拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程，便开始了良好思维习惯的培养

跟王金战轻松学数学

kg宽高教育
www.kgedu.com

轻松搞定初中数学

新课标

王金战　仓猛　著

- 他让**倒数第一**的学生考上了**北大**
- 他让准备**放弃高考**的学生成为**理科状元**
- 他的一个班有**37人被北大、清华**录取
- 另有**10人被牛津、剑桥、耶鲁**等世界名校录取

外语教学与研究出版社

拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程，便开始了良好思维习惯的培养

跟王金战轻松学数学

kg 宽高教育 www.kgedu.com

轻松搞定初中数学

圆

王金战　仓猛　著

新课标

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

跟王金战轻松学数学：轻松搞定初中数学．圆/王金战，仓猛著．—北京：外语教学与研究出版社，2010.12
ISBN 978-7-5135-0467-6

Ⅰ．①跟…　Ⅱ．①王…②仓…　Ⅲ．①数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ．①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第001350号

出 版 人：于春迟
总 策 划：陈海权
责任编辑：张志纯　连　静
封面设计：姜　凯
版式设计：韩晓梦
出版发行：外语教学与研究出版社
社　　址：北京市西三环北路19号（100089）
网　　址：http://www.fltrp.com
印　　刷：北京京师印务有限公司
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：7.5
版　　次：2011年1月第1版　2011年1月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5135-0467-6
定　　价：14.00元
*　*　*
购书咨询：(010)88819929　　电子邮箱：club@fltrp.com
如有印刷、装订质量问题，请与出版社联系
联系电话：(010)61207896　　电子邮箱：zhijian@fltrp.com

物料号：204670001

轻松学数学

你知道数学对青少年有多重要吗?

青少年时期是一个人智力开发的关键时期，数学的主要作用就是开发智力，所以加里宁说：数学是思维的体操。我从三十年的教学经历中发现，一个学生如果数学学得很轻松，即使成绩暂时落后，关键时刻往往会赶上来，但一个学生如果数学学得吃力，往往后劲不足。

上大学时我学的就是数学，毕业三十年来又一直教数学，越教越觉得数学好玩、好学，越教越觉得数学很美、很酷，以至于我常常被数学的波澜壮阔之势、高瞻远瞩之能、对称和谐之美、茅塞顿开之境所陶醉。但当我听到很多学生抱怨学数学很难、很累、很烦时，内心充满了帮他们走出误区的责任感。其实学数学完全可以是轻松快乐的。为了帮助广大的青少年找到轻松驾驭数学的方法。感受学习数学的乐趣，我联合了全国一批教学第一线的专家，和外研社一道，共同开发了这套从幼儿园一直到高三的轻松学数学系列辅导书。我自信地认为，这套书应该是国内首创也是最适合青少年轻松阅读的。我们期望大家一旦拥有此书，便踏上了轻松学好数学的里程；我们期望，此书能帮助全中国的青少年形成良好的思维习惯。

如果我的理念得到了您的认可，您还可以到北京参加我所组织的“轻松学数学”特色辅导班。欢迎拨打我们的热线电话 010-82503431/82503185 或者上宽高学习网（www.kgedu.com）了解相关课程情况。

王金战

序言

12月份我刚推出《中考数学轻松突破100分》，是为初三学生和自学能力较强的初二学生量身定制的。但无论你是初一新生，还是在冲刺中考的“老生”，学习过程中都可能在某些板块遇到困难，导致基础不牢，影响整门学科的学习效果，甚至是考试成绩。应广大初中生的要求，我又与全国名师一起编写了这套《轻松搞定初中数学》系列丛书，目的是帮助同学们在初中阶段轻松学好数学。

《轻松搞定初中数学》丛书分8个分册：《数与式》、《方程（组）》、《不等式（组）》、《变量与函数》、《图形的认识》、《圆》、《空间与图形》和《统计与概率》。同学们可以根据自身情况选择不同的分册进行专项知识的学习和巩固。编写这套书时，我们考虑到各阶段的学生的不同需求，从整个初中阶段数学的教学出发，对专项知识进行了整合。如：《轻松搞定初中数学·变量与函数》一书的前16个课时详细讲述了一次函数、反比例函数、二次函数，适合学生上新课用，而后几个课时是函数与其他板块的交叉内容，也适合同学们在中考总复习时使用。可以说，这样一册集聚了初中阶段所有“变量与函数”知识的辅导书，可以帮助同学们消除“变量与函数”这一板块内容学习的后顾之忧。这是《轻松搞定初中数学》这套丛书的最大特点。

虽然《轻松搞定初中数学》全套书采用统一的体例，但每本书又独具风格、自成体系。即使不能一对一教学，通过名师们在书中的解惑释疑，同学们也一定能轻松学好初中数学。

如果这套书还是不能解决你的问题，可以给我们发邮件 jz_maths@163.com 或 QQ:1298443114 咨询，会有专职老师提供帮助，帮助你解决。期待你的好消息。

