



普通高等教育“十一五”力学规划教材
湖北省精品课程教材

材料力学

(第二版)

Mechanics of Materials

倪樵 李国清 钱勤 编

■ 华中科技大学出版社

普通高等教育“十一五”力学规划教材
湖北省精品课程教材

材 料 力 学

(第二版)

倪 樵 李国清 钱 勤 编

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书是湖北省高等院校精品课程教材。本书着力突出材料力学的基本内容及相应的工程背景,并保持基本理论的通用性和完整性。知识体系是以杆件的基本变形到杆件的组合变形为主线,讲述材料的力学性能、内力、应力应变与变形,分析杆件的强度、刚度及稳定性。

全书共分十章,内容包括导论,轴向拉压(含连接部分的强度计算)、扭转和弯曲,应力状态和强度理论,组合变形,能量法(含超静定分析、冲击应力),压杆稳定和疲劳强度概述。

本书适用于高等院校机械(含能源动力、材料)、土木(含建筑、环境、交通工程)、船舶与海洋工程、航空航天等专业的教学,可供中、长学时的材料力学课程选用。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(第二版)/倪樵 李国清 钱勤 编. —武汉:华中科技大学出版社,2010年3月
ISBN 978-7-5609-3651-2

I. 材… II. ①倪… ②李… ③钱… III. 材料力学-高等学校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 030095 号

材料力学(第二版)

倪 樵 李国清 钱 勤 编

策划编辑:徐正达

责任编辑:刘 勤

责任校对:周 娟

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:武汉佳年华科技有限公司

印 刷:华中科技大学印刷厂

封面设计:刘 卉

责任监印:熊庆玉

开本:710mm×1000mm 1/16

印张:16.25

字数:320 000

版次:2010年3月第2版

印次:2010年3月第3次印刷

定价:25.80元

ISBN 978-7-5609-3651-2/TB·82

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

第一版前言

目前,相当多院校的机械及土木等专业的材料力学教学课时定为 60~70 学时,相应的教学内容与十多年前相比也有了一些变化,有鉴于此,并以教育部颁发的“材料力学教学基本要求”为依据,我们编写了本书。

材料力学的内容是经典而实用的。多年的教学实践告诉我们,材料力学的学习不可能一蹴而就,必须经过必要的时间积累和基本技能的训练,才能掌握材料力学的基本内容,为后续专业知识的学习夯实基础。同时,学习材料力学对于启迪学生们的思维也大有益处(对教师何尝不是如此)。在崇尚素质教育的今天,编者一直认为,学好材料力学乃至其他力学知识是最有效的素质教育之一。君不见,一个小小的杆件模型,对应于多少实际的工程结构:小到一根轴,大到一条船、一座高楼等,其间的故事,无不凝聚着力学先驱者的巧妙构思,构成了工业文明进程的一个缩影。

因此,本书着力突出材料力学的基本内容及相应的工程背景,并保持基本理论的完整性,避免知识点的跳跃,这样更便于教与学。知识体系是以杆件的基本变形到杆件的组合变形为主线,讲述材料的力学性能、内力、应力应变与变形,分析杆件的强度、刚度及稳定性。

在保持基本理论完整的同时,对于其基本问题的讲述和基本技能的训练将更多地以例题的形式出现,有些拓展的内容将出现在思考题或习题里(配有提示),供教师选讲。

通用性是本书的另一特点。如统一规定将弯矩图画在梁的受拉侧,这对于机械专业的后续课程毫无影响,也与结构力学等课程(土木专业)有良好的衔接,并辅以不同类型的例题和习题,使之能适合机械(含能源动力、材料)、土木(含建筑、环境、交通工程)及航空航天等专业的教学需要。

如何在有限的篇幅内,介绍材料力学的经典内容,并贴近时代的需求,是一个令编者费思的问题。故本书对一些重复的内容,择其要点加以讲述,如平面应力分析,重点介绍莫尔应力圆方法;对于一些学生在短时间内难以掌握,或对后续课程影响不大的内容作适当的取舍,如将能量法中有关余能的内容舍去,有关连接部分强度分析内容也作了适当压缩。由于有限元结构分析软件的普及,本书只介绍一次(含简化到一次)超静定问题,且将其和冲击应力问题等都归于能量法这一章,并重点介绍虚功原理(此乃有限元结构分析的基础),对用力法解超静定问题的内容作了适当压缩。而对于有些生产实际中迫切需要的、或在结构规范中已更新的内容,在本教材里将加以讲述,如材料疲劳的线性累积损伤理论、压杆稳定的折减系数法等。

