

Math Fundamentals

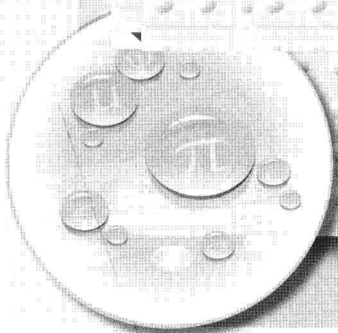
21世纪数学基础课系列教材

大学文科数学

(第二版)

主 编 王章雄 胡桂华
副主编 徐群芳 叶彩儿

 中国人民大学出版社



Math Fundamentals

21 世纪数学基础课系列教材

大学文科数学

(第二版)

主 编 王章雄 胡桂华
副主编 徐群芳 叶彩儿

编写人员 (按姓氏笔画为序)

王章雄 叶彩儿 余永清 胡桂华
胡慧兰 顾光同 徐群芳

中国人民大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

大学文科数学/王章雄, 胡桂华主编. —2 版. —北京: 中国人民大学出版社, 2011. 8
21 世纪数学基础课系列教材
ISBN 978-7-300-14065-0

I. ①大… II. ①王…②胡… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 146673 号

21 世纪数学基础课系列教材

大学文科数学 (第二版)

主 编 王章雄 胡桂华

副主编 徐群芳 叶彩儿

Daxue Wenke Shuxue

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511398 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	北京市鑫霸印务有限公司	版 次	2007 年 10 月第 1 版
规 格	170 mm×228 mm 16 开本		2011 年 8 月第 2 版
印 张	13.5 插页 1	印 次	2011 年 8 月第 1 次印刷
字 数	242 000	定 价	25.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

内容简介

本书是为面向文科类大学生开设的“大学文科数学”课程而编写的教材。全书分为五个部分：函数极限与微积分，线性代数，线性规划简介，概率论初步，数理统计及 Excel 统计应用简介。全书例题丰富，每节之后均配有适当数量的习题，书末附有习题答案，便于教师教学与学生自学。

本书适用于普通高校文史哲、法律、语言及其他文科类专业的本科生，也可供高职高专层次的经管类和文科专业作为教材，同时还可作为一些工科类专业的数学教学参考书。

第二版前言



为了适应文科类学生数学教学的需要，我们曾于 2007 年编写了《大学文科数学》教材。经过几年来文科数学教学改革的发展和教学实践的检验，我们认为文科类学生的数学课程和教材应该更加体现文科类学生的专业特点和实际需求。在传授适宜的高等数学知识的同时，要重点培养文科类学生的数学思想和科学思维能力，提高他们的整体科学素质。为此，我们对第一版《大学文科数学》作了较大的修改。这次修改，除了对原书的内容在深度、广度、难度方面做了一些调整之外，还有以下几方面改动：

(1) 将原书的第一章拆分开，提炼出“数学及其特点”作为全书的绪论，而“数学简史”部分的内容分散到各个相关章节中，这样可使读者对数学有一个宏观的认识，也便于与具体教学内容相结合，让学生在学习相应的数学知识之前，对各个学科分支的历史发展和全局有一个基本的了解。

(2) 在线性代数部分，加强了矩阵初等变换的内容，强调了它在矩阵应用中的作用。

(3) 在统计软件部分，考虑到文科类学生的实际情况和需要，将专业性较强的 SPSS 软件的内容改为介绍 Excel 在统计方面的应用。

(4) 为了更加切合文科类学生的实际情况，更换了部分难度过大的例题和习题，同时改正了原书中的一些错误。

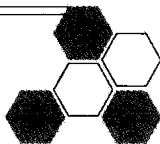
本次改编由王章雄、胡桂华、顾光同完成。具体执笔：第一章——胡桂华，第二、三、四章——王章雄，第五章——顾光同。对书中的疏漏和不妥之处，恳请读者和同行不吝指正。

