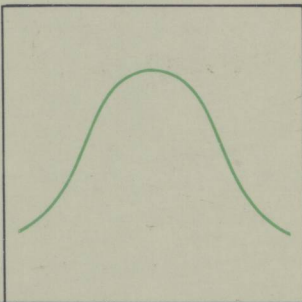


新 一 代

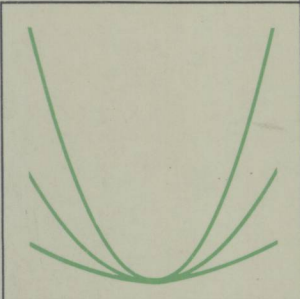
數 學

2

余學燧
鄧禮堯

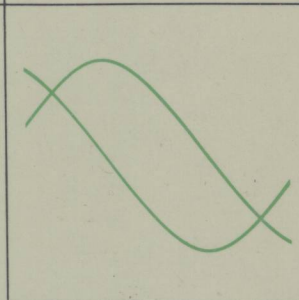
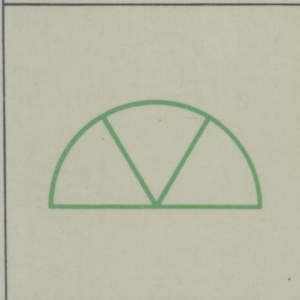


$> = <$

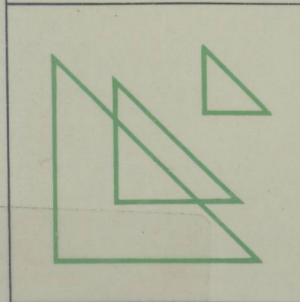
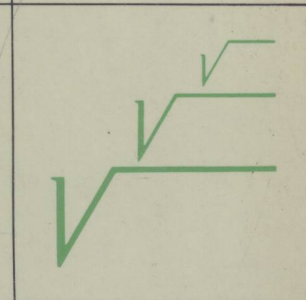


$f(x)$

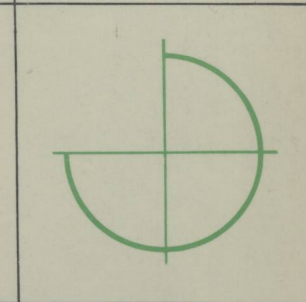
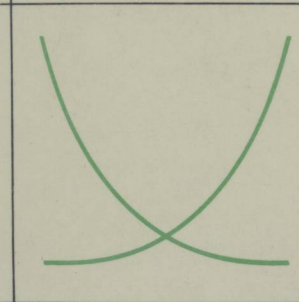
$\theta \theta \theta$



$\pi \pi \pi$



$\Sigma \Sigma \Sigma$



G633.6

889

2

S017279

新一代

數學

2

余學燧

鄧禮堯



S9000453



新 一 代 數 學 第 二 冊

編 者：余 學 燧 鄧 禮 堯

出 版：禮 文 出 版 有 限 公 司

九龍尖沙咀山林道22-26號琮林閣102室

電 話：3-692982

一九八八年第一版

本書版權由禮文出版有限公司所有。

本書任何部份未經許可不能以影印、錄音或其
它任何方式翻印或翻譯。

Y 32-69

序言

新一代數學共分五冊，專為香港課程發展委員會所頒佈的新課程綱要而編寫，包括了香港考試局所頒佈於1988年實施的中學會考綱要所要求的內容。

全書的特色在於使教授和學習均可感到簡明和有效，每章開始時都條列出在該章中所要學習的中英文名詞，繼而列出該章的學習目的。我們覺得這種做法可使學生們有更好的準備來學習隨後的內容，每章終結時的複習問題能使各學生清楚自己對該章數學技巧所掌握的程度。

此外，全書透過學生們熟識的例子來介紹各數學觀念，當學生從書中的論述中掌握了相當的觀念後，才給予正式的定義。

在每章的習題之前都有充足的例子，好讓學生能有效地學習，書中的習題均經精心設計，俾能適合學習能力不同的學生，沒有任何符號者是表示該等習題是直接應用公式的，有「☆」號者適合一般的學生，有「★」號者則特為學習能力較高的學生而設的。