第二版前言

本教材的第1版自2006年1月问世以来,经过了4年的使用,获得教师和学生的好评。为更好地适应当前教学的需求,在充分征求教师意见的基础上,编者于2009年3月着手对其进行修订,主要是对各章节例题和习题进行适当增减,对文字的表述作了进一步的斟酌;同时,根据国家标准对名词术语、物理量和单位的名称、符号等进行了全面的校正。修订工作旨在突出本课程基本的教学要求,提高教材的适用面,使教师在使本书时更加灵活,方便不同层次的教学,也方便学生的自学。当然,新版仍保留了原版内容完整、概念深入浅出和篇幅紧凑的特色。

修订工作得到了华中科技大学材料力学教学团队全体同仁的倾力支持和华中科技大学出版社的大力协助,特此致谢!

虽然编者尽了全力,但本书的缺点仍难以避免,恳请使用者不吝指出。

编 者

2010年元月15日

本书由倪樵、李国清、钱勤编写，倪樵负责统稿。参加编写的还有姜振球副教授，华中科技大学材料力学课程组的全体同仁也都参与了本书的构思、内容安排等讨论，其中梁枢平教授仔细审阅了本书的初稿，并提出了许多建设性的意见。对此，编者表示衷心的感谢。

编者还要特别感谢力学系的尹莉、刘攀、王琳、张强、金刚、艾国庆、鄢之等诸位研究生，他们为本书的插图绘制、例题和习题的校对、初稿录入等付出了艰苦的劳动，为本书的完成立下了汗马功劳。

本书的编写还参考了很多流行的材料力学教材(列在书后)；华中科技大学教务处、力学系的领导也十分关注本书的编写，并为此提供了良好的环境；华中科技大学出版社为本书的出版提供了大力支持。对此，编者一一表示感谢。

限于编者的水平，本书的缺点、错误在所难免，恳请使用者不吝赐教，以便今后改进。

编 者

2006 年 1 月于华中科大喻园

目 录

第 1 章 引论	(1)
1.1 材料力学的任务和研究内容	(1)
1.2 强度、刚度和稳定性	(1)
1.3 可变形固体的性质及基本假设	(2)
1.4 弹性体受力与变形特征	(3)
1.5 杆件受力与变形的基本形式	(4)
第 2 章 轴向拉伸和压缩	(5)
2.1 截面法 轴力及轴力图	(5)
2.2 应力 拉压杆的应力	(7)
2.3 拉压杆的变形 胡克定律	(11)
2.4 材料在拉伸和压缩时的力学性能	(16)
2.5 安全因数 许用应力 强度条件	(21)
2.6 连接部分的强度计算	(26)
2.7 拉压超静定问题	(30)
2.8 热应力 初应力	(31)
思考题	(35)
习题	(35)
第 3 章 扭转	(41)
3.1 传动轴的动力传递 扭矩	(41)
3.2 薄壁圆轴的扭转 切应力互等定理	(43)
3.3 圆轴扭转时的应力 强度条件	(45)
3.4 圆轴扭转时的变形 刚度条件	(49)
3.5 扭转专题简介	(54)
思考题	(58)
习题	(58)
第 4 章 弯曲强度	(63)
4.1 平面弯曲梁的内力	(63)
4.2 弯曲正应力	(75)