王金战

丛书特点

《轻松搞定初中数学》系列书在设计上全面贯彻循序渐进的原则，将家庭教育的一些理念与学科知识点相结合，将知识教育和个人教育合二为一，融“析—讲—练—测—悟”于一体，科学实用。

析：“复习指导”包括“知识要点”、“考情分析”和“复习建议”三大板块，集合相关知识点，对这些知识点在中考中的考查情况进行介绍，并针对同学们的中考复习提出指导建议。

讲：“学习探究”不仅精选了例题，而且精心设计了“分析”、“解析”和“点悟”三大栏目。每课时最后还设置了“中考试题初体验”，对一些典型中考题进行详细解析。

练：练习部分除了“当堂检测”和“课时作业”以外，还精心设计了“老王独家错题本”。“当堂检测”一般设置5道选择题和填空题，检查基础知识的掌握情况。“课时作业”帮助同学们及时巩固本课时学习的内容。“老王独家错题本”对每课时设置的练习题进行分析，以便查漏补缺，使同学们复习时有的放矢。

测：全书最后设置了一套检测题，同学们可以在学完全书后自我检测，及时了解复习效果，从而清楚了解自己的优势与不足。

悟：“金战格言伴你行”精选了王金战老师的家庭教育作品中的数十条激励性话语，给您平时复习点亮一盏明灯。

目录

圆

圆在初中数学体系中处于核心地位，它既是相对独立的一个知识体系，又是与直线形图形有关的知识的综合和延伸．当它与三角形、方程、函数等知识点相结合，可构成内容丰富、题型新颖、构思精巧的综合性试题．

圆是一种特殊的图形，它对于培养学生的数学能力，形成数学的思想方法具有重要的价值．由于圆既是中心对称图形又是轴对称图形，学生可以通过多种方式来认识它，这样有助于培养学生的数学能力．同时，对于圆的有关性质的探索是通过多种方法进行的，这样有助于学生形成基本的数学思想和方法．这些基本的数学思想方法有：对称思想、推理思想、分类归纳思想（将圆周角和圆心角之间的关系归结为同弧上圆周角与圆心角的关系，让学生形成分类讨论和算法思想）．圆的知识综合性较强，渗透数形结合、分类讨论、运动变化等诸多数学思想和方法，并且在实际问题中有着广泛的应用，所以综合运用所学的知识解答以圆为背景的题目也是本书的重点，同时也是一个难点．

圆考查的内容包括：圆的有关概念、性质、直线和圆的位置关系、圆和圆的位置关系以及弧长、扇形、圆锥全面积的计算．在本书中主要分圆的认识、与圆的位置关系、圆中的计算、圆与学科之间综合和圆在中考中的综合考查等几个主要版块．其中，圆的认识和对称性等基础知识是学习圆有关性质的关键．

本书一共设计了 15 个课时和 1 份检测题．按圆的基本概念、圆的对称性、垂径定理、圆周角、点（直线、圆）与圆的位置关系以及和圆有关的计算等组织了 9 个课时的同步辅导课时，同学们从圆的基本概念开始就可有选择的辅助学习；为了配合中考复习，第 10～15 课时，我们安排了 6 个课时的专题辅导，包括圆与几何、代数的综合题，圆中常用的分类讨论思想以及圆中的高频热点——动态问题、方案设计问题、最优化问题和操作与探究问题．

第1课时　圆的基本概念

复习指导

【知识要点】

1. 圆的有关概念

(1) 圆的定义

① 在一个平面内，线段 OA 绕它固定的一个端点 O 旋转一周，另一个端点 A 随之旋转所形成的图形叫作圆，固定的端点 O 叫作圆心，线段 OA 叫作半径. 如图 1－1.

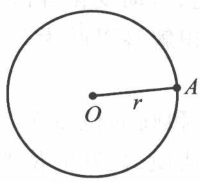


图 1－1

② 圆是到定点的距离等于定长的点的集合.

(2) 圆的几何表示

固定的端点 O 叫作圆心，线段 OA 叫作半径，以点 O 为圆心的圆记做“$\odot O$”，读作“圆 O”.

2. 弦、弧等相关概念

(1) 弦与直径

① 弦：连接圆上任意两点的线段叫作弦，记做：弦 BC，弦 AB 等.

② 直径：经过圆心的弦叫作直径，直径等于半径的 2 倍.

注意：弦是圆上任意两点的线段，因此弦是线段，直径是最长的弦，但弦不一定是直径.

(2) 弧与半圆

① 弧：圆上任意两点之间的部分叫作圆弧，简称弧，用符号“$\frown$”表示，如图 1－2，以 B、C 为端点的弧记做$\overset{\frown}{BC}$，读作“圆弧 BC”或“弧 BC”或“BC 弧”.

② 半圆：圆上任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧，其中的每条弧都叫作半圆.

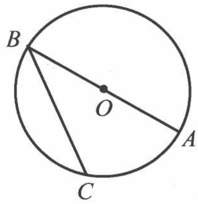


图 1－2

③ 劣弧、优弧：小于半圆的弧叫作劣弧，用弧上的两点表示；大于半圆的弧叫作优弧，用弧上的三点表示. 如图 1－2，劣弧$\overset{\frown}{BC}$，优弧$\overset{\frown}{BAC}$等.

