



普通高等教育“十二五”规划教材

主 编 詹 煜 李传起
副主编 程国生 张成义 王祖松

大学物理教程

(上册)



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理教程

(上册)

主 编 詹 煜 李传起
副主编 程国生 张成义 王祖松

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书分为上、下两册,上册内容包括质点运动学、质点动力学、功和能、动量、刚体力学、振动、波动、狭义相对论、气体动理论和热力学基础;下册内容包括静电场、静电场中的导体和电介质、电流和稳恒磁场、电磁感应、几何光学、光的干涉、光的衍射、光的偏振、早期量子论和量子力学基础、固体和激光的量子理论简介、核物理与粒子物理简介。全书还包含六个专题,分别为:大气的运动,流体力学简介,相变热力学简介,大气电场,晴天大气电导率、体电荷和电流,大气散射的基本理论与现象。本书不仅可以让学生学习物理学的基本原理和方法,而且通过将物理学基本原理与大气科学相结合,可加深学生对物理学原理在大气科学中应用的认识。

本书可作为高等院校理工科非物理类本科专业的基础物理课程教材,也可供其他相关专业选用,并可供中学物理教师进修、自学使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程.上册/詹煜,李传起主编. —北京:科学出版社,2011
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-031876-3

I. ①大… II. ①詹…②李… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 141103 号

责任编辑:窦京涛 唐保军/责任校对:赵桂芬
责任印制:张克忠/封面设计:北京蓝正广告设计有限公司

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2011年7月第一版 开本:787×1092 1/16

2011年7月第一次印刷 印张:34 1/4

印数:1—6 000 字数:850 000

定价:58.00元(上、下册)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本书的原稿是编者在 1990~2010 年对南京信息工程大学(含滨江学院)非物理类的所有理工科专业学生讲课时使用的讲义. 在编写过程中, 学习借鉴了兄弟院校的经验, 参考了部分国内外教材, 同时考虑了当前学生的实际需要, 力求理论联系实际, 加强基础理论的叙述和分析, 以简明、准确的语言阐述物理学中的原理、定律、定理和定义, 引导和启发学生理解物理学的基本原理和概念. 在编写中注意保证全书的系统性、完整性和科学性, 同时加入了一定的物理学原理在气象科学中应用和实现的内容. 这些内容包含了大气动力学、流体力学、大气热力学、大气电磁学、大气辐射等, 主要通过例题、原理应用叙述和专题等形式体现出来, 使本书具有鲜明的气象特色. 编者希望通过本书不仅让学生学习物理学的基本原理, 而且还要了解物理学与大气科学的结合, 从而加深对物理学的认识.

全书分为两册. 上册内容包括质点运动学、质点动力学、功和能、动量、刚体力学、振动、波动、狭义相对论、气体动理论和热力学基础; 下册内容包括静电场、静电场中的导体和电介质、电流和稳恒磁场、电磁感应、几何光学、光的干涉、光的衍射、光的偏振、早期量子论和量子力学基础、固体和激光的量子理论简介、核物理与粒子物理简介.

本书由詹煜、李传起任主编, 程国生、张成义、王祖松任副主编. 其中第 1~7 章由詹煜编写, 第 8~10 章由王祖松编写, 第 11~14 章由张成义编写, 第 15~21 章由程国生编写. 专题 A、专题 D、专题 E 由詹煜编写, 专题 B、专题 C 由王祖松编写, 专题 F 由程国生编写.

在编写本书过程中还得到了南京信息工程大学赵德林、刘照森、曹天德、王志琴、郭胜利、王铁邦、赵浩峰、王玲、裴世鑫、吴义根、万韬俞、陈玉林、徐飞、宋标、陈美红、孔敏、王颖、周晓燕、杨翠红、蒋晓龙、沈国柱、赖敏、曹原、刘彦力、何绍奎、钟霞、谢爱根、苏静、李庆芳、雷勇、刘占辉、缪菊红、孙婷婷、赵立龙、张雅男、顾斌、丁留贯、顾河清、马荣、徐林华、王俊峰、仲坤、顾芳、张瑞东、崔芬萍、杨永梅、王璐等老师的帮助和指导, 在此表示衷心的感谢.

本书的编写出版还得到了科学出版社昌盛、窦京涛等编辑的帮助, 在此致以衷心的感谢. 由于编者的水平有限, 书中难免存在不当之处, 希望读者批评指正.