最後，我們謹對那些給予建設性的批評和改進的建議者作出衷心的謝意。

1 比、率和比例

在本章中你將會學習下列名詞的意義和它們的應用：

1. 曲綫 **Curve**
2. 正比例 **Direct proportion**
3. 反比例 **Inverse proportion**
4. 比例 **Proportion**
5. 率 **Rate**
6. 比 **Ratio**
7. 代表分數 **Representative fraction**
8. 比例尺 **Scale**
9. 相似三角形 **Similar triangles**

此外，你還學習：

1. 了解比、率和比例的意義，
2. 求解有關正比例和反比例的問題，
3. 了解在自然科學和求積法中有關比例的例子，
4. 作有關正比例和反比例的圖像。

目錄

1

比、率 and 比例 0

- 1-1 比 1
- 1-2 再談比的應用 4
- 1-3 率 7
- 1-4 正比例 10
- 1-5 反比例 13
- 1-6 應用——相似三角形 15
- 1-7 應用題——齒輪 20
- 1-8 比例與圖像 23

2

三角形和多邊形 30

- 2-1 角和平行綫 31
- 2-2 三角形的角 38
- 2-3 多邊形的內角 43
- 2-4 凸多邊形的外角 48
- 2-5 等腰三角形和等邊三角形 52
- 2-6 正多邊形的作圖法 57
- 2-7 正多邊形的鋪嵌 59
- 2-8 多面體（輔助教材） 61
- 2-9 撮要 63

近似值 68

- 3-1 近似值的需要 69
- 3-2 數字的四捨五入 69
- 3-3 有效數字 72

多項式 76

- 4-1 從單項式到多項式 77
- 4-2 多項式的值 80
- 4-3 多項式的加和減 83
- 4-4 多項式的乘法 86
- 4-5 多項式的除法 91
- 4-6 因子分解 95
- 4-7 簡易代數分式 100
- 4-8 代數分式的加法和減法 103

畢氏定理和平方根 108

- 5-1 直角三角形的性質 109
- 5-2 實驗 111
- 5-3 有關畢氏定理的歷史 133
- 5-4 畢氏定理之証明 114
- 5-5 平方根 115
- 5-6 畢氏定理的應用 118
- 5-7 無理數 (參考資料) 120
- 5-8 根式的運算 (參考資料) 122
- 5-9 平方根表 125
- 5-10 應用題 126

簡易三角學 132

- 6-1 直角三角形 133
- 6-2 正切比 134
- 6-3 $\text{TAN } \theta$ 之值的求法 136
- 6-4 正切比的應用 138
- 6-5 正弦比和餘弦比 143
- 6-6 $\text{SIN } \theta$ 和 $\text{COS } \theta$ 之值的求法 145
- 6-7 正弦比和餘弦比的應用 147
- 6-8 應用題 150

7

公式和方程 158

- 7-1 重溫簡易方程 159
- 7-2 文字方程 162
- 7-3 公式 165

測驗一至四 170

8

恆等式 176

- 8-1 方程式和恆等式 177
- 8-2 完全平方 179
- 8-3 簡易的應用 182
- 8-4 兩平方之義 184
- 8-5 帕斯卡三角形 (參考資料) 187

9

三角學中的關係 190

- 9-1 簡易恆等式 191
- 9-2 餘角 195
- 9-3 特殊角 30° , 45° , 60° 的三角比 197
- 9-4 三角恆等式的證明 (參考資料) 201

10

簡易解折幾何學 204

- 10-1 複習 205
- 10-2 坐標和距離 207
- 10-3 斜率 212
- 10-4 斜率公式 215
- 10-5 平行綫 219
- 10-6 垂直綫 221

11

求積法 226

- 11-1 圓周 227
- 11-2 弧長 232
- 11-3 圓的面積 235
- 11-4 扇形面積 238
- 11-5 角柱體和圓柱體的體積 241
- 11-6 角柱體和圓柱體的表面積 244
- 11-7 相似圖形的面積和體積 248