注意：知道弧的两个端点，不能判断它是优弧还是劣弧，需分情况讨论.

④ 两条平行弦所夹的弧相等.

⑤ 弓形：由弦及其所对的弧组成的图形叫作弓形.

⑥ 等弧：在同圆或等圆中，能够互相重合的弧叫作等弧.

(3) 等圆与同心圆

① 等圆：能够完全重合的圆叫等圆.

② 同心圆：圆心相同，半径不相等的圆叫作同心圆.

注意：在同圆或等圆中，圆的半径相等.

【考情分析】

本课时以圆的有关元素的概念为基础，等圆、同心圆等知识是中考必考的内容，大多作为题目的隐含条件，直径、弦和弧是考试的重点.

【复习建议】

复习这部分知识时要首先结合图形，逐步导出有关圆的元素的基本概念，这些是进一步学习与圆有关知识的基础. 解题时应注意根据题意，对各元素进行灵活的转化，添加必要的辅助线，从而得到结果.

当堂检测

1. 以已知点 O 为圆心，已知线段 a 为半径作圆，可以作　　　(　　)

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 无数个

2. 下列语句中，不正确的个数是　(　　)

① 直径是弦；② 弧是半圆；③ 长度相等

的弧是等弧；④ 经过圆内一定点可以作无数条直径．

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

3. 已知半径为5的⊙O中，弦$AB=5\sqrt{2}$，弦$AC=5$，则$\angle BAC$的度数是　　(　　)

A. 15°　　　B. 210°

C. 105°或15°　　D. 210°或30°

4. 如图1-3，半圆的直径$AB=$________．

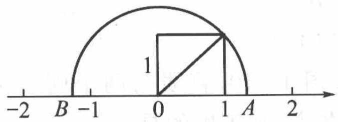


图1-3

5. 已知⊙O中最长的弦为16 cm，则⊙O的半径为________ cm．

学习探究

例1 求证：直径是圆中最长的弦．

分析 这是文字证明题，首先要改写成已知、求证．证明这种线段不等关系有两种方法，一是利用三角形中三边之间的关系，二是利用反证法思想．

解析 已知，AB是⊙O直径，CD是圆中非直径的弦．求证：$AB>CD$．

证明：如图1-4，假设$CD\geqslant AB$，连结CO并延长CO交圆于点E，连结ED，则$CE=AB$，$CD\geqslant CE$．而在$\triangle CED$中，

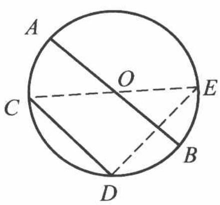


图1-4

$\left.\begin{array}{l}CD\geqslant CE\Rightarrow\angle CED\geqslant\angle CDE\\ \angle CDE=90^\circ\end{array}\right\}$

$\Rightarrow\angle CED+\angle CDE+\angle ECD>180^\circ$，

这与三角形内角和等于180°矛盾．

∴假设不成立，故$AB>CD$．

点悟 反证法属于"间接证明法"一类，是从反面的角度思考问题的证明方法，即：肯定题设而否定结论，从而导出矛盾推理而得．应用反证法证明的主要三步是：否定结论→推导出矛盾→结论成立．实施的具体步骤是：

第一步，反设：作出与求证结论相反的假设；

第二步，归谬：将反设作为条件，并由此通过一系列的正确推理导出矛盾；

第三步，结论：说明反设不成立，从而肯定原命题成立．

例2 如图1-5，AB为⊙O的直径，CD是⊙O的弦，AB、CD的延长线交于E点，已知$AB=2DE$，$\angle E=18^\circ$，则$\angle AOC$的度数为________．

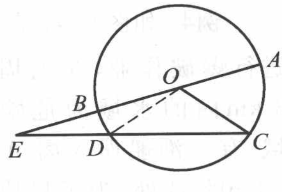


图1-5

分析 要求$\angle AOC$度数，由图知$\angle AOC=\angle C+\angle E$，故只需求出$\angle C$的度数，而由$AB=2DE$知$DE$与半径相等，从而想到连结$OD$构造等腰$\triangle ODE$和$\triangle COD$，则$\angle ODC=\angle C=2\angle E=36^\circ$，故$\angle AOC$可求．

解析 连结OD．

$\left.\begin{array}{l}AB\text{ 为⊙}O\text{ 的直径，}\\ OC\text{、}OD\text{ 为半径，}\\ AB=2DE\end{array}\right\}\Rightarrow OC=OD=DE$，