本书受到下列课题的资助:

南京信息工程大学第三期教改项目“大学物理精品课程”, 课题号 JG032006J04.

南京信息工程大学第四期教改项目“大学物理精品教材”, 课题号 07JC0013.

滨江学院教改工程项目“大学物理教材建设”, 课题号 2008JC0006.

詹煜

2011年2月1日

目 录

前言

绪论	1
第 1 章 质点运动学	2
1.1 质点和参考系	2
1.2 描述质点运动的物理量	3
1.2.1 时间空间	3
1.2.2 过程量和状态量	4
1.2.3 位置矢量	4
1.2.4 位移矢量和路程	4
1.2.5 瞬时速度	5
1.2.6 瞬时加速度	5
1.2.7 r 、 v 、 a 三个状态量的关联	7
1.3 抛体运动	8
1.3.1 运动叠加原理	8
1.3.2 运动方程和运动轨迹	9
1.4 圆周运动	11
1.4.1 匀速率圆周运动	11
1.4.2 变速率圆周运动	11
1.4.3 圆周运动的角量描述	13
1.4.4 角量和线量的转换关系	13
1.5 一般平面曲线运动和自然坐标系	15
1.5.1 一般平面曲线运动	15
1.5.2 自然坐标系	17
习题	17
第 2 章 质点动力学	19
2.1 牛顿运动定律	19
2.1.1 牛顿第一定律	19
2.1.2 牛顿第二定律	19
2.1.3 牛顿第三定律	21
2.1.4 国际单位制和量纲	21
2.1.5 常见的力	22
2.1.6 牛顿定律的应用	24
2.2 相对运动和非惯性系力学	29
2.2.1 运动描述的相对性	29
2.2.2 力学相对性原理(伽利略相对性原理)	32
2.2.3 直线加速运动参考系中的惯性力	33

2.2.4 匀角速转动参考系中的惯性力	34
习题	38
专题 A 大气的运动	41
第 3 章 功和能	45
3.1 功和功率	45
3.1.1 功	45
3.1.2 功率	47
3.2 动能和动能定理	47
3.3 势能	49
3.3.1 保守力做功	49
3.3.2 势能	51
3.3.3 势能曲线	52
3.3.4 势能和保守力的微分关系	52
3.4 功能原理	53
3.4.1 质点系的动能定理	53
3.4.2 质点系的功能原理	54
3.5 机械能守恒定律	56
3.5.1 机械能守恒定律	56
3.5.2 普遍的能量转化和守恒定律	58
3.6 宇宙速度	58
3.6.1 第一宇宙速度	59
3.6.2 第二宇宙速度	59
3.6.3 第三宇宙速度	59
3.7 对称性和守恒定律	60
习题	61
第 4 章 动量	63
4.1 动量和动量定理	63
4.1.1 冲量	63
4.1.2 动量	64
4.1.3 质点的动量定理	64
4.2 质点系动量定理	66
4.3 动量守恒定律	66
4.4 碰撞	71
4.4.1 弹性碰撞	71
4.4.2 完全非弹性碰撞	71
4.4.3 非弹性碰撞	72
4.5 火箭飞行原理	75
4.6 质点的角动量	77
4.6.1 质点的角动量的定义	77
4.6.2 角动量定理	78

4.6.3	质点角动量守恒定律	79
4.6.4	开普勒第二定律	79
	习题	81
第 5 章	刚体力学	85
5.1	刚体的运动	85
5.1.1	平动	85
5.1.2	刚体的定轴转动	86
5.1.3	刚体的平面运动	88
5.1.4	刚体的一般运动	88
5.2	刚体定轴转动	88
5.2.1	力矩	88
5.2.2	定轴转动定律	89
5.2.3	转动惯量及计算	90
5.3	力矩的功 转动动能	96
5.3.1	力矩的功	96
5.3.2	力矩的功率	97
5.3.3	转动动能	97
5.3.4	刚体转动动能定理	97
5.4	质心与质心运动定律	98
5.4.1	质心	98
5.4.2	质心坐标	98
5.4.3	质心运动定律	101
5.5	刚体的功和能	102
5.6	刚体的平面运动	104
5.7	刚体的角动量 角动量守恒定律	108
5.7.1	冲量矩	108
5.7.2	刚体对轴的角动量	108
5.7.3	刚体对轴的角动量定理	109
5.7.4	刚体对轴的角动量守恒定律	109
5.8	进动	115
5.8.1	进动现象	115
5.8.2	进动角速度	115
5.8.3	炮弹飞行时的进动	115
5.8.4	章动	115
	习题	115
专题 B	流体力学简介	119
第 6 章	振动	123
6.1	简谐振动	123
6.1.1	振动的基本概念	123
6.1.2	简谐振动	123

