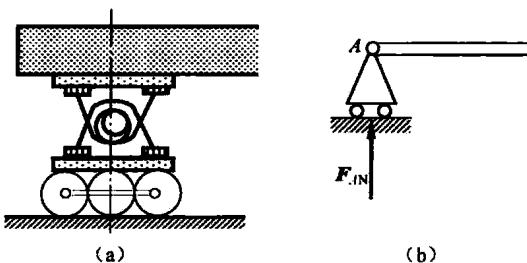


图 1.11

这种支座的特点是可以沿支承面表面移动,允许由于温度变化而引起结构跨度的伸长或缩短。因此,辊轴支座的约束力垂直支承面,且通过铰链中心,指向不定,其常见的简化模型如图 1.11(b)所示。

#### 4. 链杆约束

链杆是指两端用铰链与其他物体相连的二力杆,如图 1.12(a)所示。这类约束是阻止被连接物体之间沿链杆轴线方向的相对运动,因此,其约束力必沿链杆两端铰链的连线,指向假设。通常假设链杆受拉。

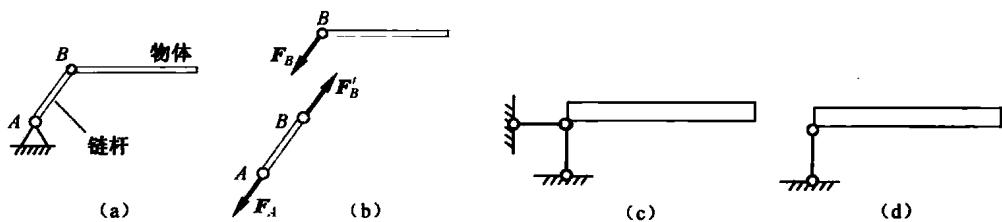


图 1.12

若链杆两端连接的是圆柱铰链或固定铰链支座,它们对物体的约束都按链杆的特点来确定,如图 1.12(b)所示。

固定铰链支座也可以用两根不相平行的链杆来代替,如图 1.12(c)所示。而辊轴支座可以用垂直于支承面的一根链杆来代替,如图 1.12(d)所示。

以上介绍的约束都是“理想约束”。在工程实际分析中,有些与理想约束接近,有些要根据所研究问题的要求,根据约束对物体运动的限制作适当的简化,使之成为与其约束特性相近的理想约束。这里只举几个例子简单说明。

如图 1.13(a)所示,一钢筋混凝土柱插入杯形基础,基础与柱之间的空隙用沥青麻线等填实。柱子在荷载作用下可以产生微小的转动,但不能有上下左右的移动。这种基础可以简化

为固定铰支座,如图 1.13(b)所示。同样的钢筋混凝土柱插入杯形基础,但若基础与柱之间的空隙用细石混凝土填实时,如图 1.13(c)所示,当柱子插入基础有一定深度后,柱子在基础内的移动和转动都受限制,所以这种情况下应该简化为固定端约束(固定端约束分析在第 3 章介绍),如图 1.13(d)所示。

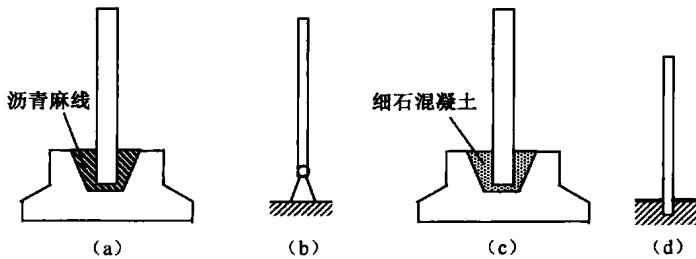


图 1.13

又如图 1.14(a)所示,为一钢制的屋顶结构,两端与墙体连接。构成屋顶的各杆为角钢,焊接或螺栓连接于钢板上,在杆的连接处,各杆的轴线汇交于一点,如图 1.14(a)所示的 D 连接点。屋顶受力后,由于各杆和连板变形,会引起各杆间夹角的改变,但这时夹角又不能自由改变。假设屋顶在荷载作用下各杆可以绕其连接点转动,这样将杆件的实际连接处简化为铰链连接,并将荷载也简化为仅作用在节点上,另外,墙厚度比梁的长度小很多,且在建筑设计时,墙体可以有微小的偏转,以防止地震、温度变化等因素所引起的微小摆动,所以墙体不能限制屋顶结构绕支承点的转动。但墙体不仅能够限制屋顶结构沿铅垂方向的运动,还可以阻止其水平方向的运动,所以,A、B 处的墙体均可近似简化为固定铰支座。工程上为了便于计算,常把 A、B 处墙体之一视为可动铰支座。因此钢结构屋顶最终简化为图 1.14(b)所示的计算简图。