∵ $OD=DE$，∴ $\angle BOD=\angle E=18^\circ$，$\angle ODC=\angle OCD=36^\circ$，

∴$\angle DOC=180^\circ-2\times36^\circ=108^\circ$，

∴$\angle AOC=180^\circ-108^\circ-18^\circ=54^\circ$．

点悟 在同圆或等圆中，直径为半径的二倍，且所有半径相等，所有直径相等，一般情况下，当题中涉及半径倍分条件时，通常连结半径，为其解题创造条件．

例3 已知，如图1-6，大圆弦AD交小圆于B、C，求证：$AB=DC$．

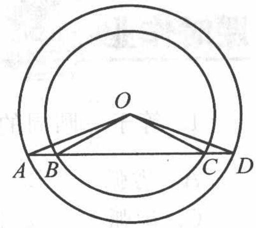


图1-6

分析 由同圆半径相等，有$OA=OD$，$OB=OC$，故得等腰$\triangle AOD$和$\triangle BOC$，可利用等腰三角形性质证题．

证明 ∵$OA=OD$，$OB=OC$，

∴$\angle A=\angle D$，$\angle OBC=\angle OCB$．

又∵ $\angle AOB=\angle OBC-\angle A$，$\angle COD=$

$\angle OCB-\angle D$,

$\therefore \angle AOB=\angle DOC$.

$\therefore \triangle OAB\cong\triangle ODC$.

$\therefore AB=DC$.

点悟 在没有学习垂径定理前,可以用三角形全等知识证明线段相等.

例4 如图1-7,某部队在灯塔 A 的周围进行爆破作业,A 的周围 3 km内的水域为危险区域.有一渔船误入离 A 点 2 km的 B 处,为了尽快驶离危险区域,该船应沿哪条射线方向航行?

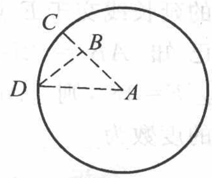


图1-7

分析 设船到达⊙A 上的点为 C,⊙A 半径为3 km,$AB=2$ km,船驶离危险区至少要行驶 1 km,则 A、B、C 三点必在一直线上.

解析 该船应沿射线 AB 方向驶离危险区域.

证明如下:设射线 AB 交⊙A 于点 C,在⊙A 上任取一点 D(异于 C 点且不为 C 关于 A 的对称点).连结 AD、BD.在$\triangle ABD$ 中有 $AB+BD>AD=3$

$\because AB+BC=AC=3$,

$\therefore AB+BD>AB+BC$.

$\therefore BD>BC$.

点悟 圆内一点到圆上各点的最近距离是过圆心和这点的半径与圆的交点到该点的距离.

课时作业

1. 等于$\frac{2}{3}$圆周的弧叫作 ( )

A. 劣弧　B. 半圆

C. 优弧　D. 圆

2. 如图 1-8,⊙O 中,点 A、O、D 以及点 B、O、C 分别在一条直线上,图中弦的条数有 ( )

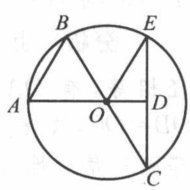


图1-8

A. 2条　B. 3条　C. 4条　D. 5条

3. 如图 1-9,已知 AB 为⊙O 的直径,点 C 在⊙O 上,$\angle C=15°$,则$\angle BOC$ 的度数为 ( )

A. 15°　B. 30°　C. 45°　D. 60°

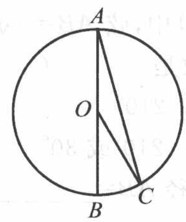


图1-9

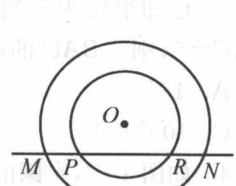


图1-10

4. 如图 1-10,直线与两个同心圆分别交于图示的各点,则正确的是 ( )

A. MP 与 RN 的大小关系不定

B. $MP=RN$

C. $MP<RN$

D. $MP>RN$

5. 如图 1-11,MN 为⊙O 的弦,$\angle M=30°$,则$\angle MON$ 等于 ( )

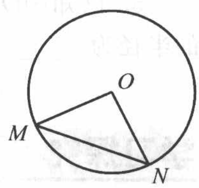


图1-11

A. 30°　B. 60°　C. 90°　D. 120°

6. 确定一个圆的条件是________和________.

7. 如图 1-12,AB、AC 为⊙O 的弦,连接 CO、BO 并延长分别交弦 AB、AC 于点 E、F,$\angle B=\angle C$.求证:$CE=BF$.

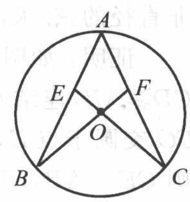


图1-12

8. 如图 1-13,C 是⊙O 的直径 AB 上一点,过点 C 作弦 DE,使 $DC=OC$,$\angle AOD=40°$,求$\angle BOE$ 的度数.

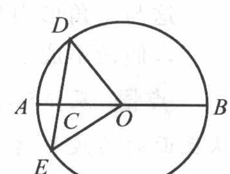


图1-13

9. 如图 1－14，点 A、B 和点 C、D 分别在两个同心圆上，且 $\angle AOB=\angle COD$. $\angle C$ 与 $\angle D$ 相等吗？为什么？

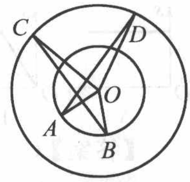


图 1－14

老王独家错题本

	错题数	错题比例	错误原因	错误知识点小结
当堂检测				
课时作业				

通过小小错题本，检查本课时所学知识. 做错题不可怕，可怕的是下次还错.

