



· 新课标 · 新课程 · 新方法 · 新思维

多维 解题



| 方法、规律、技巧 | 特别训练

丛书主编◇沈玉兰

分册主编◇姚光春

· 六年级数学 ·

DUOWEI JIETI
FANGFA GUILV JIQIAO TEBIE XUNLIAN

山西出版集团
山西教育出版社

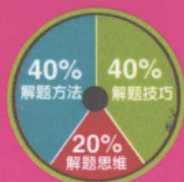


我们的目标



帮优等生入名校, 助中等生考重点, 促后进生强信心

全国一线百名特高级教师联手研发的最新成果——《多维解题》丛书, 是一套真正适用于所有版本教材使用地区学生阅读的通用辅导读物。认真学习该丛书, 可以使学生们摆脱题海, 从容应对各种题目。本书系统、完善地介绍了学习与备考过程中所应当攻克的所有题型, 并且将其分别纳入“基本题型训练”“综合题型训练”“解题思维训练”三大部分, 循序渐进地加以训练, 有效解决了家长和学生最关心的“怎么考, 答什么”的问题。



(1-3 年级: 17 元 • 4、5 年级: 19 元 • 6 年级、应用题: 21 元)

出版策划: 赵 峰
发行总监: 张小平
印装总监: 郭 勋
责任编辑: 赵 峰
复 审: 冉红平
终 审: 刘立平
视觉设计: 阎宏睿

ISBN 978-7-5440-4370-0



定价: 21.00 元

图书在版编目 (C I P) 数据

多维解题：方法、规律、技巧特别训练. 小学数学. 六年级/
沈玉兰, 蒋天庆丛书主编; 姚光春分册主编. —太原: 山西
教育出版社, 2010. 6

ISBN 978 - 7 - 5440 - 4370 - 0

I. ①多… II. ①沈…②蒋…③姚… III. 数学课 - 小学 -
解题 IV. ①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 043107 号

多维解题：方法、规律、技巧特别训练 · 小学数学六年级

出版策划 赵 峰
责任编辑 赵 峰
特邀编辑 孙 茜
复 审 冉红平
终 审 刘立平
发行总监 张小平
印装总监 郭 勋
视觉设计 阎宏瑞

出版发行 山西出版集团 · 山西教育出版社
(太原市水西门街馒头巷 7 号 电话: 4035711 邮编: 030002)

印 装 山西新华印业有限公司
开 本 890 × 1240 1/32
印 张 12.375
字 数 436 千字
版 次 2010 年 6 月第 1 版 2010 年 6 月山西第 1 次印刷
印 数 1—20000 册
书 号 ISBN 978 - 7 - 5440 - 4370 - 0
定 价 21.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。电话:0351 - 4120948



