新课标奥数同步辅导

天天练。25分钟

从课本到奥数

八年级 第二学期 A版

丛书主编 吴建平 熊 斌

本册主编 申建春

本书或许不适合你，如果你

A. 每次考试都能超过95分

—— So easy!

B. 考试很少能超过80分

—— So difficult!

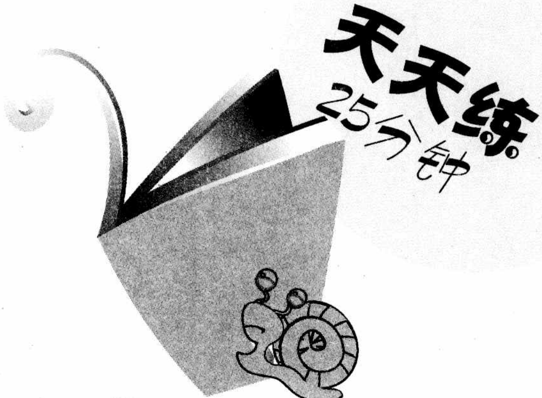
C. 不认为自己能学好数学

—— Attitude first!

ECNUP 上海著名商标 华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

新课标奥数同步辅导



从课本到奥数

八年级 第二学期 A版

丛书主编　吴建平　熊　斌
本册主编　申建春
编　　者　李　闯　向利平

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

从课本到奥数.八年级.第二学期:A版/吴建平,熊斌主编.—上海:华东师范大学出版社,2011.9
ISBN 978-7-5617-8953-7

Ⅰ.①从… Ⅱ.①吴…②熊… Ⅲ.①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第195838号

从课本到奥数

八年级第二学期A版

丛书主编 吴建平 熊 斌
本册主编 申建春
策划组稿 倪 明 孔令志
项目编辑 孔令志
审读编辑 徐惟简
装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路3663号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网 店 http://hdsdcbs.tmall.com

印 刷 者 浙江杭州长命印刷有限公司
开 本 720×965 16开
印 张 14
字 数 251千字
版 次 2012年1月第一版
印 次 2012年1月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-8953-7/G·5324
定 价 22.00元

出 版 人 朱杰人

奥数从课本学起

同学们,你是不是感觉课堂学习太简单,又感觉奥数太难,无法入手呢?那么《从课本到奥数》这套书肯定适合你,它将让你轻松地从课本过渡到奥数.

《从课本到奥数》每个年级包括两本图书:A 版和 B 版,其中 A 版为每天使用的天天练,B 版为周末使用的周周练.这套丛书在结构安排上与教材同步,紧扣教学大纲所囊括的知识要点,信息丰富,覆盖面广;在难度设置上,从每一课时中选取中等偏难的问题进行讲解和训练,以达到对课本知识的深入掌握,然后过渡到奥数的中低难度问题,由浅入深,循序渐进,从而快速达到奥数入门;在题型内容上,选取典型且趣味性强的题目,符合每一学年段学生的认知水平.

《从课本到奥数》A 版每学期安排了 15 周,每周 5 小节,每天只需 25 分钟,轻松实现从课本到奥数的学习.A 版的设计分为以下五个栏目:

题型概述 从课堂教学内容中提炼出典型问题,并详细解析其背景、关联和解决方法,简单通俗,易于掌握.

典型例题 挑选新颖独特、趣味性强的例题,辅以巧妙而又易懂的解法,有助于开阔视野,拓展思维.

举一反三 提供 3 道具有针对性、层次性和发展性的练习题,循循引导,触类旁通.

拓展提高 紧贴课堂教学内容,从 1 道中低难度的奥数问题切入,由浅入深,层层推进.

奥赛训练 选取 2—3 道难度适中的奥数问题作为练习题,让你以更开阔的视野领悟课本知识,融会贯通,驾轻就熟.

《从课本到奥数》B版是与A版相配套的周周练.B版的设计分为以下两个栏目:

课本同步 针对A版一周所学的内容和方法,选取8道与课本内容相对应的典型习题,通过练习,达到复习巩固的效果.