12

百分法的應用 256

- 12-1 單利息 257
- 12-2 複利息 259
- 12-3 儲蓄存款和定期存款 263
- 12-4 增長和折舊 265

13

聯立綫性方程 270

- 13-1 二元綫性方程組 271
- 13-2 圖解法求解方程組 271
- 13-3 代入法 274
- 13-4 消去法 277
- 13-5 應用題 281

14

頻數分佈 290

- 14-1 頻數分佈 291
- 14-2 直方圖 294
- 14-3 頻數多邊形和頻數曲綫 296
- 14-4 累積頻數 299

測驗五至九 304

習題答案 315

1-1 比

陳先生的月薪為 3 000 元，何先生的月薪為 5 000 元。我們可以用甚麼方法來將他們的月薪加以比較呢？

我們可以運用減法來將他的月薪來加以比較，從相減後可知何先生的月薪比陳先生的月薪多 2 000 元。

然而我們亦可以運用除法來比較他們的月薪，於是：

$$\frac{\text{何先生的月薪}}{\text{陳先生的月薪}} = \frac{\$5\,000}{\$3\,000} = \frac{5}{3}。$$

$\frac{5}{3}$ 便是何先生的月薪與陳先生的月薪之比，當然亦可以把這個比寫成 5 : 3。

正如可以將分數 $\frac{5\,000}{3\,000}$ 寫成 $\frac{5}{3}$ 一樣，5 000 : 3 000 的比亦可以寫成爲 5 : 3，因為在這個比之中，該兩項的唯一公因子爲 1，所以 5 : 3 這個比便是最簡式了；而 5 000 : 3 000 和 5 : 3 這兩個比便稱爲相等比。

若將一已知比的兩項均同時乘以或除以同一非零的數字，則所得的比與已知比是相同的。

例一 將 $45 : 75$ 之比化至最簡。

解：

$$\begin{aligned}45 : 75 &= 45 \times \frac{1}{15} : 75 \times \frac{1}{15} \\&= \underline{\underline{3 : 5}}\end{aligned}$$

當我們運用比來比較兩個高度、兩個距離、兩個體積或任何兩個數目時，它們必須有一致的量度單位。

例二 試運用比來比較兩個長度 $AB = 30$ 厘米和 $CD = 1.5$ 米。

解：

$$\begin{aligned}CD &= 1.5 \text{ 米} = 150 \text{ 厘米} \\ \therefore AB : CD &= 30 : 150 \\&= \underline{\underline{1 : 5}}\end{aligned}$$

例三

汽車的價錢去年為 $120\,000$ 元，今年它的價錢上升至 $150\,000$ 元，試運用比來將這兩個價錢加以比較。

解：

$$\begin{aligned}\frac{\text{新價錢}}{\text{舊價錢}} &= \frac{\$150\,000}{\$120\,000} \\&= \underline{\underline{\frac{5}{4}}}\end{aligned}$$

我們可知汽車的價錢以 $\frac{5}{4}$ 之比上升。

例四

以 $1\,650$ 元購入一部打字機後，一年後它以 $5 : 6$ 之比折舊，求它現時的價值。

解：

$$\begin{aligned}\frac{\text{現時的價值}}{\text{原來的價值}} &= \frac{5}{6} \\ \text{現時的價值} &= \frac{5}{6} \times \text{原來的價值} \\&= \frac{5}{6} \times \$1650 \\&= \underline{\underline{\$1375}}\end{aligned}$$

堂課

1. 將 $125 : 300$ 之比化爲最簡。

$$\frac{125}{300} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 小明可於 45 分鐘完成一架模型飛機，然而小聰却需 $1\frac{1}{4}$ 小時，試運用比來比較他們的時間。

$$\frac{\text{小明所需的時間}}{\text{小聰所需的時間}} = \frac{\text{分}}{\text{分}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

3. 一手錶的標價爲 360 元，若價錢以 $\frac{5}{6}$ 之比減低，求它的新價錢。

$$\begin{aligned} \frac{\text{新價錢}}{\text{舊價錢}} &= \frac{5}{6} \\ \therefore \text{新價錢} &= \frac{5}{6} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