多

线

解

题

训

练

第一章 基本题型训练



专题一 分数

题型 1 分数的乘除计算/3

题型 2 分数的混合运算/10

题型 3 分数的乘除应用题/19

题型 4 分数的复杂应用题 /28

练习作业 /36

练习作业答案 /38



专题二 比和比例

题型 5 比和比例/42

题型 6 比例尺/51

题型 7 按比例分配应用题/57

题型 8 正、反比例应用题/67

练习作业 /72

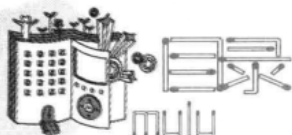
练习作业答案 /73



专题三 分数和百分数

题型 9 分数和百分数/79

题型 10 分数和百分数应用题(一)/84



多

维

解

题

训

练

题型 11 分数和百分数应用题(二)/90

题型 12 纳税和利息/99

题型 13 最佳方案/107

练习作业 /115

练习作业答案 /117



专题四 典型问题

题型 14 工程问题/122

题型 15 浓度问题/132

题型 16 数与页码问题/139

题型 17 行程问题/144

题型 18 利润问题/153

题型 19 平均数问题/160

练习作业 /166

练习作业答案 /167



专题五 圆

题型 20 圆的周长和面积(一)/171

题型 21 圆的周长和面积(二)/176

练习作业 /186

练习作业答案 /187



专题六 圆柱和圆锥

题型 22 圆柱的侧面积和表面积/191



题型 23 圆柱和圆锥的体积/196

练习作业 /203

练习作业答案 /205



专题七 简单统计

题型 24 实践中的可能性/210

题型 25 统计图/214

练习作业 /225

练习作业答案 /228

第二章 培优题型训练

题型 26 计算技巧/235

题型 27 定义新运算/241

题型 28 计数问题/247

题型 29 时钟问题/253

题型 30 变化莫测的图形问题/262

题型 31 变化多端的工程问题/271

题型 32 较复杂的同余问题/279

题型 33 较复杂的行程问题/284

题型 34 概率/292

题型 35 运用比和比例解几何图形问题/299

题型 36 逻辑推理/307

题型 37 离散最值/314

题型 38 容斥原理/320

多

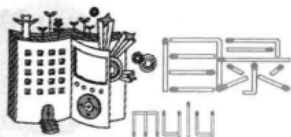
维

解

题

训

练



多

题型 39 观察与归纳/328

第三章 解题思维训练

- 思维训练 1 数形结合, 形象易懂/337
- 思维训练 2 拆项分解, 捷足先登/343
- 思维训练 3 寻找周期, 化难为易/350
- 思维训练 4 找不变量, 搭桥过河/355
- 思维训练 5 妙在假设, 巧辟捷径/361
- 思维训练 6 等价变换, 浅显简易/366
- 思维训练 7 分类讨论, 全面解决/370
- 思维训练 8 化零为整, 柳暗花明/376
- 思维训练 9 逆向推导, 效果特好/381

维

解

题

训

练

基本 题型 训练

第

——

di
yi
zhang

章



专题一 ZHUANTYI

分数

题型1 分数的乘除计算



命题特点

嗯……现在……我们讲一讲……

分数乘法包括两种情况:分数乘以整数,分数乘以分数。一个分数乘以整数,可以用分数的分子和整数相乘的积做分子,分母不变;两个分数相乘,用分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母,是带分数的要先化成假分数。为了计算简便,能约分的要先约分,然后再计算。分数的除法计算是把除法转化为乘法进行计算,即被除数乘以除数的倒数。对一些特殊结构的分数计算要采用特殊的方法,如例题1和例题2。此外,对一些复杂的计算还要运用替换思维法、转化法使计算简单化。



样板试题

看看以前是怎么考的……

例题1 计算(1) $6\frac{3}{5} \times 6\frac{2}{5}$ (2) $20\frac{5}{11} \times 20\frac{6}{11}$

思路导引:此例两道乘法算式都有这样的特点,即整数部分相同,分数部分相加的和为1。这样的两个带分数相乘,可以把整数部分与整数部分加1的和相乘的结果做积的整数部分,两个分数部分相乘的结果做积的分数部分。

解:(1) $6\frac{3}{5} \times 6\frac{2}{5} = 6 \times (6+1) + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = 42 + \frac{6}{25} = 42\frac{6}{25}$

(2) $20\frac{5}{11} \times 20\frac{6}{11} = 20 \times (20+1) + \frac{5}{11} \times \frac{6}{11} = 420 + \frac{30}{121} = 420\frac{30}{121}$

例题2 计算(1) $3\frac{2}{7} \div 7\frac{2}{3}$ (2) $13\frac{4}{9} \div 9\frac{4}{13}$

思路导引:这两道除法的特点为,它们的分子相同且被除数的整数部分与分母交换位置后所得到的数就是除数。此两数相除,可以用原除数的分母做被除数,原被除数的分母做除数。

解:(1) $3\frac{2}{7} \div 7\frac{2}{3} = 3 \div 7 = \frac{3}{7}$

(2) $13\frac{4}{9} \div 9\frac{4}{13} = 13 \div 9 = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$

例题3 计算(1) $\frac{99}{100} \times 99$ (2) $166\frac{1}{20} \div 41$ (3) $1998 \div 1998\frac{1998}{1999}$

思路导引:仔细观察就会发现第(1)小题中的99可以写成 $100-1$,再运用乘法分配律进行计算;第(2)小题中的 $166\frac{1}{20}$ 可以分成一个41的倍数与另一个较小数两数相加,再利用除法性质使运算简便;第(3)小题中的 $1998\frac{1998}{1999}$ 化为假分数时,可把分子用两个数相乘的形式表示,便于约分和计算。

解:(1) $\frac{99}{100} \times 99$
 $= (100 - 1) \times \frac{99}{100}$
 $= 100 \times \frac{99}{100} - 1 \times \frac{99}{100}$
 $= 99 - \frac{99}{100}$
 $= 98\frac{1}{100}$