本教材可供大中专院校语言类、文法类、艺术类、社科类等文科类专业学生使用，也可以作为非文科类专业学生的课外参考书。

编者

2011年孟夏于临安

第一版前言



对于数学教育，人们往往强调其工具功能，即更关注数学与专业的结合。但是事实告诉我们，如果你从事的工作不直接使用数学的话，那你在大学里所学的数学知识大部分人在毕业后一两年就会基本忘掉。然而，如果一个人在大学里得到了良好的数学素质的培养，那么不管你将来从事什么样的工作，铭刻于头脑中的数学精神、数学的思维方法、研究方法、推理方法和着眼点，都能随时随地发生作用，受益终身。早在 20 世纪 30 年代末，英国哲学家（同时也是数学家、教育学家）怀特海（A. N. Whitehead）曾经预言：“在人类思想领域里具有压倒性的新情况，将是数学地理解问题占统治地位。”人类社会进入 21 世纪以来，随着科学技术的日新月异，不仅科学本身在数学化，即用数学的思想和方法来构建、解决问题，对整个社会的发展来说，数学化的倾向也在加速进行，怀特海的预言正在变成现实。1989 年，美国国家研究委员会在一份名为《人人关心数学教育的未来》的专题报告中也写道：“数学提供了有特色的思考方式，包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断，以及运用符号等等。它们是普遍适用并且强有力的思考方式。运用这些思考方式的经验构成了数学能力——是当今这个时代日益重要的一种智力，它使人们能批判地阅读，能识别谬误，能探察偏见，能估计风险，能提出变通办法。数学能使我们更好地了解我们生活在其中的充满信息的世界。”“从来没有像现在这样，他们需要数学式的思维。”随着我国改革发展的不断深入，对大学教育也提出了更高更新的要求。近些年，大学教育中也强化了数学教育的地位，各个学校也陆续开设了《大学文科数学》课程，而且在一些文科专业，根据自身发展的需要，对数学课程的要求还在不断提升。大学把数学作为文科类各专业必修课，反映了数学教育对人的思维训练的重要性。

作为一门面向文科类各专业开设的基础课程，《大学文科数学》主要目的是

培养文科类学生的科学素养,养成良好的思维习惯,提高学生的整体素质,同时还要照顾到文科学生的专业与思维特点.因此本教材不仅仅在向文科学生传授高深的数学知识,而且旨在培养学生的现代数学意识,提高其理性思维能力,同时向学生展示数学在实际应用中的强大功能,在理性思维训练、实用技术学习和数学文化欣赏这三者中寻找合适的平衡点.为贯彻以上指导思想,本书在编写内容上注重基本数学思想的培养,适当降低了理论性与难度;编写风格上淡化了逻辑与技巧,强调实用性和拓展文科学生的高等数学方面的知识.在此基础上,本书力争使学生学会欣赏数学文化,领略和体会数学多个分支的思想本质,也能用所学知识解决一些在实际应用中遇到的问题.

全书共分六章,除了包括传统“大学文科数学”的内容,如函数与微积分、线性代数、概率统计初步等方面的内容之外,还从训练思维与实用两方面考虑,简要介绍了线性规划的基本知识及其简单解法,同时增加了数学简史的内容.编者认为,让文科学生了解一些数学各个分支学科方面的历史进程,有利于他们建立对数学的整体印象,同时增加他们学习数学的兴趣.另外,为了适应当前计算机在处理实际问题方面的强大功能与快速进展,本书结合数理统计知识的学习,比较详细地介绍了常用数学软件 SPSS 的应用,希望这样的安排能够兼顾到读者对思辨性与实用性、知识性与趣味性的要求.全书注重通过对大量典型例题的分析和点评,启迪读者加深对有关数学概念和理论的认识,提高分析问题和解决问题的能力.为了便于读者巩固所学内容,书后附有对每节所留练习题的部分答案与提示.读者在做题前要把相关的概念和理论搞清楚,不要急于翻阅答案,要养成独立思考的习惯,尽量自己完成解题过程.