6.1.3	特征量及计算	127
6.1.4	旋转矢量法和复数法	133
6.1.5	简谐振动的能量	136
6.2	简谐振动的叠加	139
6.2.1	同一直线上两个同频率简谐振动的合成	139
6.2.2	同一直线上 n 个同频率简谐振动的合成	142
6.2.3	同一直线上两个频率相近的简谐振动合成	143
6.2.4	两个相互垂直的简谐振动的合成	144
6.2.5	振动的分解 频谱	147
6.3	阻尼振动、受迫振动和共振	149
6.3.1	阻尼振动	149
6.3.2	受迫振动和共振	151
	习题	152
第 7 章	波动	156
7.1	关于波动的基本概念	156
7.1.1	波的产生和传播	156
7.1.2	横波与纵波	157
7.1.3	波面和波线	158
7.1.4	波速、波长以及波的周期和频率	158
7.1.5	波动的特征	160
7.2	简谐波	160
7.2.1	平面简谐波和波函数	160
7.2.2	波函数的物理意义	161
7.3	波动方程和波的能量	164
7.3.1	一维波函数的二阶微分形式	165
7.3.2	一维波动方程的动力学推导	165
7.3.3	波的能量	166
7.3.4	能流和能流密度	168
7.3.5	波的吸收	169
7.3.6	声波 超声波 次声波	170
7.4	惠更斯原理	172
7.4.1	惠更斯原理	172
7.4.2	波的衍射	172
7.4.3	波的反射和折射	172
7.5	波的干涉	173
7.5.1	波的叠加原理	173
7.5.2	波的干涉现象 相干波 相干波源	174
7.5.3	驻波	177
7.6	多普勒效应	181
7.6.1	现象	181
7.6.2	机械波的多普勒效应	181

7.6.3	其他波中的多普勒效应	183
习题	184
第8章	狭义相对论	188
8.1	伽利略变换与经典力学的时空观.....	188
8.1.1	伽利略变换	188
8.1.2	经典力学的时空观	189
8.2	狭义相对论基本原理 洛伦兹变换.....	189
8.2.1	狭义相对论产生的历史背景	189
8.2.2	狭义相对论基本原理	190
8.2.3	洛伦兹变换	191
8.3	狭义相对论的时空观.....	192
8.3.1	同时的相对性	192
8.3.2	时间延缓效应	193
8.3.3	长度收缩效应	193
8.4	相对论速度变换公式.....	194
8.5	狭义相对论动力学.....	196
8.5.1	质量和速度的关系	196
8.5.2	相对论力学基本方程	198
8.5.3	质量和能量的关系	198
8.5.4	能量和动量的关系	200
习题	200
第9章	气体动理论	202
9.1	物质的微观特征 理想气体分子模型.....	202
9.1.1	物质的微观特征	202
9.1.2	理想气体分子模型.....	203
9.2	气体状态参量 理想气体状态方程.....	204
9.2.1	气体系统的平衡态.....	204
9.2.2	气体的状态参量	204
9.2.3	理想气体状态方程.....	204
9.3	理想气体的压强和温度.....	206
9.3.1	理想气体的压强公式	206
9.3.2	温度的微观解释	207
9.4	能量均分定理 理想气体的内能.....	209
9.4.1	自由度	209
9.4.2	能量均分定理	210
9.4.3	理想气体的内能	210
9.5	麦克斯韦速率分布律.....	211
9.5.1	速率分布函数	211
9.5.2	麦克斯韦速率分布律	213
9.5.3	麦克斯韦分布律下三种特征速率	213
9.6	范德瓦耳斯方程.....	214