4.3 弯曲切应力	(81)
4.4 梁的强度条件与合理强度设计	(85)
4.5 弹塑性弯曲简介	(89)
思考题	(90)
习题	(91)
第5章 弯曲变形	(97)
5.1 挠度和转角 梁变形基本方程	(97)
5.2 叠加法求梁的变形	(101)
5.3 梁的刚度条件 合理刚度设计	(103)
5.4 简单超静定梁	(105)
思考题	(109)
习题	(109)
第6章 应力状态与强度理论	(113)
6.1 应力状态的概念	(113)
6.2 平面应力状态 主应力	(114)
6.3 三向应力状态简介	(120)
6.4 广义胡克定律	(122)
6.5 平面应力状态下的应变分析	(124)
6.6 应变能密度 畸变能密度	(126)
6.7 强度理论 相当应力	(129)
思考题	(136)
习题	(136)
第7章 组合变形杆的强度	(140)
7.1 弯曲与拉伸(压缩)的组合 截面核心	(140)
7.2 弯曲与扭转的组合	(146)
7.3 非对称弯曲 弯曲正应力的普遍公式	(149)
7.4 开口薄壁梁的切应力 剪切中心	(154)
7.5 复合梁的强度	(157)
思考题	(160)
习题	(160)
第8章 能量法	(166)
8.1 杆件的应变能 克拉贝隆原理	(166)

8.2 卡氏定理 互等定理	(170)
8.3 虚功原理	(174)
8.4 单位力法 图乘法	(176)
8.5 超静定问题 力法正则方程	(182)
8.6 冲击应力	(187)
思考题	(190)
习题	(190)
第 9 章 压杆稳定	(195)
9.1 细长压杆的欧拉临界压力	(195)
9.2 中、小柔度压杆的临界应力	(200)
9.3 压杆的稳定条件	(203)
9.4 压杆的合理设计	(207)
9.5 用能量法求压杆的临界荷载	(203)
思考题	(211)
习题	(211)
第 10 章 疲劳强度概述	(214)
10.1 交变应力 循环特征	(215)
10.2 S-N 曲线和材料的疲劳极限	(216)
10.3 影响构件疲劳极限的主要因素	(217)
10.4 构件的疲劳强度计算	(222)
10.5 Miner 线性累积损伤理论	(226)
思考题	(228)
习题	(228)
附录 A 平面图形的几何性质	(230)
A.1 静矩、惯性矩与惯性积	(230)
A.2 平行移轴公式	(232)
A.3 转轴公式 主惯性轴与主惯性矩	(234)
思考题	(237)
习题	(238)
附录 B 型钢表	(240)
附录 C 几种简单荷载作用下梁的挠度与转角	(245)
附录 D 习题参考答案(部分)	(246)
参考文献	(252)

第1章 引 论

1.1 材料力学的任务和研究内容

材料力学的任务是研究杆件承受荷载时产生的内力、应力和变形以及导致失效的原因和控制失效的准则,并在此基础上建立工程构件安全设计的基本方法。

材料力学是应用力学的一个分支,属经典力学的范畴。它的的研究内容涉及两个学科:一是固体力学学科,它研究可变形固体在荷载作用时的应力、变形等力学行为;二是材料学科,它研究固体材料在荷载作用下所表现出力学性能和失效行为。本书所讨论的固体仅限于杆、轴和梁等构件,其几何特征是它们的纵(轴)向尺寸远大于其横向尺寸,这类构件统称为杆件或一维结构。相当多的工程构件都可以简化为杆件或杆件的组合。当然,材料力学只研究材料宏观的力学行为,不涉及材料的微观机理。

鉴于研究对象的复杂性,有很多工程问题仅靠理论分析是不能得到有效处理的,而必须辅以试验测定之手段,两者的互动融合,使材料力学成为一门理论性、实践性较强的专业基础知识。因此,材料力学的分析方法是在试验基础上,对所研究的问题做出一些科学的假设,将复杂的问题加以简化,从而得到便于实际应用的分析手段。

1.2 强度、刚度和稳定性

为了保证机械系统或整个结构的正常工作,其中的每个零部件或构件都必须能够正常地工作,这就要求每个构件具有足够的强度、刚度和稳定性。

强度(strength)是指构件在外力作用下抵御破坏(断裂)或显著塑性变形的能力。

刚度(stiffness)是指构件在外力作用下抵御变形的能力,即其变形不应超过工程上允许的范围。

稳定性(stability)是指构件在某些受载形式(例如轴向压力)下保持或恢复原有平衡形式的能力,即其平衡形式不会发生突然转变。

如果强度不足,起重机钢丝绳会断裂,压力容器会破裂,大型水坝会被洪水冲垮,这些都导致重大的安全事故。如果刚度不足,桥梁结构的变形过大会影响车辆的通行安全;机床主轴的变形过大会影响其加工精度;机械零件的变形过大会影响整个系统的平稳运行,产生过大的噪声以及导致零部件的过量磨损。如果稳定性不足,承压细长杆会突然变弯,承压薄壁构件时会发生折皱等,这些都称为失稳。失稳会使结构