本书各章的编写者是:第一章,胡桂华;第二章,胡慧兰、胡桂华;第三章,叶彩儿;第四章,王章雄;第五章,徐群芳;第六章,顾光同.余永清审查和整理了所有习题的答案,全书由王章雄和胡桂华统稿.在形成本书之前,浙江林学院理学院部分老师在教学中作为讲义试用,此间他们提出了不少好的建议.张立溥在讲义的编写过程中也做了很多工作.中国人民大学出版社副编审潘旭燕为本书的出版付出了辛勤劳动.在此,对他们表示衷心的感谢.

本教材适用于普通本科语言类、文法类、艺术类、社科类等文科专业,对于非文科类专业也是一本不错的参考教材.另外,由于各方面的原因,书中定有不少疏漏和不妥,敬请指正!

编者

2007年春于杭州临安

目 录



绪论 数学及其特点	1
第一章 函数极限与微积分	7
第一节 微积分发展简史	7
习题 1.1	12
第二节 函数与极限	12
习题 1.2	23
第三节 导数与微分	25
习题 1.3	39
第四节 积分学	40
习题 1.4	64
第二章 线性代数	67
第一节 代数学发展简史	67
习题 2.1	71
第二节 行列式	71
习题 2.2	79
第三节 矩阵	80
习题 2.3	96
第四节 线性方程组	98
习题 2.4	107

第三章 线性规划简介	109
第一节 运筹学与线性规划发展简史	109
习题 3.1	112
第二节 线性规划的数学模型	113
习题 3.2	118
第三节 二元线性规划的解法	119
习题 3.3	123
第四章 概率论初步	125
第一节 概率论发展简史	125
习题 4.1	127
第二节 随机事件及其概率	127
习题 4.2	147
第三节 随机变量及其分布	148
习题 4.3	161
第四节 随机变量的数字特征	161
习题 4.4	167
第五章 数理统计及 Excel 统计应用简介	168
第一节 基本概念	168
习题 5.1	173
第二节 Excel 统计功能和描述性统计分析	174
习题 5.2	179
第三节 Excel 统计推断实现	179
习题 5.3	191
附录 1 基本三角公式	193
附录 2 基本积分表	195
附录 3 函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 数值表	196
习题答案	197

绪论

数学及其特点

第一位诺贝尔物理学奖获得者伦琴在回答“科学家需要什么样的修养”的问题时说：“第一是数学，第二是数学，第三是数学。”爱因斯坦在谈到数学时说：“数学之所以有高声誉，还有另一个理由，那就是数学给予精密自然科学以某种程度的可靠性，没有数学，这些科学是达不到这种可靠性的。”我国著名数学家华罗庚也说过：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁……无一不可用数学来表达。”这些科学大师对数学如此推崇，表明了数学在人类文明中的极端重要性。可以说，现代社会中的每个人，无论你从事什么职业，都不可能离开数学，所以我们无论从事什么行业的工作，都必须对数学有所了解。

一、什么是数学

伽利略认为“宇宙像一本用数学语言写成的书”。事实上，数学不仅用于自然科学的各个领域，而且早已渗透到社会科学的每一个领域，尤其在经济和管理领域显得更为突出。在经济管理中，预测是管理的依据，而数学则是预测的重要武器。可以说无论是经济学家还是经济管理工作，不懂数学决不会成为杰出的人才。数学是我们理解世界及其发展的一把主要钥匙。

那数学是什么呢？简单地说，数学是关于内容与形式相脱离，只从形式上研究数量关系和空间形式的科学。例如，数学上的数字乘法表在实际问题中可能是男孩的数目再乘上苹果的数目，或者苹果的数目乘上苹果的价钱，等等；数学上的变化率在实际应用中可能是速度或电流等；几何上的线段在实际问题中可能指细棒或拉紧了绳子，等等。总之，数学是抛开具体问题的内容和含义，从中抽

象出它们的共同本质与实质加以研究、概括和总结,从对数量关系或空间形式的研究来表达其自然规律、发现自然规律的奥秘和对自然规律的认识。

二、 数学的特征

数学概念来源于实际,是实际问题的高度概括和高度抽象,因此,抽象性是它的第一个特征;数学思维的正确性和表现在逻辑上的严密性以及它的结论的确定性使得精确性成为它的第二个特征;一切科学、技术及社会的发展都需要数学,应用的广泛性是它的第三个特征。