9.6.1	分子体积引起的修正	214
9.6.2	分子间引力引起的修正	215
9.7	气体分子的平均自由程	216
9.8	气体内的迁移现象	217
9.8.1	黏滞现象	218
9.8.2	热传导现象	218
9.8.3	扩散现象	219
	习题	220
第 10 章	热力学基础	222
10.1	热力学第一定律	222
10.1.1	准静态过程	222
10.1.2	功、热量与内能	223
10.1.3	热力学第一定律	224
10.1.4	热容量	224
10.2	热力学第一定律在理想气体中的应用	225
10.2.1	等容过程	225
10.2.2	等压过程	225
10.2.3	等温过程	226
10.2.4	绝热过程	226
10.3	循环过程 卡诺循环	228
10.3.1	循环过程	228
10.3.2	卡诺循环	229
10.4	热力学第二定律	230
10.4.1	热力学第二定律的两种表述	230
10.4.2	可逆过程和不可逆过程	232
10.4.3	卡诺定理	232
10.5	熵 熵增加原理	233
10.5.1	熵	233
10.5.2	熵增加原理	234
10.6	热力学第二定律的统计意义	235
10.6.1	热力学第二定律的统计意义	235
10.6.2	熵的微观意义	236
	习题	237
	专题 C 相变热力学简介	240
	部分习题参考答案	245

绪 论

自然界中的物质是丰富多彩的,并且在用不同的形式不断变化运动着.从宇宙天体到分子原子,从岩石大地到地球大气,从实物粒子到电场、力场都是物质.一切物质都在不停地运动着,运动是它们存在的唯一方式.世界是物质的,物质是运动的,运动是永恒的.

物理学研究的是物质运动的最基本规律,包括四种基本运动形式:机械运动、热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动.对物理学研究的目的是提高学生的科学素养,主要表现在以下几个方面:

- (1) 初步学习人类在自然科学领域中已有的研究成果.
- (2) 初步掌握人类在自然科学领域中的研究方法,学会分析问题、解决问题的方法.
- (3) 学习独立思考、不迷信权威、实事求是、科学面前人人平等的科学精神.
- (4) 培养勤于思考、悟物穷理、勇于创新的学习作风.

物理学所涉及的理论和技术范围非常宽广,为信息技术、新能源、新材料、半导体、激光、空间科学、气象、遥感、通信等行业提供了丰富的实验资料和理论根据,大大地推动了生产力的发展.生产力的发展反过来又为物理学准备了充分的物质基础和条件,同时也不断提出新的课题和研究方向,两者互相促进,共同发展.物理学已成为基础学科中发展最快、影响最深的一门学科,它将对人类的生活以及各个自然科学领域产生巨大的影响.新科学、新技术将在物理学肥沃广阔的科学土地上发芽生长,引领世界进入新的时代.

物理学的研究方法一般是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、归纳和总结,从而建立物理定律,进而形成物理理论,再回到实践中经受检验.大学物理学中所讲述的只是物理学中的基本内容,我们要掌握物理学的基本理论,学习物理学的新成就,扩大知识面,同时更要学习研究问题的方法,学会用科学思维分析问题、解决问题的方法,为专业学习打下基础,并培养创新能力和科研能力.

第 1 章 质点运动学

力学的研究对象是物质的机械运动. 机械运动是指物体的位置随时间改变, 或物体内部某部分相对其他部分的位置随时间变化的过程, 是自然界中最简单又最基本的运动. 经典力学研究的是在弱引力场中宏观物体的低速运动. 根据研究的需要通常把力学分为运动学、动力学和静力学. 运动学研究如何描述物体的运动, 动力学则研究物体的运动与物体间相互作用的内在联系, 静力学研究物体在相互作用下的平衡问题.

1.1 质点和参考系

对于物质的机械运动, 我们首先要确定从哪类物体开始研究. 科学认识论告诉我们, 对事物的认识总是从简单到复杂, 因为复杂的事物往往是由简单的事物组成的. 在机械运动中的一般物体可看成是由最简单的物体对象组成的, 这些物体对象称为质点.

质点就是具有一定质量的几何点, 它是一个理想模型, 在力学中还有刚体模型、谐振子模型等. 质点理想模型应用的实际意义有三方面:

第一, 当一个物体的大小和形状相对于其运动的空间尺度小很多, 该物体就可以近似地看成质点. 但要注意的是, 对于同一物体, 由于研究问题的不同, 有时可以看成质点, 有时则不能. 例如, 研究地球围绕太阳的公转时, 地球的几何尺度远远小于公转轨道的尺度, 地球可看成质点; 但研究地球的自转时, 地球不能看成质点, 而应看成质点系.