奥赛训练 选取8道历年奥数习题加以训练,数量适中,题型灵活,形式多样,拓展提高学习能力,从而轻松渐入奥数佳境.

这套书的例题和练习题都是由有多年奥数教学经验的老师们精挑细选而来的,编写体例和栏目设置也经过反复地探索、研讨,并通过实践证明这可以有效促进知识的消化、吸收和升华.只要坚持使用,肯定会获益匪浅.

祝同学们快乐学习,学习进步!

目　录

一、分 式

1.1 从分数到分式

[题型概述]

分式及其有关概念. 用分式表示实际问题中的数量关系.

[典型例题]

1. 当 x 为何值时，分式 $\dfrac{(x+2)(x-1)}{x^2-1}$ 的值为 0？

2. A、B 两地相距 s 千米，骑自行车 t 小时可到达，为了提前 1 小时到达，自行车每小时多行多少千米？

思路点拨 **1.** 要使一个分式的值为 0，一是要求该分式的分子为零，同时还必须使该分式有意义，即分式的分母不等于 0.

2. 两地距离和到达的时间已知，可根据"速度＝距离÷时间"分别求得两种情况下的速度，再求速度之差.

解 **1.** 要使 $\dfrac{(x+2)(x-1)}{x^2-1}=0$，则 $(x+2)(x-1)=0$，且 $x^2-1\neq 0$. 由 $(x+2)(x-1)=0$，可知 $x=-2$ 或 $x=1$，但 $x=1$ 时 $x^2-1=0$，故当 $x=-2$ 时，分式 $\dfrac{(x+2)(x-1)}{x^2-1}$ 的值为 0.

2. 骑自行车 t 小时到达的速度是 $\dfrac{s}{t}$，为了提前 1 小时到达，自行车的速度是 $\dfrac{s}{t-1}$. 所以，自行车每小时多行的千米数是 $\dfrac{s}{t-1}-\dfrac{s}{t}$.

[举一反三]

1. 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

(1) $\dfrac{x+2}{(x+2)(x-1)}$； (2) $\dfrac{x+y}{x^2+y^2}$.

2. 当 x 取何值时，分式$\frac{x^2+2x}{x^2-4}$的值为 0？

3. 一项工程，甲队单独做需 x 天完成，乙队单独做需 y 天完成，现在先由甲队做 m 天，然后乙队再加入合做，合做 n 天后，完成的工作量是多少？

[拓展提高]

当 x 为何值时，分式$\frac{x+2}{2x-4}$的值为非负数？

思路点拨　要使分式 $\frac{x+2}{2x-4}$ 的值非负，可从两个方面考虑：一是当分子 $x+2\geqslant 0$ 时，分母也应大于0；二是当分子 $x+2\leqslant 0$ 时，分母也应小于0. 一般地，要考查分式的值的符号，可分别考查分式的分子和分母的符号，然后确定分式值的符号.

解　要使分式 $\frac{x+2}{2x-4}$ 的值非负，则$\begin{cases}x+2\geqslant 0,\\2x-4>0\end{cases}$或$\begin{cases}x+2\leqslant 0,\\2x-4<0.\end{cases}$分别解这两个不等式组，得 $x>2$ 或 $x\leqslant -2$.

故当 $x>2$ 或 $x\leqslant -2$ 时，分式$\frac{x+2}{2x-4}$的值非负.

[奥赛训练]

4. 当 x 为何值时，分式$\frac{5x-6}{3-x}$的值为负数？

5. 当 x 为何值时，分式$\frac{(x+1)(x-2)}{1-x^2}$的值为正数？

1.2 分式的基本性质

[题型概述]

分式的分子和分母同乘以(或除以)不等于 0 的整式,分式的值不变. 根据这一性质,可对分式进行通分和约分,将分式进行化简和变形.

[典型例题]

1. 将下列分式化成最简分式:

(1) $\dfrac{48x^2y^4z^3}{-32xy^3z^2}$; (2) $\dfrac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$.

2. 通分:

(1) $\dfrac{1}{x^2+x}$, $\dfrac{1}{x^2-x}$; (2) $\dfrac{1}{a^2-4b^2}$, $\dfrac{1}{a^2+4ab+4b^2}$.