習題 1A

將下列各比化至最簡：

1. $250 : 400$
2. 20 分鐘比 $1\frac{1}{2}$ 小時
3. 2.4 千米比 30 米
4. 25 仙比 2 元
5. 1 厘米: 2 千米
6. 5 厘米: 1 千米

在下列各題中，以已知比將各已知量加以增減。

7. 3 千克， $4 : 3$
8. 5 厘米， $3 : 2$
9. $1\frac{1}{2}$ 克， $5 : 6$
10. .2 千克， $1 : 250$
11. $3\frac{3}{4}$ 米， $2 : 7$
12. 16 元， $5 : 4$

13. 在大減價時，原值 40 元的外衣的售價為 25 元，求所減的價錢與原價之比。
14. 十年前本城市的人口為 200 000 人，現時它的人口為 250 000 人，求人口的增加量與原來的人口之比。
15. 某合金是由銅和鋅按重量 5 : 2 之比製成的，若要製成重 56 克的合金，求需要多少銅？
16. 水乃是由氫和氧按重量 1 : 8 之比而形成的化合物，那麼在 108 克水中氫和氧各要多少？

☆

17. 若兩正方形邊長之比為 2 : 3，求它們的面積之比。
18. 若兩正立方體邊長之比為 1 : 2，求它們的體積之比。
19. 某學校去年共有 500 名男生和 495 名女生，今年男生的數目按 6 : 5 之比增加，又女生的數目按 4 : 3 之比增加，求今年男生數目和女生數目之比。
20. 若 $x : y = 3 : 4$ 又 $y : z = 5 : 6$ ，求 $x : z$ 。

1.2 再談比的應用

我們可以運用比來比較二個以上的數據的。

假設一三角形中的三個角分別為 40° 、 60° 和 80° ，那麼這三個角可以用以下的三項之比來加以比較：

$$40 : 60 : 80$$

化簡後之比為：

$$2 : 3 : 4$$

例一

甲、乙和丙三人按 $3:4:8$ 之比來分配 30 元，求他們各人可分得多少？

解：

該筆款項共分配成 $(3 + 4 + 8) = 15$ 等份，甲得 3 份，乙得 4 份，丙得 8 份。

$$\therefore \text{甲可得 } 30 \text{ 元} \times \frac{3}{15} = \underline{\underline{6 \text{ 元}}}。$$

$$\text{乙可得 } 30 \text{ 元} \times \frac{4}{15} = \underline{\underline{8 \text{ 元}}}。$$

$$\text{丙可得 } 30 \text{ 元} \times \frac{8}{15} = \underline{\underline{16 \text{ 元}}}。$$

例二

若 $A:B=2:3$, $B:C=4:5$ ，求 $A:B:C$ 之比。

解：

$$A:B = 2:3 = 8:12$$

$$B:C = 4:5 = 12:15$$

$$\therefore A:B:C = \underline{\underline{8:12:15}}。$$

堂課

1. 若 $a:b=5:7$ ， $a:c=2:3$ 求 $a:b:c$ 之比。

$$a:b = 5:7 = 10: \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a:c = 2:3 = 10: \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore a:b:c = \underline{\underline{\hspace{2cm}}}。$$

2. 甲、乙和丙三人分別投資了 12 000 元，15 000 元和 18 000 元，若利潤按投資額之比來分配的話，求當利潤為 3 600 元時各人可得之利潤。

甲的投資：乙的投資：丙的投資 = 12 000 : 15 000 : 18 000.