第二, 如果物体是刚性的且所做的运动是平动(物体上任意一条直线的空间取向始终保持不变, 刚体和平动的概念在后面有关章节中会学到), 即物体内所有点的运动规律完全相同, 所有点的运动轨迹相互平行, 物体整体运动规律与物体内任意点运动规律相同, 因此平动中的刚体可看成是一个质点. 例如, 在水平地面上平动的箱子, 虽然可能箱子运动的空间尺度并不比箱子的空间尺度大很多, 但由于箱子是在平动, 所以箱子的运动可看成是箱子所有质量集中在与其相关的任意一个点(即质点)的运动.

第三, 实际的研究中, 物体往往不能看成质点, 但却可看成是由许多质点组成的质点系. 在掌握了质点力学的研究方法以后, 就可以进一步去研究刚体力学和质点系力学, 这种关系体现了科学认识和科学研究的层次性与递进性.

从以上三方面可以看出研究质点机械运动的重要意义. 对于非质点的物体对象, 还可以继续建立起相似意义的模型, 以方便问题的研究.

刚体是另一个理想化的力学模型, 即质点间距离始终保持不变的质点系. 真实物体受力以后都会变形, 当物体的变形和运动尺度相比小得多时, 则可简化为刚体. 刚体机械运动比质点的机械运动复杂, 但比流体力学要简单一些. 质点系包括质点、刚体、弹塑性体和流体等.

物质是以运动的形式存在的, 这表明物质运动的绝对性. 但相对不同的物体去描述同一物体的运动却是不一样的, 这是运动描述的相对性. 为了避免描述上的混乱, 在描述物体的运动

时必须选确定的物体做参照,这些物体称为参考系,把参考系定量化就产生了坐标系.有了坐标系就可以准确地定量描述物体的运动状态,在力学中常用的参考系有地面参考系和实验室参考系,常用的坐标系有直角坐标系(图 1-1)和自然坐标系.参考系和坐标系的选择是任意的,应选择方便问题求解的参考系和坐标系.

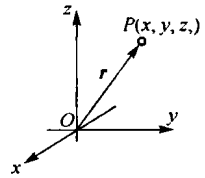


图 1-1 直角坐标系

1.2 描述质点运动的物理量

1.2.1 时间空间

研究物体的机械运动首先要解决物体的机械运动的描述问题,然后才能进一步研究物体机械运动的物理机制.物体的运动总是发生在一定的时间空间中,时间表征了物体运动的持续性,而空间则表征了物体运动的广延性.

1967 年第十三届国际计量大会决定采用铯原子钟作为新的时间计量基准,定义 1s 的长度等于与铯 133 原子基态两个超精细能级之间跃迁相对应的辐射周期的 9192631770 倍.这个跃迁频率测量的准确度达到 $10^{-13} \sim 10^{-12}$.时间的测量精度还在不断提高,这对研究物质的运动具有重要的科学意义和技术价值.

宇宙是在 $(1.0 \sim 2.0) \times 10^{10}$ 年前的一次大爆炸中诞生的.用秒来表示,宇宙的年龄具有 10^{18} s 的数量级.太阳的年龄约 5×10^9 年,地球的年龄约 4.6×10^9 年,即 10^{17} s 的数量级.在距今 $(3.1 \sim 3.2) \times 10^9$ 年前,出现了能够进行光合作用的原始藻类,距今 $(7 \sim 8) \times 10^8$ 年(10^{16} s)前形成了富氧的大气层.古人类出现在距今 $(2.5 \sim 4) \times 10^6$ 年(10^{14} s)前,而人类的文明史只有 5000 年(10^{11} s).人的寿命通常不到 100 年(10^9 s).在微观世界,中子寿命约 15min(10^3 s 数量级), μ 子寿命的数量级为 10^{-6} s, π^{\pm} 介子为 10^{-8} s, τ 子为 10^{-13} s, π^0 介子为 10^{-17} s, Z^0 介子的寿命最短,为 10^{-25} s 的数量级.宇宙间各种事物的时间标度跨越了 43~44 个数量级.