迅速丧失承载能力而被破坏,建筑物的立柱失稳会导致建筑物的坍塌就是一例。

工程构件安全设计的基本要求可归结为两条:安全性和经济性。首先要求构件满足强度、刚度和稳定性的要求,其次要求构件具有最佳的几何形状,材料消耗少,使整个设计达到精巧、自重轻、造价省,取得最好的经济效益。但安全性与经济性这两方面的要求往往是互相矛盾的。材料力学的任务,就是为了科学地解决这一对矛盾,提供受载构件的强度、刚度和稳定性分析的理论及具体的计算方法。

1.3 可变形固体的性质及基本假设

制造构件的材料,其性质可谓多种多样,但共有一特点,就都是固体,而且在外力作用下都会产生变形,即几何形状或尺寸都将发生变化,这些材料称为可变形固体。固体的变形可分为两类:一类是撤除外力后可以完全自行消除的变形,称为弹性变形;另一类是撤除外力后不能消除而被永久保留下来的变形,称为塑性变形或残余变形。固体材料受力较小时,在变形的初期阶段一般只发生弹性变形,受力较大时会同时发生弹性变形和塑性变形。只发生弹性变形的固体称为弹性体或弹性材料,大多数工程构件在正常工作条件下只容许产生弹性变形,因此材料力学所研究的材料主要是弹性材料。在对材料进行强度、刚度和稳定性分析时,通常先略去一些次要因素,将它们抽象为理想化材料,建立力学模型,然后再进行计算。材料力学对可变形固体有以下两个基本假设。

1. 均匀连续性假设(homogeneity and continuity assumption)

认为构件在整个几何空间内毫无空隙地充满了相同的物质,其组织结构处处相同,而且是密实、连续的。

实际上,从物质结构上看,各种材料都是由无数颗粒组成的,而且各颗粒的性质也不尽一致,如金属中的晶粒,混凝土中的石子、沙和水泥等。物质内部还存在着不同程度的空隙,如气孔、杂质等。当所考察的物体几何尺度足够大,而且所考察的物体中的点都是宏观尺度上的点(所谓宏观尺度上的点,应理解为物体中的一微小体积单元(微体),例如,对于金属材料,通常取 $0.1\text{ mm} \times 0.1\text{ mm} \times 0.1\text{ mm}$ 作为微体的最小尺寸;对于混凝土,需取 $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ 作为微体的最小尺寸;这样才能保证所取的微体中包含足够多数量的基本组成部分)时,就可以忽略材料内部微观尺度的空隙和非均匀性的影响,认为材料是均匀连续的。

根据这一假设,可以从构件内任意截取一部分来研究,然后将研究结果推广于整个构件,而且构件中内力和变形都将是连续的,因而可以表示为各点坐标的连续函数,这有利于建立相应的数学模型,所得到的理论结果便于实际应用。

2. 各向同性假设(isotropy assumption)

在所有方向上均有相同的物理和力学性能的材料,称为各向同性(isotropy)材料。如果材料在不同方向上具有不同的物理和力学性能,则称这种材料为各向异性

(anisotropy)材料。

大多数工程材料虽然微观上不是各向同性的,例如金属材料,其单个晶粒呈**结晶各向异性**(anisotropy of crystallographic),每一个晶粒的力学性质具有方向性,但当它们形成多晶聚集体的金属时呈随机取向,而且金属构件所含晶粒极多,按统计学观点,其宏观力学性质可认为是各向同性的——虽然金属材料经过辗压加工,将呈现轻微的各向异性。均匀的非晶体材料,如塑料、玻璃、混凝土等,一般都认为是各向同性的。木材、由增强纤维(如碳纤维、玻璃纤维等)与基体材料(如环氧树脂、陶瓷等)制成的复合材料,其整体的力学性能呈现出明显的方向性,属于各向异性材料。材料力学中所涉及的材料一般都是各向同性的。