(2) $166\frac{1}{20} \div 41$
 $= 164 \div 41 + \frac{41}{20} \div 41$



$$=4 + \frac{1}{20}$$

$$=4\frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 1998 \div 1998 \frac{1998}{1999} \\ &= 1998 \div \frac{1998 \times 1998}{1999} \\ &= 1998 \times \frac{1999}{1998 \times 1998} \\ &= \frac{1999}{1998} \end{aligned}$$

例题4 计算 $3.25 \times 1.36 \times 0.625 \div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right)$

思路导引: 本题若按部就班地进行计算, 即繁又容易出错, 若观察除号前的3个乘数、括号内的3个乘数, 则有 $3.25 = 3\frac{1}{4}$, $1.36 = 1\frac{9}{25}$, $0.625 = \frac{5}{8}$, 很容易就找到了解题的突破口, 此即替换思维法。

解: 原式 $= (3.25 \times 1.36 \times 0.625) \div (3.25 \times 1.36 \times 0.625) = 1$

或原式 $= \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right) \div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right) = 1$

例题5 比较 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100}$ 与 $\frac{1}{10}$ 的大小。

思路导引: 若要计算后再比较, 则几乎是不可能的。为了能够计算, 可在分数之间分别插入 $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{98}{99}$, 于是问题便可迎刃而解。

解: 设 $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100}$, 再设 $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7}$

$$\times \cdots \times \frac{98}{99}, \text{ 则有 } A \times B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\text{因为 } \frac{1}{2} < \frac{2}{3}, \frac{3}{4} < \frac{4}{5}, \cdots, \frac{97}{98} < \frac{98}{99}, \frac{99}{100} < 1$$

$$\text{所以 } A < B, \text{ 从而 } A^2 < AB = \frac{1}{100} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$\text{可得 } A < \frac{1}{10}, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100} < \frac{1}{10}$$

举一反三(思维变式题) 噢,过来,悄悄告诉你……

例题6 计算 $1.25 \times 3.9 \times 2.1 \div (3.5 \times 2.5 \times 0.39)$

思路导引1:按运算顺序计算。

$$\begin{aligned} \text{解法1: } & 1.25 \times 3.9 \times 2.1 \div (3.5 \times 2.5 \times 0.39) \\ &= 10.2375 \div 3.4125 \\ &= 3 \end{aligned}$$

思路导引2:根据“分数与除法的关系: $a \div b = \frac{a}{b}$ ”,先把原式转化为分数形式,然后再约分计算。

$$\begin{aligned} \text{解法2: } & 1.25 \times 3.9 \times 2.1 \div (3.5 \times 2.5 \times 0.39) \\ &= \frac{1.25 \times 3.9 \times 2.1}{3.5 \times 2.5 \times 0.39} \\ &= 3 \end{aligned}$$

例题7 计算 $333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81}$

思路导引1:此题可以先把带分数化成假分数,然后根据分数除法的计算法则(除以一个数,即乘以这个数的倒数)计算就可以了。

$$\text{解法1: } 333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81} = \frac{37407}{112} \times \frac{1}{37} \times \frac{56}{81} = 6 \frac{13}{54}$$

思路导引2:先把 $333 \frac{111}{112}$ 拆成 $333 + \frac{111}{112}$,再运用乘法分配律



进行计算。

$$\begin{aligned}
 \text{解法 2: } & 333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81} \\
 &= (333 + \frac{111}{112}) \times \frac{1}{37} \times \frac{56}{81} \\
 &= (333 \times \frac{1}{37} + \frac{111}{112} \times \frac{1}{37}) \times \frac{56}{81} \\
 &= (9 + \frac{3}{112}) \times \frac{56}{81} \\
 &= 9 \times \frac{56}{81} + \frac{3}{112} \times \frac{56}{81} \\
 &= 6 \frac{13}{54}
 \end{aligned}$$



错题诊疗

看了……以后就不会再错了……

例题 8 计算 $238 \div 238 \frac{238}{239}$

$$\begin{aligned}
 \text{错误解法: 原式} &= 238 \div (238 + \frac{238}{239}) \\
 &= 238 \div 238 + 238 \div \frac{238}{239} \\
 &= 1 + 238 \times \frac{239}{238} \\
 &= 1 + 239 \\
 &= 240
 \end{aligned}$$