1889 年第一届国际计量大会通过:将保存在法国的国际计量局中铂铱合金棒在 0°C 时两条刻线间的距离定义为 1m.这是长度计量的实物基准.1960 年第十一届国际计量大会上决定用氪 86 原子的橙黄色光波来定义“米”,规定米为这种光的波长的 1650763.73 倍,实现了长度的自然基准.1983 年 10 月第十七届国际计量大会通过:米是光在真空中 $1/299\,792\,458$ 秒的时间间隔内运行路程的长度,同时规定了真空中的光速值 $c=299\,792\,458\text{m/s}$.

根据测量和计算,宇宙中各种物质的空间尺度的数量级如下:哈勃半径数量级约 10^{26} m,超星系团约 10^{24} m,星系团约 10^{23} m,银河系约 10^{21} m,太阳系约 10^{13} m,地球轨道半径(1 个天文单位)约 10^{11} m,太阳半径约 10^9 m,地球半径约 10^7 m,原子约 10^{-10} m,原子核约 10^{-14} m,核子约 10^{-15} m.宇宙间各种物质的空间尺度跨越了 42 个数量级.常见的数量级符号见表 1-1.

表 1-1 常用数量级符号

因数	中文	词头符号	因数	中文	词头符号
10^{-1}	分	d	10^1	十	da
10^{-2}	厘	c	10^2	百	h
10^{-3}	毫	m	10^3	千	k
10^{-6}	微	μ	10^6	兆	M
10^{-9}	纳[诺]	n	10^9	吉[伽]	G
10^{-12}	皮[可]	p	10^{12}	太[拉]	T

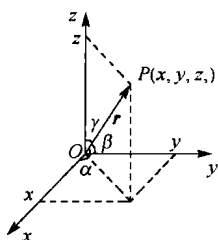
1.2.2 过程量和状态量

描述物体运动的物理量分为两类:描述物体运动在一段时间中(或一段运动过程中)的运动量称为过程量,过程量总是和一段时间(或一段空间路径)相联系的.例如,力对运动物体所做的功,力对运动物体所做的冲量,力矩对刚体转动所做的功,力矩对刚体运动所做的冲量矩等.而描述物体在运动某瞬间的物理量称为瞬时量或称为状态量,状态量总是和时刻相联系的.例如,位置矢量、速度矢量、加速度矢量、动量、动能、势能等.这样的划分对应了描述物质运动的两种基本方法,即过程法和状态法,与之相应的运动方程就是过程方程和状态方程.下面首先研究描述质点机械运动的三个基本状态量:位置矢量、瞬时速度矢量、瞬时加速度矢量.

1.2.3 位置矢量

用来确定质点位置的这一矢量 \mathbf{r} 称为质点的位置矢量(图 1-2),简称位矢.

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-1)$$



为了定量地表示质点在时刻 t 的空间位置 P ,我们从坐标原点向 P 点引一条有向线段 OP ,并记作矢量 \mathbf{r} . \mathbf{r} 的方向确定了 P 点相对于坐标轴的方位, \mathbf{r} 的大小(模)就是 P 点到原点的距离.若方位和距离都确定,则 P 点的位置也就确定了.

位置矢量的模为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2} \quad (1-2)$$

图 1-2 位置矢量 位置矢量与坐标轴所夹角的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \quad (1-3)$$

位置矢量一般情况下是关于时间 t 的矢量函数,该函数描述了质点机械运动规律,称为该质点的运动方程, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$. 运动方程中包含了质点运动的全部信息, $x = x(t)$ 、 $y = y(t)$ 、 $z = z(t)$ 是运动方程的分量式.在运动方程的分量式中,消去时间 t 得 $f(x, y, z) = 0$,此方程称为质点的轨迹方程.例如,一质点的运动方程为 $x = t$ 、 $y = t^2$,得轨迹方程为 $y = x^2$ (抛物线).

1.2.4 位移矢量和路程

为什么要用位置矢量来描述质点某时刻的空间位置?这种描述似乎有些烦琐.位置矢量的意义在于,它不仅可以描述质点的空间位置,而且可以描述质点位置变化的大小和方向,这是用标量表示质点空间位置无法办到的.

t 时刻,质点在 A 点,位置矢量为 \mathbf{r}_1 ; $t + \Delta t$ 时刻,质点在 B 点,位置矢量为 \mathbf{r}_2 ,则在 Δt 这段时间内位置矢量的增量称为质点在 Δt 时间内的位移矢量(图 1-3),记作

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (1-4)$$

位移矢量的方向从初位置指向末位置,大小记作 $|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$,它是位移矢量的长度.