思路点拨 化最简分式的一般步骤是:先分别将分子和分母分解因式,然后约去分子与分母的公因式. 1(1)的公因式是 $16xy^3z^2$, 1(2)的公因式是 $x+y$.

与分数的通分类似,分式通分的关键是确定几个分式的公分母. 为了简便,通常都取各分母中系数的最小公倍数与各字母因式最高次幂的乘积作公分母.

解 **1.** (1) 原式 $=-\dfrac{3}{2}xyz$.

(2) 原式 $=\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2}=\dfrac{x-y}{x+y}$.

2. (1) 因为 $x^2+x=x(x+1)$, $x^2-x=x(x-1)$, 所以两分式的最简公分母是 $x(x+1)(x-1)$. 所以

$$\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{x-1}{x(x+1)(x-1)},$$

$$\frac{1}{x^2-x}=\frac{1}{x(x-1)}=\frac{x+1}{x(x-1)(x+1)}.$$

(2) 因为 $a^2-4b^2=(a-2b)(a+2b)$,

$$a^2+4ab+4b^2=(a+2b)^2,$$

所以两分式的最简公分母是 $(a-2b)(a+2b)^2$, 所以

$$\frac{1}{a^2-4b^2}=\frac{1}{(a-2b)(a+2b)}=\frac{a+2b}{(a-2b)(a+2b)^2},$$

$$\frac{1}{a^2+4ab+4b^2}=\frac{1}{(a+2b)^2}=\frac{a-2b}{(a-2b)(a+2b)^2}.$$

[举一反三]

1. 将下列分式化成最简分式：

(1) $\frac{21m^2n^5}{6mn^3}$；　　(2) $\frac{x^2-3x}{9-x^2}$.

2. 不改变分式的值，把下列各式的分子与分母中各项的系数都化为整数：

(1) $\frac{\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}y}{\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}y}$；　　(2) $\frac{0.8x-0.78y}{0.5x+0.4y}$.

3. 通分：

(1) $\frac{1}{x^2-y^2}$，$\frac{1}{x^2-xy}$；　　(2) $\frac{1}{x^2-4}$，$\frac{1}{x^2+4x+4}$.

[拓展提高]

已知 $\frac{x+y-z}{z}=\frac{x-y+z}{y}=\frac{-x+y+z}{x}$，且 $xyz\neq0$，求分式

$\dfrac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}$的值.

思路点拨 遇到比例式,可从两个方面探求解决问题的办法.①设比值为 k,然后将比例式作适当变形,整体代入求解;②利用等比定理:若 $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\cdots=\dfrac{a_n}{b_n}$,其中 $b_1+b_2+\cdots+b_n\neq 0$,则$\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\cdots=\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{b_1+b_2+\cdots+b_n}$,值得注意的是,等比定理的前提是 $b_1+b_2+\cdots+b_n\neq 0$,解决具体问题时要就$b_1+b_2+\cdots+b_n$ 是否为 0 进行讨论.

解法一 设 $\dfrac{x+y-z}{z}=\dfrac{x-y+z}{y}=\dfrac{-x+y+z}{x}=k$,则

$$\begin{cases}x+y-z=kz,\\x-y+z=ky,\\-x+y+z=kx.\end{cases}$$

三式左右两边分别相加,得 $x+y+z=k(x+y+z)$,所以 $k=1$ 或 $x+y+z=0$.

(1) 当 $k=1$ 时,$x+y=2z$, $y+z=2x$, $z+x=2y$, 此时

$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=\frac{2z\cdot 2x\cdot 2y}{xyz}=8.$$

(2) 当 $x+y+z=0$ 时,$x+y=-z$, $y+z=-x$, $z+x=-y$, 此时

$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=\frac{-z\cdot(-x)\cdot(-y)}{xyz}=-1.$$

故分式$\dfrac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}$的值为 8 或−1.