材料力学所研究的构件在承受外力时,其变形量一般远小于构件的原始尺寸,称为**小变形**,因此,在进行分析计算时,均以原始尺寸为依据,而忽略变形的影响。所以材料力学对构件的变形还有一限定性条件——**小变形条件**。

总之,在材料力学中把实际材料看成是均匀连续、各向同性的可变形固体,而且在大多情况下其变形是在弹性范围内和满足小变形条件的。

1.4 弹性体受力与变形特征

外界对构件的作用力称为**外力(荷载)**。按其作用方式外力可分为**体积力**和**(表面)力**。物体的重力、惯性力等是体积力;作用于容器内壁上的气压、水对坝体的压力以及两物体间的接触压力属面力,当面力的作用面积很小时,又可将面力简化为**集中力**。

弹性构件受荷载作用时,内部将产生**内力**。这种内力不同于物体固有的内力,而是一种由于变形而产生的附加内力(简称**内力**)。求出内力,是对构件进行强度、刚度和稳定性分析的第一步。由于弹性体在外力作用下处于平衡,因此弹性体中任何一部分应满足整体的平衡条件,这表明,弹性体由变形引起的内力不能是任意的。这是弹性体受力、变形的第一个特征。

在外力(设其在强度范围内)作用下,弹性体的变形应使弹性体的各相邻部分既不能断开,也不能发生重叠的现象。图 1.1 所示的是从一弹性体中取出的两相邻部分的三种变形状况,其中,图 1.1a、b 所示的两种情形是不正确的,只有图 1.1c 所示的情形是正确的。这表明,弹性体受力发生的变形也不是任意的,而必须满足**协调**(compatibility)一致(几何相容)的要求。这是弹性体受力、变形的第二个特征。



图 1.1

试验表明,弹性体受载时的变形还与材料的物性有关。这种关系,称为**物性关系**(constitutive relation)(物理关系/本构关系)。

所以,材料力学分析问题要从平衡方程、几何协调和物理关系这三个方面着手,这也是固体力学分析问题的基本方法。

1.5 杆件受力与变形的基本形式

实际杆件受力是多种多样的,但都可以归纳为四种基本受力和变形形式:轴向拉伸(或压缩)、剪切、扭转和弯曲,以及由其中两种或两种以上基本受力和变形形式叠加而成的组合受力与变形形式。

轴向拉伸或压缩(axial tension or compression)——当杆件两端承受沿轴线方向的拉力或压力荷载时,杆件将产生轴向伸长或压缩变形,分别如图 1.2a、b 所示。图中实线为变形前的构形,虚线为变形后的构形(下同)。

剪切(shear)——杆件距离很近的、相互平行的相邻截面(不一定是横截面)产生错动变形,称之为杆件的剪切变形。图 1.2c 所示为杆件剪切变形的典型形式。

扭转(torsion)——当杆件受扭矩(其矢量方向沿杆轴线的外力偶)作用时,杆件将产生扭转变形。图 1.2d 所示为圆轴的扭转。

弯曲(bending)——当杆件受横向荷载作用时,如其轴线变弯成曲线,则称之为弯曲变形。图 1.2e 所示为梁的纯弯曲。

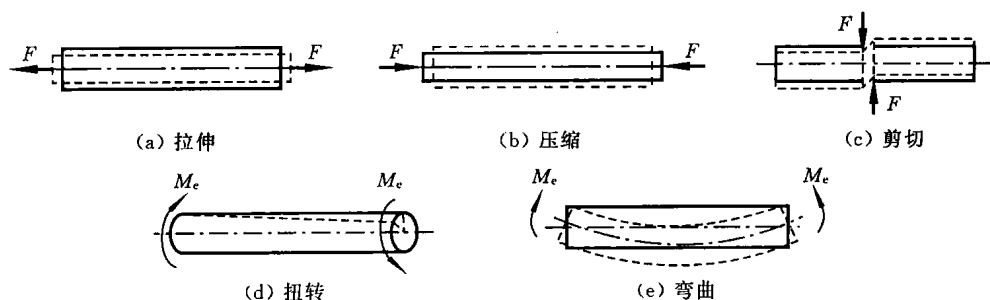


图 1.2

组合受力与变形(complex loads and deformation)——由上述基本受力形式中的两种或两种以上共同形成的受力与变形即为组合受力与变形。

实际杆件的受力状况不管多么复杂,在一定的条件下,都可以简化为基本受力形式的组合。工程上将受拉杆件统称为拉杆,简称杆(rod);受压杆件称为压杆或柱(column);受扭杆件称为轴(shaft);受弯杆件称为梁(beam)。