数学在它的抽象方面的特点在于:第一,在数学的抽象中只保留着数量的关系和空间形式,而舍弃了其他一切。第二,数学的抽象是经过一系列阶段而产生的;它们达到的抽象程度大大超过了自然科学中一般的抽象。第三,数学本身几乎完全周旋于抽象概念和它们的相互关系的圈子之中。如果自然科学家为了证明自己的论断常常求助于实验,那么数学家证明定理只需用推理和计算。当然,数学家们为了发现自己的定理和方法,也常常利用模型、物理的类比、注意许多单个的十分具体的实例,等等。所有这些都是理论的现实来源,有助于发现理论的定理,但是每个定理只有当它已从逻辑的推论上严格地被证明了的时候,它才最终地在数学中成立。如果一个几何学家报告一条他所发现的新定理时,只限于在模型上把它表示出来,那么任何一个数学家都不会承认这条定理是被证明了。只有当他引用固有的原始性质(或已经被公认的定理),用推理的方法导出这个定理,数学家们才会承认这一定理。这样看来,不仅数学的概念是抽象的、思辨的,而且数学的方法也是抽象的、思辨的。由于数学推理的进行具有严格的精密性,因此,数学结论具有更大的逻辑严格性。数学结论证明的这种精密性和确定性使得数学真理是完全不容争辩的。

由于数学的研究对象——数量关系与空间形式都来自于现实世界,因而数学的概念和结论尽管在形式上具有高度的抽象性,但实质上总是扎根于现实世界的。生活实践与技术需要始终是数学的真正源泉,反过来,数学对改造世界的实践又起着重要的、关键性的作用。理论上的丰富提高与应用的广泛深入在数学史上始终是相伴相生、相互促进的。

三、 数学思想与数学文化

数学思想是伴随着数学科学的产生而产生的,是从数学内容中抽象概括、再抽象再概括出来的,因而具有高度的包摄性和可迁移性,是对数学科学的理性认

识，是数学的精髓和灵魂。领悟到数学思想的存在，有助于提高分析问题、解决问题的能力，发展创造性思维，有助于形成科学的世界观和方法论。基本数学思想有：方程的思想、函数的思想、数形结合的思想、分类讨论的思想、转化的思想等。

数学是人类文化最基本的基础之一。语言和数学，构成了人类文化的有机体。没有数学的单纯的语言文化，如同有形而无灵魂的雕塑。所以，在语言产生的最初时代，由于语言缺乏灵性，人类认识和解释世界的层次非常肤浅，那些已经用文字记载下来的丰富多彩的传统文化，由于对事物和自然规律的描述始终处在唯象的阶段，处在从现象到现象的描述过程中，处在经验论的层次上，所以，许多至今看来我们并没有视其为伪科学的思想、观点、理论，在现代科学殿堂上我们也没有光明正大地、理直气壮地把它们归为“经典科学理论”。例如，中国的中医学、气功与经络理论，印度的瑜伽功，等等。根源在哪里？应该说缺乏数学的理性描述和解释是最重要的原因之一。

传统的理论对这些领域现象的解释，缺乏数学推理那样的严谨性，以至于发展成了我们俗称的“玄学”。这类唯象的理论，虽然也可以部分地解释和体现理论的作用（如中医学的五行生克、辨证施治），但是却始终停留在经验论的基础上，其科学威力实际上大打折扣。

还有一些西方传统的科学理论，例如心理学，典型的如弗洛伊德的精神分析，主要的观点也是唯象的。“恋母情结”实际上利用的是人的生理本能起源原理，似乎其中有了一点逻辑推理的意味，结果就成为经典。实际上，生理本能起源说在中国也是早就产生了。孔子说：“食、色，性也。”但是逻辑推理在中国文化中却没有得到西方那么系统的发展，所以也就无法达到更高的层面。西方是从欧氏几何学开始，把理性的数学以及数学的思想方法应用到科学乃至社会伦理的各个领域。这也是中国传统文化与西方文化发展在现代出现差距的原因之一。所以，我们说语言形成了人类文化的形体，而数学则给文化注入了理性的生命，没有数学的文化是没有灵魂的文化。