解法二 (1) 当 $x+y+z\neq 0$ 时,由等比定理可知

$$\frac{x+y-z}{z}=\frac{x-y+z}{y}=\frac{-x+y+z}{x}=\frac{x+y+z}{x+y+z}=1.$$

所以 $x+y-z=z$, $x-y+z=y$, $-x+y+z=x$,即 $x+y=2z$, $y+z=2x$, $z+x=2y$.

(以下同解法一)

(2) 当 $x+y+z=0$ 时,$x+y=-z$, $y+z=-x$, $z+x=-y$.

(以下同解法一)

[奥赛训练]

4. 已知 $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{m}{5}\neq 0$,求分式$\frac{x+y+m}{x+y-m}$的值.

5. 已知 $x^2-3y^2=2xy$, $x>0$, $y>0$,求分式$\frac{x+2y}{x-y}$的值.

1.3 分式的乘除

[题型概述]

分式的乘除的运算法则与分数的乘除运算法则相一致. 分式的乘方等于将分子、分母分别乘方. 进行分式的乘除及乘方运算，要注意将最后的结果化成最简分式.

[典型例题]

计算：

(1) $\dfrac{ab^2}{2c^3}\div\dfrac{-3a^2b^2}{4cd}$；

(2) $\dfrac{x+2}{x-3}\cdot\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-4}$；

(3) $\dfrac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2}\div\dfrac{x+2y}{x^2+xy}$.

思路点拨 对于(1)，可将除法转化为乘法，直接进行约分；对于(2)、(3)，应将分式的分子和分母分别分解因式，再利用相关法则进行运算.

解 (1) 原式 $=\dfrac{ab^2}{2c^3}\times\dfrac{4cd}{-3a^2b^2}=-\dfrac{2d}{3ac^2}$.

(2) 原式 $=\dfrac{x+2}{x-3}\cdot\dfrac{(x-3)^2}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{x-3}{x-2}$.

(3) 原式 $=\dfrac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2}\times\dfrac{x^2+xy}{x+2y}$

$=\dfrac{(x-2y)(x+2y)}{(x+y)^2}\times\dfrac{x(x+y)}{x+2y}$

$=\dfrac{x(x-2y)}{x+y}$.

[举一反三]

1. 计算：

(1) $\dfrac{12xy}{5a}\div 8x^2y$；

(2) $\dfrac{a^2-1}{a^2+2a+1}\div\dfrac{a^2-a}{a+1}$；

(3) $\dfrac{a^2-5a+6}{a^2-16}\cdot\dfrac{a^2+5a+4}{a^2-4}\div\dfrac{a-3}{a+4}$.

2. 先化简,再求值:

$x\div\dfrac{1}{x+1}\cdot(x+1)\cdot\dfrac{1}{x}$,其中 $x=-\dfrac{3}{2}$.

3. 已知 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{3}$,且 $a\neq 2$,求分式$\dfrac{a-b+1}{a+b-5}$的值.

[拓展提高]

已知 $3x-4y-z=0$, $2x+y-8z=0$,求分式$\dfrac{xy+yz+2zx}{x^2+y^2+z^2}$的值.

思路点拨 可考虑将两个等式中的两个未知数看作主元,第三个未知数看作常数,通过解二元一次方程组,再将结果代入分式求值.

解 由已知,得$\begin{cases}3x-4y=z,\\2x+y=8z.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3z,\\y=2z.\end{cases}$

所以 $\dfrac{xy+yz+2zx}{x^2+y^2+z^2}=\dfrac{3z\cdot 2z+2z\cdot z+2\cdot 3z\cdot z}{(3z)^2+(2z)^2+z^2}$

$$=\frac{14z^2}{14z^2}$$

$$=1.$$

[奥赛训练]

4. 已知实数 a 满足 $a^2+2a-8=0$，求 $\frac{1}{a+1}-\frac{a+3}{a^2-1}\cdot\frac{a^2-2a+1}{a^2+4a+3}$ 的值.

5. 已知 $x^2+4y^2-4x+4y+5=0$，求分式 $\frac{x^4-y^4}{2x^2+xy-y^2}\cdot\frac{2x-y}{xy-y^2}\div\frac{x^2-y^2}{y}$ 的值.