掌握基本知识、基本方法才是最重要的.

中考试题初体验

1. (2010 江西南昌)如图 1－15，⊙O 中，AB、AC 是弦，O 在 $\angle BAC$ 的内部，$\angle ABO=\alpha$，$\angle ACO=\beta$，$\angle BOC=\theta$，则下列关系中，正确的是　　(　　)

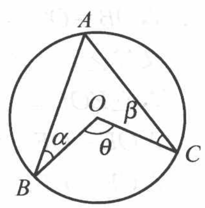


图 1－15

A. $\theta=\alpha+\beta$　　B. $\theta=2\alpha+2\beta$

C. $\alpha+\beta+\theta=180°$　　D. $\alpha+\beta+\theta=360°$

【答案】B

解析　作射线 AO，则射线 AO 将 θ 分割成两个角，且这两个角分别等于 2α 和 2β. 故选择 B.

2. (2010 新疆维吾尔)如图 1－16，王大爷家屋后有一块长 12 m，宽 8 m 的矩形空地，他在以 BC 为直径的半圆内种菜，他家养的一只羊平时拴在 A 处，为了不让羊吃到菜，拴羊的绳子可以选用　　(　　)

A. 3 m　　B. 5 m

C. 7 m　　D. 9 m

【答案】A

解析　依据题意，让羊吃不到菜，就是说羊的活动范围最多只能在以 A 为圆心，AP 为半径的圆内. 由已知得，$OB=OP=6$，$AB=8$，则 $AO=\sqrt{AB^2+OB^2}=10$，$AP=AO-OP=10-6=4$. 所以，为了不让羊吃到菜，拴羊的绳子应小于 4 m，故选 A.

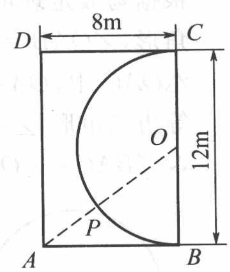


图 1－16

3. (2009 山西太原)如图 1－17，AB 是半圆 O 的直径，点 P 从点 O 出发，沿 $OA-\overset{\frown}{AB}-BO$ 的路径运动一周. 设 OP 为 s，运动时间为 t，则下列图形能大致地刻画 s 与 t 之间关系的是　　(　　)

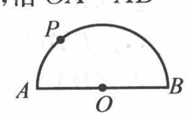
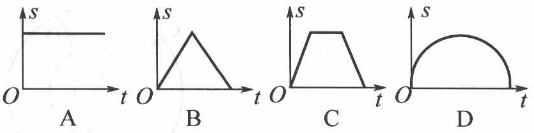


图 1－17



【答案】C

解析 本题考查圆的有关性质、函数图象等知识. 点 P 从点 O 向点 A 运动，OP 逐渐增大，当点 P 从点 A 向点 B 运动，OP 不变，当点 P 从点 B 向点 O 运动，OP 逐渐减小，故能大致地刻画 s 与 t 之间关系的是 C.

参考答案

当堂检测

1. A 【解析】已知定点和定长仅可以作一个圆.
2. C 【解析】半圆是弧，但弧不是半圆，故②错误；弧是曲线，相等的弧的长度相等，但长度相等的弧不一定是等弧，故③错误；若该点为圆心，经过此点可以作出圆的最长弦为无数条，若该点不为圆心的任意一点，可以作出圆的最长弦为 1 条，故④错误.
3. C 【解析】(1) 如图 1－18：$\triangle OAB'$ 中，$OA=OB'=5$，$AB'=5\sqrt{2}$，
根据勾股定理可知，$\triangle OAB'$ 为等腰直角三角形，$\angle OAB'=45°$；
$\triangle OAC$ 中，$OA=OC=AC=5$，$\triangle OAC$ 为等边三角形，$\angle OAC=60°$.
$\therefore \angle BAC=\angle OAC-\angle OAB'=15°$.

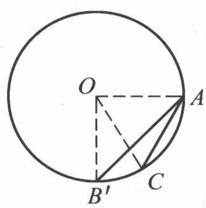


图 1－18

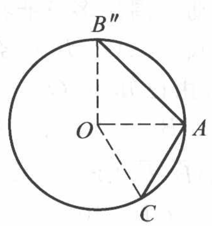


图 1－19

(2) 如图 1－19：同(1)可知 $\angle OAB''=45°$，$\angle OAC=60°$，
$\therefore \angle B''AC=\angle OAB''+\angle OAC=105°$.
$\therefore \angle BAC=15°$ 或 $105°$.
4. $2\sqrt{2}$ 【解析】根据勾股定理可得半径为 $\sqrt{2}$.
5. 8 【解析】在圆中，直径是最长的弦.