第 2 章 轴向拉伸和压缩

轴向拉伸压缩是杆件的基本变形之一。图 2.1 所示的钢拉杆及图 2.2 所示的连杆,分别为杆件轴向拉伸与轴向压缩的实例。

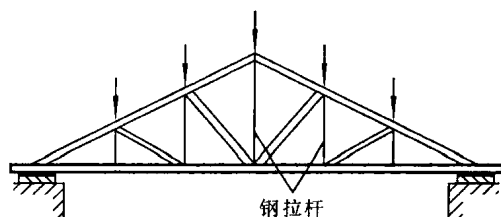


图 2.1

轴向拉伸压缩受力特点是:杆件所受外力或其合力的作用线沿杆的轴线,而杆件的主要变形则为轴向伸长或缩短,可用图 2.3a、b 表示。这种只反映杆件几何特征和受力特征的简化图形,称为受力简图。作用线沿杆件轴线的荷载称为轴向荷载。以轴向拉压为主要变形的杆件,称为拉压杆。

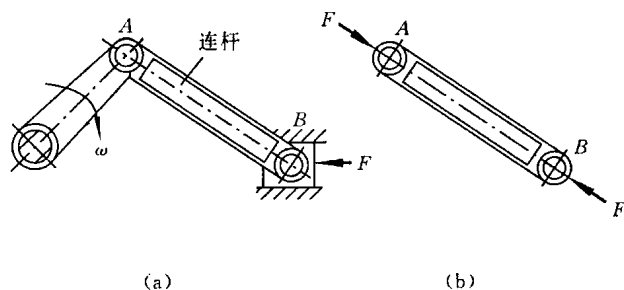


图 2.2

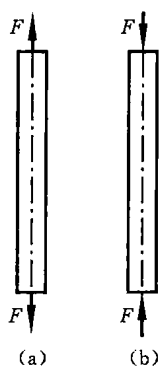


图 2.3

本章主要研究拉压杆的内力、应力,材料的力学性能,拉压杆的强度、变形计算(包括连接部分的强度计算),以及拉压超静定问题。

2.1 截面法 轴力及轴力图

如第 1 章所述,求出内力是材料力学分析问题的第一步。由于内力是杆件内部因变形而产生的相互作用力,为了显示和计算内力,用一假想的平面将杆件截开,分成两部分(图 2.4),以其中任一部分为研究对象,利用平衡条件将截面上的内力求

出,即所谓的截面法。

图 2.4a 所示为杆件受力的一般情况,杆件在外力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 作用下处于平衡状态。为求杆件内某一指定横截面 $m-m$ 上的内力,用截面法将杆件沿截面 $m-m$ 分为两部分,显示出内力。由材料的连续性假设知,截面上的内力一般是一个空间连续分布力系。将该力系向截面形心 C (截面与轴线的交点) 简化(图 2.5a),得到主矢 F_R 和主矩 M ,将它们沿坐标轴分解,得到如图 2.5b 所示的六个内力分量,即轴力 $F_N(F_x)$,剪力 $F_{Sy}(F_y), F_{Sz}(F_z)$,扭矩 $T(M_x)$,弯矩 M_y, M_z 。取任一部分作为研究对象(图 2.4b),依其平衡条件就可求得这六个内力分量。