诊疗



计算 $238 \div (238 + \frac{238}{239})$ 时, 错误运用分配率。 $238 \div (238$

$+\frac{238}{239}$ 的正确结果是 $\frac{239}{240}$ 。

$$\begin{aligned} \text{正确解法: } & 238 \div 238 \frac{238}{239} \\ &= 238 \div \frac{238 \times 239 + 238}{239} \\ &= 238 \times \frac{239}{238 \times 239 + 238} \\ &= 238 \times \frac{239}{238 \times (239 + 1)} \\ &= 238 \times \frac{239}{238 \times 240} \\ &= \frac{239}{240} \end{aligned}$$

反复训练

——不留神,就把这部分内容掌握了……

习题 1 计算: $\frac{181818}{218218} \times \frac{182182}{818181}$

习题 2 计算: $163 \frac{1}{13} \div 41 \frac{1}{39}$

习题 3 计算: $\frac{123454321}{55555 \times 55555}$

习题 4 用 A 表示乘积 $\frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \cdots \times \frac{1000000}{1000001}$, 问 A 与

0.03 哪个大?



可不要提前偷看哟!

分析与
解答

习题 1 分析与思考: 181818、818181 都是两位数重复三遍得到的六位数, 所以分别有约数 18 和 81。同样,



218218 有约数 218, 182182 有约数 182, 所以可先把各分子、分母约分后再计算。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{181818}{218218} \times \frac{182182}{818181} \\
 &= \frac{18 \times 10101}{218 \times 1001} \times \frac{182 \times 1001}{81 \times 10101} \\
 &= \frac{18 \times 182}{218 \times 81} \\
 &= \frac{182}{981}
 \end{aligned}$$

习题 2 分析与思考: 仔细观察可知, $\frac{1}{13}$ 是 $\frac{1}{39}$ 的 3 倍, 41 的 3 倍是 123, 所以先将 $163 \frac{1}{13}$ 拆成 $123 \frac{1}{13} + 40$, 再用分配率进行计算便可使问题简化。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & 163 \frac{1}{13} \div 41 \frac{1}{39} \\
 &= (123 \frac{1}{13} + 40) \div 41 \frac{1}{39} \\
 &= 3 + 40 \div 41 \frac{1}{39} \\
 &= 3 + 40 \div \frac{41 \times 39 + 1}{39} \\
 &= 3 + 40 \div \frac{40 \times 39 + 39 + 1}{39} \\
 &= 3 + 40 \times \frac{39}{40 \times 40} \\
 &= 3 + \frac{39}{40} \\
 &= 3 \frac{39}{40}
 \end{aligned}$$

习题 3 分析与思考: 把 123454321 分解成 $11111 \times$



多

维

解

题

训

练

11111, 55555 $\times$ 55555 分解成 $5 \times 5 \times 11111 \times 11111$ 后进行约分, 问题便会迎刃而解。

$$\text{解: } \frac{123454321}{55555 \times 55555} = \frac{11111 \times 11111}{5 \times 5 \times 11111 \times 11111} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$$

习题4 分析与思考: 题目中所给的式子不容易化简, 要判断它与 0.03 谁大谁小比较困难, 因此我们应当想办法进行化简。如果在式子中添上 $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{9}{10}$... 这样一些分数相乘, 那么经过约分, 式子就简单多了。

$$\text{解: 设: } B = \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \cdots \times \frac{1000001}{1000002}$$

$$\text{因为 } \frac{4}{5} < \frac{5}{6}, \frac{6}{7} < \frac{7}{8}, \frac{8}{9} < \frac{9}{10}, \frac{1000000}{1000001} < \frac{1000001}{1000002},$$

$$\text{所以 } A^2 < A \times B$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{1000000}{1000001} \times \frac{1000001}{1000002} \\ &= \frac{4}{1000002} < \frac{4}{1000000} \end{aligned}$$

$$\text{而 } \frac{4}{1000000} = \left(\frac{2}{100} \right)^2 = (0.02)^2,$$

根据不等式的性质, 可得

$A < 0.02 < 0.03$, 即 A 与 0.03 比, 0.03 大。

题型2 分数的混合运算



命题特点

嗯……现在……我们讲一讲……

分数的四则混合运算的顺序和整数的四则混合运算的顺序相同。进行分数的四则混合运算, 要注意见到题目时先别急于动笔算, 应该通观全局, 看一看有哪些运算, 有哪些数据, 有无括号等。待看清题目的全貌, 看透内在的联系后, 才能产生出正确的计算