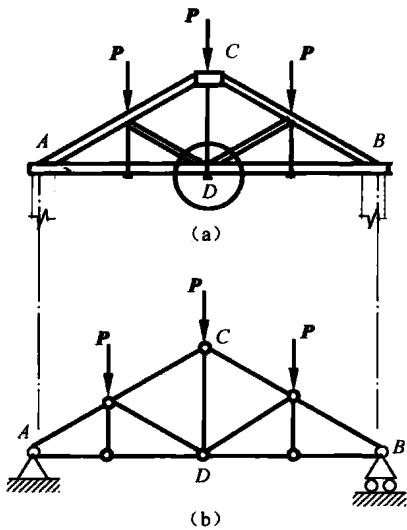


图 1.14

此钢结构屋顶最终简化为图 1.14(b)所示的计算简图。

## 1.4 受力分析与受力图

工程实际中,当受约束的物体在某些主动力的作用下处于平衡状态时,若将其约束除去,而用相应的约束力代替它们对物体的作用,则物体的平衡不受影响,即物体在所有主动力和约束力作用下仍然保持平衡,因此,在解决实际问题时,首先要选定需要研究的物体,即确定研究对象;把研究对象的约束全部解除,将其从周围的物体中分离出来,画出其简图。这种被解除了约束的物体称为分离体;将作用在该分离体上的所有的主动力和约束力以力矢表示在简图上,该图称为分离体的受力图。

确定研究对象,取分离体,画受力图,这一过程称为对物体进行受力分析,这是解决力学问题的关键。可按下述步骤进行。

### (1) 确定研究对象,取分离体

根据已知条件和题意确定研究对象,画出其轮廓图。研究对象可以是一个物体,也可以是几个物体的组合。

## (2) 画出主动力

主动力为物体上已经标出的力。

## (3) 分析约束及其类型, 画约束力

约束力一定作用在两接触物体的接触处, 根据约束类型及其特性定出约束力的方位和指向。

**注意:** 受力图中每画一力要有依据, 既不能多画, 也不能漏画。分离体可以是其中的一个物体, 也可以取其中的几个物体; 由若干物体通过约束而组成的结构称为系统或整体。如果以系统为研究对象时, 系统内各物体间的相互作用力称为内力; 系统以外物体作用于该系统中各物体上的力称为外力。在画系统的受力图时, 只画系统所受的外力而不画内力。但外力与内力的概念是相对的: 随着所取的研究对象的改变, 原来的内力可以转化为外力, 而外力也可以转化为内力。

**例 1-1** 如图 1.15(a)所示, 绞车通过钢丝绳牵引重为  $W$  的矿车沿斜面轨道运动, 钢丝绳牵引力为  $F_T$ , 矿车重心在 C 点。试画出矿车的受力图。

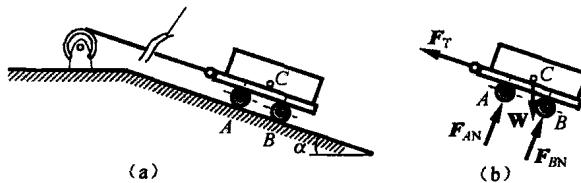


图 1.15

**解** 取矿车为研究对象, 解除矿车约束。

作用于矿车上的力有钢丝绳牵引力  $F_T$ , 沿钢丝绳的中心线背离矿车; 重力  $W$ , 铅垂向下; 光滑接触面的约束力  $F_{AN}$ 、 $F_{BN}$ , 分别过接触点 A、B, 沿斜面的法线指向矿车。受力如图 1.15(b)所示。

**例 1-2** 水平梁 AB 两端用辊轴支座和固定铰支座支承, 如图 1.16(a)所示。在 C 处作用一集中载荷  $F$ , 梁重不计, 试画出梁 AB 的受力图。

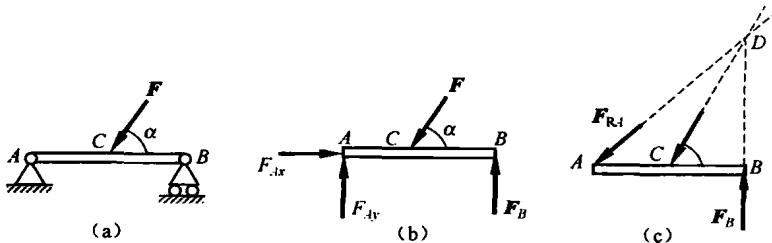


图 1.16

**解** 取梁 AB 为研究对象。作用于其上的主动力有集中载荷  $F$ ; B 端辊轴支座的约束力  $F_B$ , 垂直支承面, 指向假设向上; A 点为固定铰支座, 其约束力用通过 A 点的两个正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  表示。受力如图 1.16(b)所示。