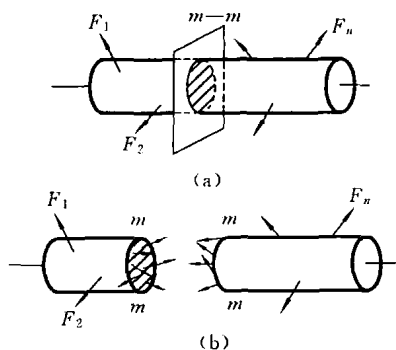


图 2.4

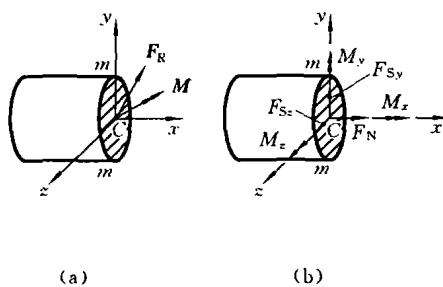


图 2.5

对于在两端只作用有一对轴向拉力(或压力) F 的杆件(图 2.6a),截开后取部分 I (左段)分析,横截面 $m-m$ (其位置用 x 表示)的内力分量仅为 $F_N(x)$,由平衡条件知其作用线必与杆的轴线重合(与 F 共线),如图 2.6b 所示,故称为轴力,其值可由平衡方程求得,即

$$\sum F_x = F_N(x) - F = 0 \Rightarrow F_N(x) = F$$

即杆件任一横截面上的轴力 $F_N(x)$,大小等于 F ,方向与 F 相反且沿同一作用线(即杆的轴线)。若取部分 II (右段)作为研究对象(图 2.6c),同样可以求出轴力 $F_N(x)$ 。

为了研究方便,对轴力的符号作出如下规定:凡使杆件产生纵向伸长变形的为正,使其产生缩短变形的为负;也就是说,轴力的方向与截面的外法线方向一致时为正,反之为负。图 2.6b、c 所示的轴力 F_N 均为正值。

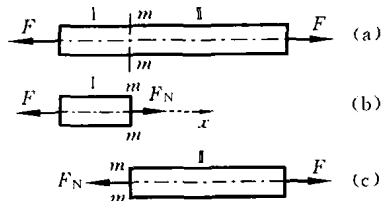


图 2.6

一般而言,轴力是横截面位置 x 的函数。为了清楚地显示轴力随横截面位置变化的情况,以便确定最大轴力及其所在位置,可用横轴表示横截面位置,用纵轴表示轴力之值(正值向上),从而可绘出 $F_N(x)$ 的函数图形。这种图形称为轴力图,即拉压杆件的内力图。

请读者考虑,如果将图 2.6a 中杆左端的作用

的力 F 移至杆长的中点, 杆的轴力又如何? 由此可以推论: 刚体静力学中的力(或力偶)的可移性原理一般不适用于可变形固体。

例 2.1 图示一直杆受轴向外力作用, 试画该杆的轴力图。

解 此杆在 A、B、C、D 四处受四个轴向外力作用(A 处的为反力), 故轴力应分 AB、BC、CD 三段来计算。应用截面法, 分别在三段中部截开, 设截面上待求的轴力为正, 即拉力, 如图 b 所示, 然后对截开的三部分应用平衡方程

$$\sum F_x = 0$$

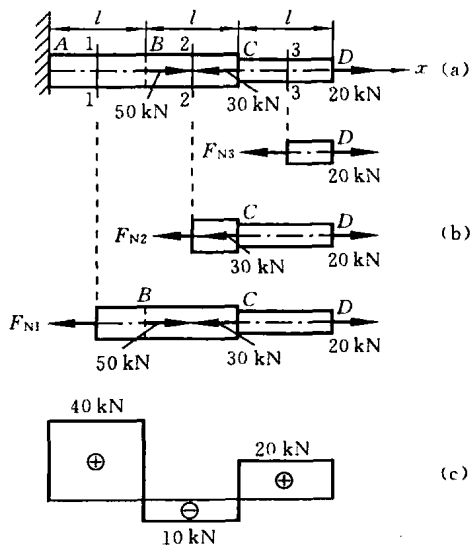
即可求得三段的轴力

$$F_{N1} = (50 + 20 - 30) \text{ kN} = 40 \text{ kN}$$

$$F_{N2} = -(30 - 20) \text{ kN} = -10 \text{ kN}$$

$$F_{N3} = 20 \text{ kN}$$

根据以上结果画出轴力图(图 c)。



例 2.1 图

2.2 应力 拉压杆的应力

在确定杆的轴力之后, 还不能分析杆的强度。例如, 有两根材料相同的杆件, 一根较粗, 一根较细, 在相同轴向拉力作用下, 两杆的轴力是相等的, 但细杆可能被拉断而粗杆不断。这就说明, 杆的强度不但与杆的内力有关, 还与杆横截面的几何尺寸有关, 当然还与材料的性质有关。因此, 在研究杆的强度时, 必须考虑杆横截面上某一点(微面元)上所受之力, 这就需要引入一个新的概念——应力(stress)。