位移矢量和位置矢量的区别:位移矢量是质点运动初末位置的位置矢量差,是过程量;位置矢量是坐标原点指向质点位置的一段有向线段,是状态量.

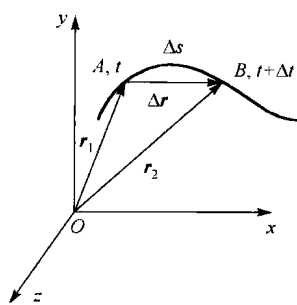


图 1-3 位移矢量

路程 Δs 与位移大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 都是过程量,但两者存在着明显的区别. 路程是 Δt 内走过的轨道的长度,是标量. 而位移的大小是质点实际移动的直线距离,方向从初位置指向末位置,是矢量. 除了两者存在着矢量标量的差别外,两者在大小上也不相等. 即使在直线运动中,位移和路程也是完全不同的两个概念,一般 $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta s$. 只有在质点做单方向直线运动时,它们才相等. 只有在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta \mathbf{r}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta s$.

在直角坐标系下,位移矢量分量式可表示成

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (1-5)$$

位移矢量的模为

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

1.2.5 瞬时速度

我们为了描述质点的运动位置变化,往往采用平均速度. 我们定义质点从时刻 t 到时刻 $t + \Delta t$ 的平均速度为

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-6)$$

平均速度矢量是过程量,它表征了在一个时间过程中质点位置平均变化的情况,为了描述质点每个时刻的运动状态,我们必须采用一个状态量——瞬时速度矢量.

当 Δt 趋于零时,上式的极限就是位置矢量对时间的变化率,称为质点在时刻 t 的瞬时速度

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-7)$$

速度的大小称为速率,以 v 表示

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} \neq \frac{dr}{dt}$$

与 r 大小和方向变化都有关.

在直角坐标系中,速度 \mathbf{v} 可表示为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \quad (1-8)$$

在直角坐标系中,速率表示为

$$v = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-9)$$

质点在做机械运动时的运动状态,即在任一时刻的位置及运动的快慢、方向,可由该时刻质点的位置矢量 \mathbf{r} 和瞬时速度矢量 \mathbf{v} 来描述. \mathbf{r} 、 \mathbf{v} 称为质点运动的状态参量.

例 1-1 已知某一质点的运动方程为 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (2 - t^2)\mathbf{j}$ (SI), 求 $t = 1\text{s}$ 时该质点的速度.

解 $t = 1\text{s}$ 时该质点的速度为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} = (2\mathbf{i} - 2\mathbf{j})\text{m/s}$$

1.2.6 瞬时加速度

设质点在 t 与 $t + \Delta t$ 时刻的速度分别为 \mathbf{v}_1 和 \mathbf{v}_2 , 速度矢量的增量 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ (图 1-4), 则这段时间内的平均加速度

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} \quad (1-10)$$

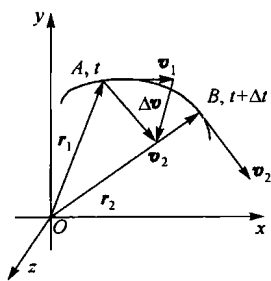


图 1-4 速度矢量增量

当 Δt 趋于零时,上式的极限就是速度对时间的变化率,称为质点在时刻 t 的瞬时加速度.在直角坐标系中,瞬时加速度表示为

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \quad (1-11)$$

加速度的方向就是时间 Δt 趋近于零时,速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 的极限方向.

式中 $a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$ 为瞬时加速度的三个坐标分量.

加速度大小称为加速率,表示为

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-12)$$

加速度矢量的方向可用加速度矢量与直角坐标轴夹角的余弦函数来确定,加速度矢量的三个方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{a}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{a}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{a} \quad (1-13)$$

需要辨别和分析的是:加速度与速度的方向一般不同.加速度与速度的夹角为 0° 或 180° 时,质点做直线运动(图 1-5).加速度与速度的夹角等于 90° ,质点做圆周运动(图 1-6).