四、数学与科学

现代科学最典型的特征就是，既有血肉——用严谨的实验基础证明唯象的客观现象的存在，又有灵魂——用逻辑的、数学的严格推理表述内在的原理，因此才体现了不可否认的巨大威力，才被我们公认为经典科学。

我们之所以推崇经典科学，尤其是经典物理学，其重要的原因之一就是：经典科学不但能够较完美地解释我们已经发现的许多客观规律，还由于其理性地通

过数学所做的推理体现了经典科学的强大的超前性、预见性。由此我们才可以预见我们暂时还没有发现和证实的许多自然现象和客观规律。于是,人类生产力的提高出现了跨越式的发展,人类社会出现了大踏步的前进。经典科学理论依靠理性的数学工具进行了较严密的推导,用数学论述了经典科学的各种研究论题的内在规律。

数学给科学注入了生命,科学才在现代成为具有强大生命力的理论,发挥着巨大的威力。所以,数学是现代科学密不可分的重要内容,可以说,没有数学就没有现代经典自然科学。因此,讨论自然科学,就必然要涉及数学,盲目排斥数学的自然科学论是对自然科学无知的表现。

总而言之,数学是人类文化的理性、灵魂,是科学思想的理性的部分,有了数学,科学才成为真正有生命的具备了强大威力的文化。当我们对数学所具备的重要意义有了这样的认识之后,我们爱好数学就有了更深刻的原动力。

五、 数学概念的学习方法

首先要弄清数学概念的特点。数学的研究对象是现实世界的数量关系和空间形式,这种关系和形式是脱离了事物的具体物质属性的。因此,数学概念有与此相对应的特点。

(1) 数学概念是反映一类事物在数量关系和空间形式方面本质属性的思维形式,它是排除一类对象物理属性以后的抽象,反映了一类对象在数与形方面内在的、固有的属性,因而它在这一类对象的范围内具有普遍意义。

(2) 数学概念是人类对现实世界的空间形式和数量关系的简明、概括的反映,并且都由反映概念本质特征的符号来表示,这些符号使数学有比其他学科更加简明、清晰、准确的表述形式。这说明在数学的发展中引进恰当的符号来表示概念是非常重要的,这是数学概念的一个重要特点。

(3) 数学概念是具体性与抽象性的辩证统一。数学是高度抽象的,但另一方面,数学概念又是非常具体的,任何一个数学概念的背后都有许多具体内容支撑着。只有掌握了数学概念的定义,同时又能够举出概念的具体事例,才算真正掌握了数学概念。

(4) 数学概念具有很强的系统性。前面已指出,数学概念往往是“抽象之上的抽象”;先前的概念往往是后续概念的基础,从而形成了数学概念的系统。公理化体系就是这种系统性的最高反映。

其次是要深刻理解和掌握并会应用数学概念。理解数学概念是学习数学的关键,只有理解了数学概念和原理,才能牢固地掌握数学知识,才能灵活地、举一

反三地、融会贯通地、具有创造性地应用数学知识。学习数学知识切勿只是停留在表面上，形式地记住了数学概念的某个要领的词句，套用公式、法则，不知道概念的本质属性，不知道公式的来龙去脉，知其然，不知其所以然，无法变通，那是学不好数学的。数学是思维的体操，数学学习要求具有较强的抽象和概括能力，因而数学学习中的理解较之一般性的理解有更高的要求。数学学习中的理解应解释为对已学东西的意义不断地加以更新、改造、整理和重组的过程，为形成更合理的结构，从整体内部进行正、逆向交叉，跳跃式的联系，从总体中认识局部的、孤立的、概念之间的内部联系，通过表象的更新、新联系的建立、旧联系的调整或抛弃来影响总体或局部结构的进化，甚至得以革新，形成联系更丰富、更紧密、更融会贯通的知识网络。数学中的理解学习应是学习者先认识数学对象的外部表征，构建相应的心理表象，然后在建立新旧知识联系的动态过程中，打破原有的认识平衡，将数学对象的心理表象进行改造、整理、重组，重新达到新的平衡，以便提炼出数学对象的本质特征及规律；也就是说，用已有的知识来理解未知的知识，把所学的知识进行比较，加强新旧知识的联系，促进数学知识的系统化，把抽象的知识形象化、直观化，从而达到对数学知识的理解。