梁 AB 的受力图还可以如图 1.16(c)所示。根据三力平衡汇交定理, 已知力  $F$  与  $F_B$  相交于 D 点, 则 A 点的约束力  $F_{Ra}$  也必交于 D 点, 从而确定约束力  $F_{Ra}$  沿 A、D 两点连线。

**例 1-3** 图 1.17(a)所示的平衡结构中, 直杆 AB 和弯杆 CD 在 C 点铰接, A 处和 D 处均为固定铰链支座。AB 杆在 B 点受力  $F$  作用, 两杆自重不计。试画出 AB 杆、CD 杆及整个系统的受力图。

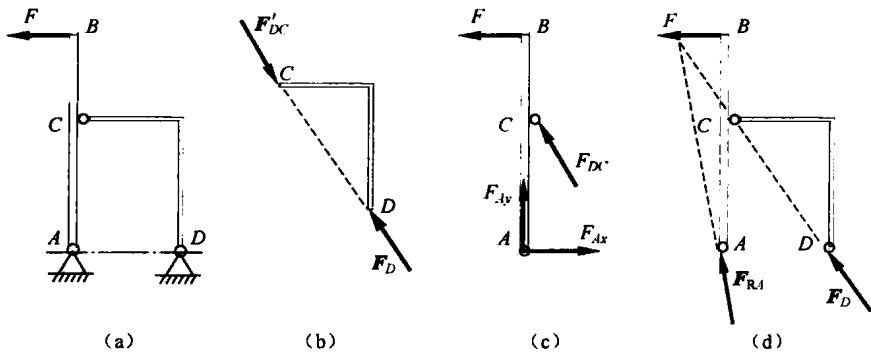


图 1.17

解 取  $CD$  杆为研究对象。 $CD$  杆仅在  $C, D$  受力且平衡, 所以, 它是二力构件, 如图 1.17(b)所示。图中力  $F'_{DC}$ 、 $F_D$  的指向可任意假设, 但必须反向。

取  $AB$  杆为研究对象。主动力有集中力  $F$ ;  $A, C$  两处有约束。 $A$  点为固定铰支座, 其约束力可用通过  $A$  点的两个正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  表示, 也可以根据三力平衡汇交定理用一力  $F_{RA}$  表示。构件  $CD$  通过铰链  $C$  作用于  $AB$  杆的反力  $F'_{DC}$  与  $F_{DC}$  互为作用力与反作用力, 如图 1.17(b)、(c) 所示。

取整个系统为研究对象。主动力有集中力  $F$ ;  $A, D$  两处有约束,  $C$  处作用力为内力, 不必画出, 受力如图 1.17(d) 所示。

**例 1-4** 图 1.18(a) 所示为一工业厂房中的钢筋混凝土 T 形吊车梁, 梁上铺设钢轨, 跑车沿钢轨移动。不计跑车尺寸与自重, 重物重为  $P$ , 试画出吊车梁及跑车和重物的受力图。

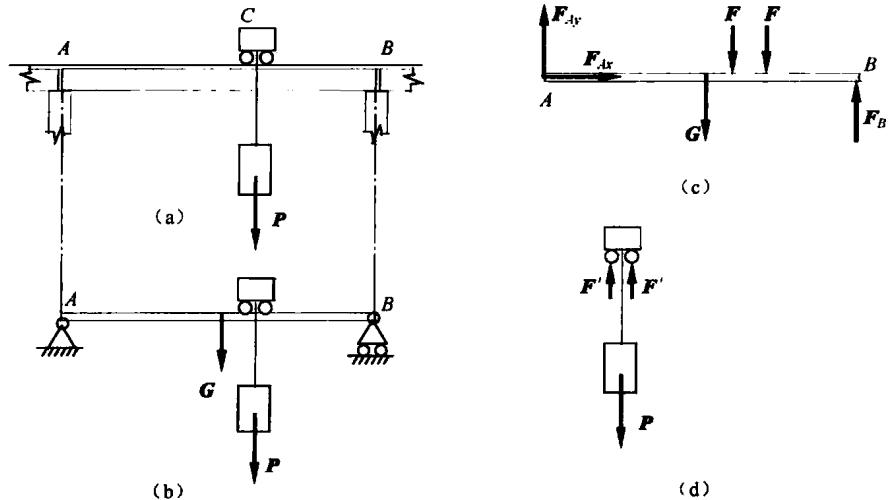


图 1.18

解 在分析吊车梁的受力时, 首先要将实际结构简化为合适的力学模型。简化主要包括三个方面: 结构简化, 支座简化, 载荷简化。

结构简化时, 一般以梁的纵轴线代替实际的梁, 而且当梁的两端与柱子接触面的长度不大时, 取梁两端与柱子接触面中心的间距作为梁的计算跨度。

支座简化时, 因为梁的两端安装在柱子上, 整个梁既不能上下移动, 也不能水平移动。但梁承受载荷时, 两端可以有微小的自由转动。此梁两端的支承情况虽然完全相同, 但是为便于计算, 简化时, 将梁的一端当作辊轴支座( $B$  端), 而另一端当作固定铰支座( $A$  端)。