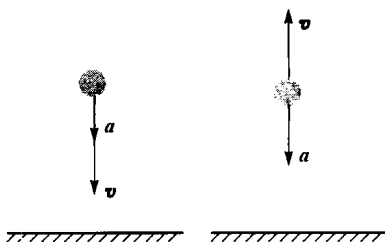


图 1-5 直线运动

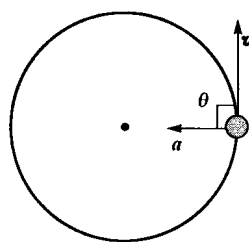


图 1-6 圆周运动

加速度与速度的夹角小于 90° ,速率增大,加速度与速度的夹角大于 90° ,速率减小.例如抛体运动(图 1-7).

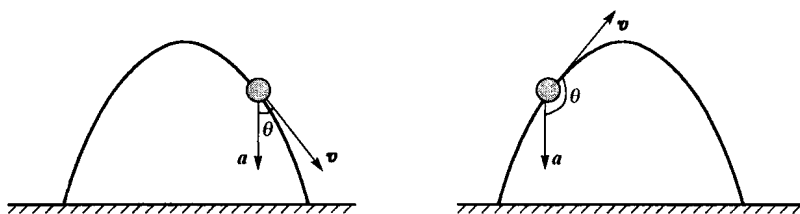


图 1-7 抛体运动

质点做曲线运动时,加速度总是指向轨迹曲线凹的一边.例如,地球绕太阳公转的轨道运动(图 1-8).

还需要辨别分析的是:一般加速率 $|\mathbf{a}|$ 不等于速率的变化率 $\left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|$. 因为加速率即加速度的大小不仅与速度 \mathbf{v} 的大小变化有关,还与速度 \mathbf{v} 的方向变化有关.例如,匀速率圆周运动,速率不变,只有速度方向变,仍然有加速度,加速率不为零.

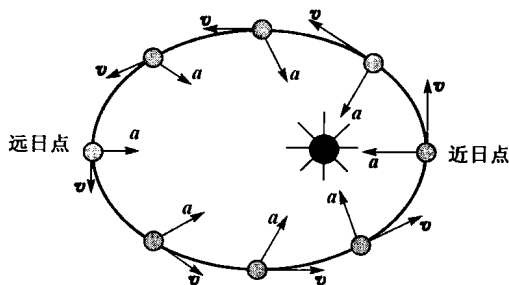


图 1-8 地球绕太阳的公转

例 1-2 已知质点的瞬时速度为 $\boldsymbol{v} = 2i - 2tj$ (SI), 求 $t = 1\text{s}$ 质点加速度.

解 $t = 1\text{s}$ 质点加速度为 $\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -2j$ (m/s²).

1.2.7 r 、 v 、 a 三个状态量的关联

描述质点机械运动的三个状态量之间存在着关联, 通过一个状态量可以求出另外的两个状态量.

已知位置矢量 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$, 可求出瞬时速度 $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$, 瞬时加速度 $\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$.

已知瞬时速度 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t)$, 可求出瞬时加速度 $\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$, 位置矢量 $\int_{r_0}^r d\boldsymbol{r} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{v}(t) dt$.

已知瞬时加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t)$, 可求出瞬时速度 $\int_{v_0}^v d\boldsymbol{v} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{a}(t) dt$, 位置矢量 $\int_{r_0}^r d\boldsymbol{r} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{v}(t) dt$.

例 1-3 利用质点运动学方法, 推导出匀变速直线运动三大运动学公式.

推导: 由于是直线运动因此三个状态量可用标量来计算.

由 $a = \frac{dv}{dt}$, $\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$ 得

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

由 $v = \frac{dx}{dt}$, $\int_0^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$ 得

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

由 $a = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx}$, $\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a dx$ 得

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \quad (3)$$

例 1-4 质点由静止开始做直线运动, 初始加速度为 a_0 , 每 τ 秒增加 a_0 , 求 t 秒后瞬时速度和运动位置.

解 $a = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t$, 因为 $a = \frac{dv}{dt}$, 所以

$$dv = a dt$$

$$v = \int a dt = \int (a_0 + \frac{a_0}{\tau}t) dt = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2 + c_1$$

因为当 $t = 0$ 时 $v = 0$, 所以

$$c_1 = 0, \quad v = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2, \quad v = \frac{dx}{dt}, \quad dx = v dt$$

所以

$$x = \int v dt = \int (a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2) dt = \frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_0}{6\tau} t^3 + c_2$$

因为当 $t = 0$ 时 $x = 0$, 所以

$$c_2 = 0, \quad x = \frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_0}{6\tau} t^3$$