1. 应力

如上所述, 用截面法求得的内力或内力分量反映的是截面上连续分布力系的合力(图 2.5)。为了描述截面上内力的分布情况, 需要计算应力, 应力是分布内力在一点的集度。

分析受力构件某一截面上任一点 K 处的应力, 可围绕 K 点取一微面积 ΔA (图 2.7a), 设 ΔA 上作用的内力为 ΔF , 则 ΔA 上的平均应力 $\bar{p}$ 可表示为

$$\bar{p} = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

一般情况下, 内力在截面上并非均匀分布。令 ΔA 趋于零, 即得到点 K 处的应力 p 为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (2-1)$$

由上述定义可知:

(1) 应力定义在截面内的一点处。一般来说,同一截面上不同点处的应力是不同的,同一点在不同方位截面上的应力也是不同的。

(2) 应力是一个矢量*。

(3) 应力的量纲为[力/面积]。在国际单位制中,应力的单位是 N/m^2 ,称为帕(Pa),在实际中多采用 MPa, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2$ 。

对给定的微元面,将应力矢量分解为沿截面法向的分量和沿截面切向的分量,分别称为正应力(normal stress)和切应力(shear stress),分别记为 σ 和 τ (图 2.7b)。

2. 平面假设 拉压杆横截面上的应力

根据以上分析,轴力为拉压杆横截面上各点处内力之合力,且通过横截面的形心(杆的轴线),显然,横截面上各点处的切应力不可能对轴力有任何贡献,因为它们与轴线垂直,只有正应力才能合成轴力,即

$$F_N = \int_A \sigma dA \quad (2-2)$$

式中,轴力 F_N 、横截面面积 A 均已知,需要确定正应力 σ 。仅从式(2-2)来看,要求出 σ 存在着数学上的困难。只有通过拉伸试验,实际观测杆的变形情况,分析其特点,再确定 σ 。

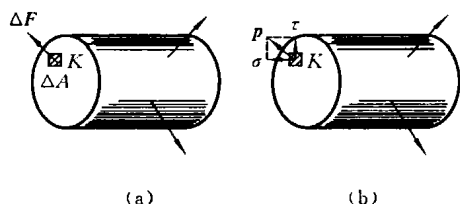


图 2.7

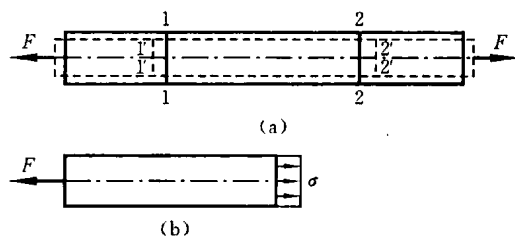


图 2.8

取一等截面直杆(图 2.8a),试验前在杆表面画两条垂直于杆轴的横线 1—1 与 2—2,以代表杆的横截面;然后在杆两端施加一对等值反向的轴向外力 F 。从试验中观察到,杆件受拉变形后横线 1—1 与 2—2 仍为直线,且仍垂直于杆的轴线,只是间距增大,分别平移至图示 1'—1'与 2'—2'的位置。受压的情况(力 F 反向)与受拉类似,只是两横线的间距缩短。

根据上述现象,可以假设原为平面的横截面在杆变形后仍然是平面,只是相对地移动了一段距离,即所谓平面假设。根据平面假设,拉杆在其任意两个横截面之间的轴(纵)向线段的伸长变形是均匀的。由于假设材料是均匀连续的,内力又与变形有关,故可以推论拉杆在横截面上的每点仅受均匀轴向内力作用,即 σ 为常量, τ 为零。

* 至少现在是可以这样认为,因为内力是一矢量。但细究起来,应力不仅取决于内力,而且还取决于截面的方位(它也是一矢量),因此严格地说,应力是二阶张量,矢量是一阶张量。