载荷简化时,吊车梁的重力是沿体积分布的体载荷,当梁用其轴线代替后,这种体载荷简化为沿梁轴线均匀分布的线载荷,本题中进一步合成为作用于重心处的重力  $G$ 。

简化后的力学模型如图 1.18(b)所示。

取梁为研究对象。作用于其上的主动力有梁的自重  $G$ ,重物的重力  $P$  及支座  $A$ 、 $B$  的约束力。 $B$  点为一个垂直支承面的反力  $F_B$ ,指向不定时,可以假设向上。 $A$  点反力用正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  表示,如图 1.18(c) 所示。

取跑车与重物为研究对象。其受力如图 1.18(d) 所示。

将实物简化为合理的力学模型并不容易,后续课程的学习中还会进一步介绍,并需要在实际中不断探索,不断总结经验才能提高这方面的能力。以后书中给出的大多是简化后的力学模型,读者只需对其进行受力分析和求解即可。

**例 1-5** 如图 1.19(a) 所示构件,吊起重量为  $P$  的物体。钢丝绳一端拴在  $D$  点,另一端绕过滑轮  $C$  和  $H$  拴在销钉  $G$  上,不计各杆及滑轮质量。试分别画出滑轮  $C$ 、销钉  $G$  的受力图。

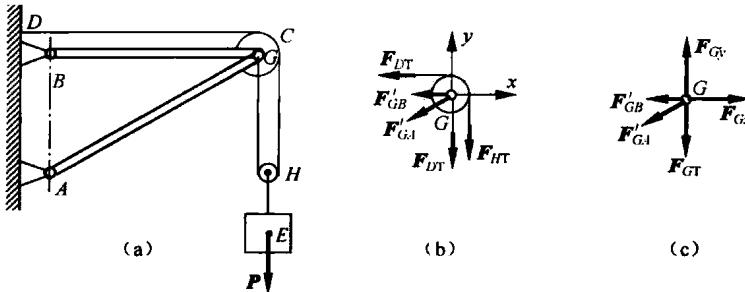


图 1.19

**解** 取滑轮  $C$ (包括两段钢丝绳和销钉  $G$ )为研究对象。滑轮  $C$  上的力有钢丝绳的拉力  $F_{DT}$ 、 $F_{HT}$ 、 $F_{GT}$  及二力杆  $BG$ 、 $AG$  对销钉  $G$  的作用力  $F'_{GA}$ 、 $F'_{GB}$ ,受力如图 1.19(b)所示。

取销钉  $G$  为研究对象。销钉  $G$  连接 4 个物体,销钉  $G$  上的力有二力杆  $BG$ 、 $AG$  对销钉  $G$  的作用力  $F'_{GA}$ 、 $F'_{GB}$ ,钢丝绳的拉力  $F_{GT}$ ,滑轮  $C$  对销钉  $G$  的约束力  $F_{Gx}$ 、 $F_{Gy}$ ,受力如图 1.19(c)所示。

**例 1-6** 如图 1.20(a) 所示为一两跨静定梁及其所受的载荷。试画出该平衡机构中梁  $ABC$ 、 $CDE$  及整个系统的受力图。

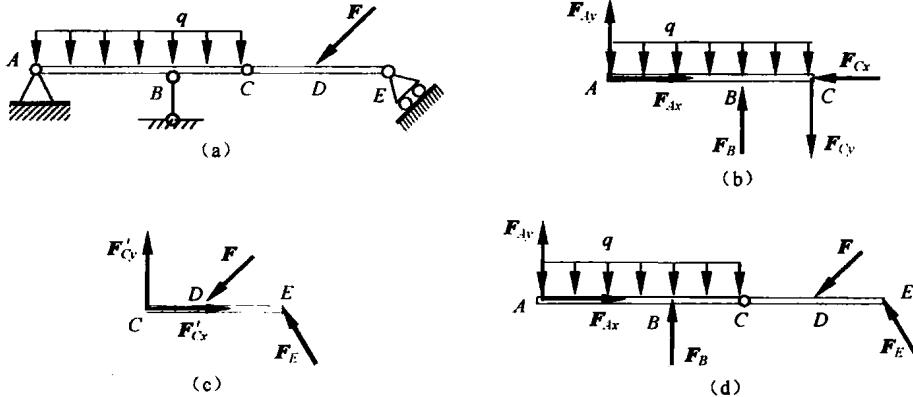


图 1.20