= _____ : _____ : _____

∴ 甲可得 3 600 元 $\times$ _____ = _____ 元，

乙可得 3 600 元 $\times$ _____ = _____ 元，

丙可得 3 600 元 $\times$ _____ = _____ 元。

習題 1B

試將下列各比化爲最簡：

1. $14 : 35 : 56$

2. $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8}$

3. 8 小時比 1 天比 1 星期

4. 30 厘米比 1 米比 2 米

5. 試將 3 米的長度按 $1 : 2 : 6$ 之比分成三份。

6. 將 1 000 元按 $3 : 4 : 5 : 8$ 之比分成四份。

7. 三名年齡分別爲 4 歲，6 歲及 10 歲的小孩按他們年齡之比來分配 96 元，求各人所得多少。

8. 甲、乙和丙三人分別投資了 35 000 元、40 000 元和 85 000 元。若某年的盈利爲 15 000 元，求他們各人所得之盈利。

☆

9. 若 $x : y : z = 8 : 9 : 10$ 又 $y = 27$ ，求 x 和 z 。

10. 若 $a : b : c = 4 : 11 : 7$ 又 $c = 35$ ，求 a 和 b 。

11. 若 $a : b = 2 : 3$ ， $b : c = 6 : 7$ ，求 $a : b : c$ 。

12. 若 $x = \frac{3}{4}y$ ， $y = \frac{4}{9}z$ ，求 $x : y : z$ 。

13. 若 $a = \frac{2}{3}b$ ， $b = \frac{6}{7}c$ ，求 $a : b : c$ 。

14. 現將利潤 9 660 元分配給甲、乙、丙三人，甲每分得 4 元時乙和丙便會分別分得 5 元和 6 元，求他們三人各分得多少？
15. 現將一個蛋糕按 5 : 4 之比分成兩份，然後再將較小的一塊按 3 : 5 之比分成兩塊，若較小的一塊重 180 克，求整個蛋糕的重量。
16. 現將 900 元分配給小薇、小娟、小蘭和小珠，且
 小薇的所得：小娟的所得 = 2 : 3，
 小娟的所得：小蘭的所得 = 4 : 5，
 小蘭的所得：小珠的所得 = 3 : 2，
 求他們各人所分得的金額。
-

1-3 率

在比較兩個不同類的數量時我們便會運用**率**了。

例如你以 4.50 元購買了 3 個蘋果，那麼你購買 3 個蘋果的率便是 4.50 元或 1.50 元一個了。

當你租房子住時，租金是按年率或月率支付的，例如每年租金 24 000 元或每月租金 2 000 元。

例一

做若 5 米繩子的成本為 20 元，則

$$\text{成本率} = \frac{20\text{元}}{5\text{米}} = \underline{\underline{\text{每米 4 元}}}$$

例二

一汽車在 $2\frac{1}{2}$ 小時內走了 120 千米。

$$\begin{aligned}\text{該汽車的速率} &= \frac{120\text{千米}}{2\frac{1}{2}\text{小時}} \\ &= \underline{\underline{\text{每小時 48 千米}}}\end{aligned}$$

汽車每單位時間行走的距離稱為**速率**，我們可將它的速率寫成 48 千米／小時。

例三

一汽車在走 315 千米時共用去 70 升汽油。

$$\begin{aligned}\text{汽油的銷耗率} &= \frac{315 \text{ 千米}}{70 \text{ 升}} \\ &= \text{每升 } 4.5 \text{ 千米}\end{aligned}$$

此外我們也可以將銷耗率寫成 $\frac{70 \text{ 升}}{315 \text{ 千米}}$ 或 $\frac{2}{9} \text{ 升/千米}$ 。

例四

已知一列火車在 3 小時中走了 225 千米，求以同樣的速率

- (a) 行走 7 小時所走的路程，
- (b) 行走 600 千米所需的時間。

解：

- (a) 在 3 小時中火車走了 225 千米，
在 1 小時中它走了 $\frac{225}{3}$ 千米，
在 7 小時中它可走 $7 \times \frac{225}{3}$ 千米，即 525 千米。
- (b) 火車行走 225 千米需 3 小時，
它行走 1 千米需 $\frac{3}{225}$ 小時，
它行走 600 千米需 $600 \times \frac{3}{225}$ 小時，即 8 小時。

堂課

試以所示的單位求各題的率：

- | | | |
|----|--------------------|--------|
| 1. | 11 秒可走 22 米 | 米/秒 |
| 2. | 5 小時可走 300 千米 | 千米/小時 |
| 3. | 5 秒可轉動 1 000 周 | 每秒的轉數 |
| 4. | 200 天內有新汽車 8 000 輛 | 每天車輛數目 |