课时作业

1. C 【解析】大于半圆的弧为优弧.
2. B 【解析】AB、CE 和 BC 为弦.
3. B 【解析】同圆的半径相等，故 $\angle C=\angle A=15°$，$\angle BOC=30°$.
4. B 【解析】过点 O 作 $OA\perp MN$，利用三角形全等可知 $AM=AN$，$AP=AR$，相减就可以得到 $MP=RN$. 故选 B.
5. D 【解析】由同圆的半径相等，有 $OM=ON$，则 $\angle M=\angle N$，$\angle MON=180°-30°-30°=120°$.
6. 圆心　半径
7. 【证明】$\because OB$、OC 是 $\odot O$ 的半径，
$\therefore OB=OC$.
又 $\because \angle B=\angle C$，$\angle BOE=\angle COF$，
$\therefore \triangle EOB\cong\triangle FOC$.
$\therefore OE=OF$. 又 $\because OC=OB$，
$\therefore CE=BF$.
8. 【解析】$\because DC=OC$，$\angle AOD=40°$，
$\therefore \angle ODC=40°$，$\therefore \angle ECO=80°$；
$\because OD=OE$，
$\therefore \angle ODC=\angle DEO=40°$，
$\therefore \angle BOE=\angle DEO+\angle ECO=120°$.
9. 【解析】$\angle C$ 与 $\angle D$ 相等.
$\because \angle AOB=\angle COD$，
$\therefore \angle BOC=\angle AOD$.
又 $\because OB=OA$，$OC=OD$(同圆的半径相等)，
$\therefore \triangle BOC\cong\triangle AOD$.
$\therefore \angle C=\angle D$.

第2课时 圆的对称性

复习指导

【知识要点】

1. 圆的对称性

(1) 圆的轴对称性:圆是轴对称图形,任何一条直径所在的直线都是它的对称轴.

(2) 圆的中心对称性:圆是以圆心为对称中心的中心对称图形.

(3) 圆的旋转不变性:把圆绕着圆心旋转任意一个角度,都与原来的图形重合,我们把这种性质称为圆的旋转不变性.

2. 弧、弦、弦心距、圆心角之间的关系

(1) 圆心角:顶点在圆心的角叫作圆心角.

(2) 弦心距:从圆心到弦的距离叫弦心距;弦心距也可以说成是圆心到弦的垂线段的长度.

(3) 弧、弦、弦心距、圆心角之间的关系定理:在同圆或等圆中,相等的圆心角所对的弧相等,所对的弦相等,所对弦的弦心距也相等.

(4) 弧、弦、弦心距、圆心角之间的关系定理的推论:在同圆或等圆中,如果两个圆心角,两条弧,两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等,那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

如图 2-1 中,$OE\perp AB$ 于 E,$OF\perp CD$ 于 F,若下列四个等式① $\angle AOB=\angle COD$;② $AB=CD$;③ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$;④ $OE=OF$ 中有一个等式成立,则其他三个等式也成立. 即:如图 2-1,AB、CD 是⊙O 的两条弦,OE、OF 为 AB、CD 的弦心距,

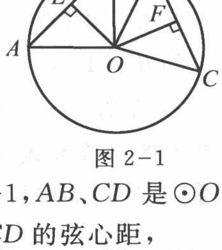


图 2-1

① 如果$\angle AOB=\angle COD$,那么$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,$AB=CD$,$OE=OF$;

② 如果 $AB=CD$,那么$\angle AOB=\angle COD$,$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,$OE=OF$;

③ 如果 $OE=OF$,那么 $AB=CD$,$\angle AOB=\angle COD$,$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$;

④ 如果$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,那么 $OE=OF$,$AB=CD$,$\angle AOB=\angle COD$.

3. 圆心角的度数与它所对弧的度数的关系

(1) 1°的弧:把顶点在圆心的圆周角等分成 360 份时,每一份的圆心角是 1°的角,因为同圆中相等的圆心角所对的弧相等,所以整个圆也被等分成 360 份,我们把每一份这样的弧叫作 1°的弧.

(2) 圆心角度数与它所对弧的度数的关系:圆心角度数和它所对的弧的度数相等.

注意:① 圆心角的度数等于它所对的弧的度数,它与圆的半径无关,也就是说在大小不等的两个圆中,相同度数的圆心角,它们所对的弧的度数相等;反过来,弧的度数相等,它们所对的圆心角的度数也相等. 特别是对于"圆心角的度数与它所对的弧的度数相等",一定要弄清楚这里说的相等指的是"角与弧的度数"相等,而不是"角与弧"相等,因为角与弧是两个不同的概念,不能比较和度量.

② 相等的弧与相同度数的弧含义是不同的. 只有弧的度数和弧的长度都相等的两条弧才是等弧,即等弧一定有相同的度数,而相同度数的弧不一定是等弧.

③ 圆心角与它所对的弧的度数相等,不能写成$\angle AOB=\overset{\frown}{AB}$,正确写法是$\angle AOB$ 的度数$=\overset{\frown}{AB}$ 的度数.