一般地，对数学概念的理解有下面三个层次的体现：

第一，能用自己的语言来正确地表述数学概念、公式、法则等数学知识，能依据自己已有的数学知识和经验去对教师所讲的内容做出解释，能够根据数学内容来提出问题和回答问题。

第二，能否进行实际操作是对数学知识确切理解的主要标志。实际操作是指根据所学的数学知识，进行判断、运算、推理、证明等。在这一过程中，通过建立新旧知识的动态联系，打破原有的认知平衡，将数学对象的心理表象直接纳入认知结构。

第三，能否进行具体运用是衡量是否达到对数学知识深刻理解的重要标志。具体运用是能综合运用所学的数学知识解决相关的数学问题。实际上，具体运用的过程也是对数学对象的心理表象进行改造、整理、重组，达到新的平衡，以便提炼出数学对象的本质特征及规律，从而对数学知识加以运用。

其中，后一个体现的理解层次比前一个更能体现其理解深刻性。总之，能否把语言表述、实际操作和具体运用三者结合起来，是全面理解数学知识的标志。这种结合越好，表明理解越深。

六、数学分支学科

数学是一个庞大的家族，加之其历史悠久，经过千百年来不断发展，使得

其内容极其丰富。到今天，数学已经成为科学世界中拥有 100 多个主要分支学科的庞大的王国。其中除了我们熟悉的经典的如几何学（主要包括欧氏几何、非欧几何、解析几何、微分几何、代数几何、射影几何、拓扑学、分形几何等）、代数学（主要包括线性代数与多项式理论、数论、抽象代数等）、分析学（主要包括微积分学、实变函数论、复变函数论、泛函分析与算子理论、微分方程等）等三大核心领域之外，还通过与其他科学相互渗透，出现了许多边缘学科和交叉学科。例如，概率统计、数理逻辑、组合数学与图论、运筹学与控制论、计算数学、模糊数学、突变理论等。

随着人们对客观世界和对数学自身的深入研究，我们相信，还会有新的分支学科不断涌现出来。

第一章

函数极限与微积分

函数是数学中最重要的基本概念之一，是微积分研究的主要对象。极限是贯穿整个微积分研究过程的最重要的概念，其研究特点在于舍弃事物非本质的内容，研究其共性。例如，通过对切线斜率、作变速直线运动的质点的速度与加速度的讨论，发现了它们的共同点——变化率，即引出了导数；通过对曲边梯形面积的研究，给出了积分的概念。反过来，利用这些数学概念可以进一步解决更多的实际问题，使得微积分在各个科学领域中都有非常广泛的应用。本章主要介绍函数极限与微积分的基本概念、性质及其简单应用。

第一节 微积分发展简史

微积分的产生是数学上的伟大创造，具有划时代的意义。它从生产技术和理论科学的需要中产生，又反过来广泛影响着生产技术和科学的发展。如今，微积分已是广大科学工作者以及技术人员不可缺少的工具。它不仅成为学习高等数学各个分支必不可少的基础，还是学习近代任何一门自然科学和工程技术的必备工具。

微积分是微分学和积分学的统称，它的萌芽、发生与发展经历了漫长的时期。现在的微积分学教程，通常的讲授次序是先极限、再微分、后积分，这与历史顺序正好相反。

一、微积分的萌芽

早在古希腊时期，欧多克斯(Eudoxus，约公元前400年—公元前347年)