【考情分析】

本课时以圆的有关性质为基础,圆的轴对称性、中心对称性和旋转不变性是学习圆的基础,弧、弦、弦心距、圆心角之间特有的关系是本课时的重点内容.

【复习建议】

复习本课时一定要掌握基本知识，充分理解圆的性质，会用圆的性质解决有关的实际问题．会运用圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系证明一类与圆有关的几何问题，在学习过程中要注意总结辅助线的作法：在圆中，有等弧时，常作等弧所对的弦、等弧所对的圆心角等．

当堂检测

1．下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．等腰梯形　　B．平行四边形

C．正三角形　　D．圆

2．圆的对称轴有（　　）

A．1条　B．2条　C．3条　D．无数条

3．高速公路的隧道和桥梁最多．如图2－2是一个隧道的横截面，若它的形状是以O为圆心的圆的一部分，路面$AB=10$米，净高$CD=7$米，则此圆的半径$OA=$（　　）

A．5　　B．7　　C．$\frac{37}{5}$　　D．$\frac{37}{7}$

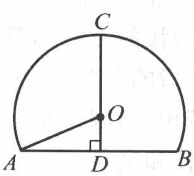


图2－2

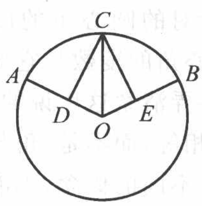


图2－3

4．如图2－3，D、E分别是$\odot O$的半径OA、OB上的点，$CD\perp OA$，$CE\perp OB$，$CD=CE$，则$\overset{\frown}{AC}$与$\overset{\frown}{CB}$弧长的大小关系是________．

5．弦AB把$\odot O$分成两条弧，它们的度数的比是4∶5，则这两条弧的度数分别为________．

学习探究

例1　已知：在$\odot O$中，CD是直径，AB是弦，$CD\perp AB$，垂足为E．如图2－4．求证：$AE=EB$，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$．

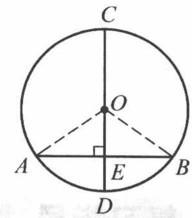


图2－4

分析　利用圆的轴对称性证明．需要说明清楚对应点和对应弧的重合．

证明　连结OA，OB，则$OA=OB$．又$CD\perp AB$，

∴直线CD是等腰$\triangle OAB$的对称轴，也是$\odot O$的对称轴．

∴沿着直径CD折叠时，CD两侧的两个半圆重合，A点和B点重合，AE和BE重合，$\overset{\frown}{AC}$、$\overset{\frown}{AD}$分别和$\overset{\frown}{BC}$、$\overset{\frown}{BD}$重合．

∴$AE=BE$，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$．

点悟　圆既是中心对称图形又是轴对称图形，除此之外，圆还具有旋转不变性，即圆绕它的圆心旋转任意一个角度后，都能够与原来的图形重合，运用这个性质，可以推出圆的其他一些性质，如弦、弧、圆心角的旋转不变性．

例2　如图2－5，已知：AB是$\odot O$的直径，C、D是$\overset{\frown}{BE}$上的三等分点，$\angle AOE=60°$，则$\angle COE$是（　　）

A．40°　　B．60°

C．80°　　D．120°

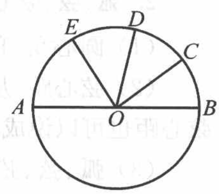


图2－5

分析　由于C、D是$\overset{\frown}{BE}$上的三等分点，所以$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，根据等弧所对圆心角相等，可推得$\angle BOC=\angle COD=\angle DOE$，由于$\angle AOE=60°$，$A$、$O$、$B$三点共线，所以很容易求得$\angle COD$和$\angle DOE$的大小．

解析　∵C、D是$\overset{\frown}{BE}$上的三等分点，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，∴$\angle BOC=\angle COD=\angle DOE$．

∵$\angle AOE=60°$，∴$\angle BOC=\angle COD=\angle DOE=40°$，∴$\angle COE=80°$．故选C．

点悟　在同圆或等圆中，如果两个圆心角，两条弧，两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等．

课时作业

1．同圆中两弦长分别为x_1和x_2，它们所

对的圆心角相等，那么　　　　　　（　　）

A. $x_1>x_2$　　B. $x_1<x_2$

C. $x_1=x_2$　　D. 不能确定

2. 下列说法正确的有　　　　　　（　　）

① 相等的圆心角所对的弧相等；② 平分弦的直径垂直于弦；③ 在同圆中，相等的弦所对的圆心角相等；④ 经过圆心的每一条直线都是圆的对称轴.

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

3. 如图2-6所示，如果的⊙O半径为2，弦$AB=2\sqrt{3}$，那么圆心O到AB的距离OE为（　　）

A. 1　B. $\sqrt{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\sqrt{2}$

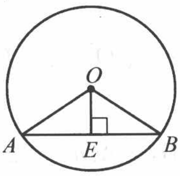


图2-6

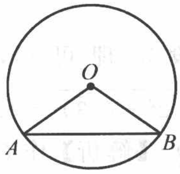


图2-7

4. 如图2-7所示，⊙O的半径为5，弧AB所对的圆心角为120°，则弦AB的长为（　　）

A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$　C. 8　D. $5\sqrt{3}$

5. 一条弦恰好等于圆的半径，则这条弦所对的圆心角为________.

6. 如图2-8，AB是⊙O的直径，P是AB上一点，C、D分别是圆上的点，且$\angle CPB=\angle DPB$，$\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{BC}$，试比较线段$PC$、$PD$的大小关系.

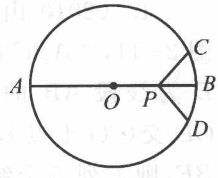


图2-8

7. 如图2-9，$AB=AC$，O为BC的中点，⊙O交AB于E、F，交AC于M、N. 求证：$EF=MN$.

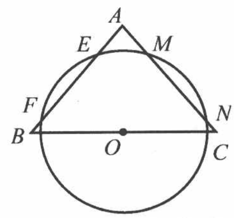


图2-9

8. 如图2-10，⊙O的两条弦AB、CD互相垂直且交于点P，$OE\perp AB$，$OF\perp CD$，垂足分别为E、F，且$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$. 试探究四边形$EOFP$的形状，并说明理由.

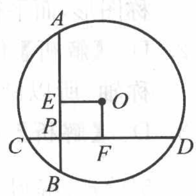


图2-10

老王独家错题本

	错题数	错题比例	错误原因	错误知识点小结
当堂检测				
课时作业				

通过小小错题本，检查本课时所学知识. 做错题不可怕，可怕的是下次还错.

掌握基本知识、基本方法才是最重要的.

中考试题初体验

1. (2010 山东烟台)如图 2-11,$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$,D 为线段 AB 的中点,延长 OD 交$\odot O$于点 E,连接 AE,BE,则下列五个结论:① $AB\perp DE$,② $AE=BE$,③ $OD=DE$,④ $\angle AEO=\angle C$,⑤ $\overset{\frown}{AE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AEB}$,正确结论的个数是 ( )

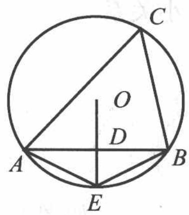


图 2-11

A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

【答案】B

解析 因为点 O 是圆心,OD 平分 AB,根据圆的对称性可以证明出 $AB\perp DE$,$\overset{\frown}{AE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AEB}$,$AE=EB$.由此可知①②⑤正确.③④不能通过推理证明得到.

参考答案

当堂检测

1. D 【解析】利用中心对称图形和轴对称图形的概念,可知等腰梯形、正三角形、圆是轴对称图形,而平行四边形、圆是中心对称图形.
2. D 【解析】任意过圆心的直线都是圆的对称轴,所以圆的对称轴有无数条.
3. D 【解析】设圆的半径为 r,有$(7-r)^2+5^2=r^2$,解得 $r=\frac{37}{7}$,选 D.
4. $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$ 【解析】易证 Rt$\triangle CDO\cong$Rt$\triangle CEO$(HL),得:$\angle AOC=\angle BOC$,即:$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$.
5. $160°,200°$ 【解析】$\frac{4}{9}\times360°=160°$,$\frac{5}{9}\times360°=200°$.

课时作业

1. C 【解析】根据圆心角与弦之间的关系容易得出.
2. B 【解析】① 是错误的,只有在同圆或等圆中才对.② 是错误的,错在平分弦(不是直径的弦),其余两个都正确,故选 B.
3. A 【解析】由等腰三角形"三线合一"与勾股定理可得,$OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$.
4. D 【解析】作 $OC\perp AB$,$\angle AOB=120°$,故$\angle AOC=60°$,$\angle A=30°$,所以 $OC=2.5$,由勾股定理可得,$AC=\frac{5\sqrt{3}}{2}$,从而得 $AB=5\sqrt{3}$.
5. $60°$ 【解析】容易得出弦和半径组成的图形是等边三角形.
6. 【解析】连接 OC、OD,
则$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DB}$,$\therefore \angle BOC=\angle BOD$,
又 $OP=OP$,$\therefore \triangle OPC\cong\triangle OPD$,
$\therefore PC=PD$.
7. 【证明】如图 2-12 过,点 O 作 $OD\perp AB$,作 $OH\perp AC$,D、H 为垂足,连接 AO,$\because AB=AC$,O 为 BC 的中点,$\therefore AO$ 平分$\angle BAC$,因此 $OD=OH$,$\therefore EF=MN$.

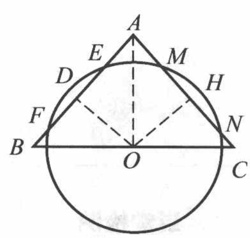


图 2-12

8. 【证明】$\because \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$,$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,$\therefore AB=CD$,$\therefore OE=OF$,$\because OE\perp AB$,$OF\perp CD$,$AB\perp CD$,$\therefore$四边形 $EOFP$ 为正方形.